

==== Università degli Studi di Napoli Federico II ====

Facoltà di Ingegneria



Roberta Santaniello

ANALISI DI CHIESE A Pianta BASILICALE
SOTTO AZIONI SISMICHE

*Tesi di Dottorato
XXII Ciclo*

*Il Coordinatore
Prof. Ing. Federico M. MAZZOLANI*

*Il Tutor
Prof. Ing. Antonio DE LUCA*

==== Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Costruzioni ====

A Rosa

Chi arriva a Tecla, poco vede della città, dietro gli steccati di tavole, i ripari di tela di sacco, le impalcature, le armature metalliche, i ponti di legno sospesi a funi o sostenuti da cavalletti, le scale apioli, i tralicci. Alla domanda: - Perché la costruzione di Tecla continua così a lungo? - gli abitanti senza smettere d'issare secchi, di calare fili a piombo, di muovere in su e in giù lunghi pennelli, - Perché non cominci la distruzione, - rispondono... Che senso ha il vostro costruire? - domanda. - Qual è il fine d'una città in costruzione se non una città? Dov'è il piano che seguite, il progetto? - Te lo mostreremo appena termina la giornata; ora non possiamo interrompere, - rispondono. Il lavoro cessa al tramonto, Scende la notte sul cantiere. È una notte stellata. - Ecco il progetto, - dicono

Il lavoro di tesi di dottorato presentato in queste pagine, svolto presso il Dipartimento di Ingegneria Strutturale della Facoltà di Ingegneria dell'Università degli Studi di Napoli - Federico II, raccoglie in sé giorni di lavoro, esperienze uniche e irripetibili, formazione culturale e personale che non avrebbe avuto luogo senza alcune persone che porterò con me per sempre.

Non posso non ringraziare per primo il Prof. Antonello De Luca grazie al quale mi è stata offerta la possibilità di un'alta formazione con la sua guida esperta, intelligente, morale. Non dimenticherò i suoi consigli, le sue parole, le sue urla e la sua innegabile capacità di essere geniale.

Un Grazie speciale va alla Prof.ssa Elena Mele, amica, consigliera, donna e collega di altissimo livello. Senza le sue parole prof. qualche volta non ce l'avrei fatta-

Un grazie speciale va a Giovanni Cuomo, che manca tutt'ora a me e che ancora immagino entrare nella mia stanza con un sorriso sempre fresco e solare. Grazie di tutti i consigli che ancora ora mi sai riservare.

Grazie a Giuseppe Brandonisio, per gli insegnamenti e per la sua sincerità. Non sempre ci siamo capiti, ma anche i nostri litigi mi hanno aiutato a maturare e a crescere.

Grazie a Giuseppe Lucibello, che con il suo lavoro di tesi ha in parte collaborato alla elaborazione delle pagine che seguiranno.

Grazie, mille volte grazie, a Rosa de Lucia. Se io oggi sono così lo devo a te e a nessun altro... Sei stata la forza, l'amica, la compagna di sogni, avventure, di studio e di tutto ciò che abbiamo condiviso tra le mura di quell'università e fuori di essa. Ci sarebbero mille cose da dire ma... Grazie SEMPRE.

Grazie infine a tutti quelli che sono parte di questo DIST: Tutti i Professori, Ricercatori, Dottorandi e il personale tutto.

Infine grazie alla mia famiglia, per l'appoggio datomi in questi anni. Grazie mamma, per ogni volta che hai provato a farmi capire i miei errori; grazie Fede, sei stata il mio punto di riferimento ogni volta che entravo da quella porta, grazie papà, solo perché ci sei...

Roberta

INDICE

INTRODUZIONE I

<i>Premessa</i>	1
<i>Articolazione dettagliata del lavoro di tesi</i>	6

CAPITOLO I

CAPACITA' SISMICA DI CHIESE A Pianta Basilicale: DIECI CASI DI STUDIO

<i>1.1 Premessa</i>	8
<i>1.2 Il modello di valutazione della sicurezza sismica proposto dalle LL. GG. 2006</i>	10
<i>1.2.1 Livello di valutazione sismica LV1</i>	11
<i>1.2.2 Livelli di valutazione sismica LV2 e LV3</i>	13
<i>1.3 La procedura di analisi sismica "a due passi"</i>	17
<i>1.4 I dieci casi di studio</i>	17
<i>1.5 Primo step della procedura "a due passi": analisi lineare dei dieci casi di studio</i>	23
1.5.1 Edifici senza impalcati rigidi	29
1.5.2 Edifici con impalcati rigidi	29
1.5.3 Contributo degli elementi fuori piano	29
1.5.4 Comportamento dinamico delle chiese	31
<i>1.6 Secondo step della procedura "a due passi": analisi non lineare dei macroelementi dei dieci casi di studio</i>	33
1.6.1 Facciata	34
1.6.2 Arco trionfale	35
1.6.3 Sezione trasversale sulla navata	36
1.6.4 Arcate	38
1.6.5 Prospetto longitudinale	39
<i>1.7 Confronti fra le richieste elastiche e la capacità dei macroelementi</i>	41
<i>1.8 Conclusioni</i>	41

CAPITOLO II

CAPACITA' ULTIMA DI PORTALI IN MURATURA :EFFETTO DEL CARICO E DELLA GEOMETRIA.

2.1 Premessa	51
2.2 Metodologia semplificata: Approccio mediante analisi limite	53
2.2.1 Assunzioni e ipotesi di base: Geometria e materiale	53
2.2.2 Espressione per il moltiplicatore cinematico: Applicazione del PLV	55
2.2.2.1 Meccanismo I (Meccanismo di trave)	58
2.2.2.2 Meccanismo II (Meccanismo misto)	60
2.2.2.3 Meccanismo III (Meccanismo misto)	62
2.2.2.4 Meccanismo IV (Meccanismo di piano)	63
2.2.3. Normalizzazione delle formulazioni definite	64
2.3 Analisi parametrica: 80 schemi geometrici	67
2.4 Formula semplificata per la valutazione del moltiplicatore di collasso.	70
2.5 Estensione dei risultati ottenuti.	72
2.5.1. Caso a: Forza F_1	76
2.5.2 Caso b: Forza F_r	76
2.5.3 Caso c: Forza F_1 e F_r	76
2.5.4 Caso d : Forza distribuita nel portale	76
2.5.5 Forma chiusa per il calcolo del moltiplicatore di collasso	77
2.5.6 Analisi parametrica	82
2.5.7 Effetto della condizione di carico	88
2.6 Conclusioni	90

CAPITOLO III

CAPACITA' ULTIMA DI ARCHI IN MURATURA :EFFETTO DEL CARICO E DELLA GEOMETRIA

3.1 Premessa	93
3.2 Metodologia semplificata: Approccio mediante analisi limite	95
3.2.1 Assunzioni e ipotesi di base: Geometria e materiale	98
3.2.2 Metodologia: Identificazione dei meccanismi di collasso e applicazione del PLV	100
3.3 Analisi parametrica: 132 schemi geometrici	110
3.3.1 Archi per l'individuazione dei moltiplicatori di collasso	113

3.4 Effetto del carico verticale.	114
3.6 Effetto della geometria	118
3.6.1 Condizioni di carico e possibili meccanismi di collasso.	123
3.6.2 Risultati sulle diverse geometrie	125
3.7 Un caso reale.	130
3.8 Conclusioni.	134

CAPITOLO IV

APPLICABILITA' DEGLI ELEMENTI FINITI PER L'ANALISI NON LINEARE DI STRUTTURE IN MURATURA

4.1 Premessa	135
4.2 Modellazione numerica	137
4.2.1 Modellazione	137
4.2.2 Modellazione FEM	138
4.2.3 Modellazione DEM	139
4.3 Due diversi codici di calcolo	140
4.3.1 Abaqus: Approccio a fessurazione diffusa.	140
4.3.1.1 Il modello "concrete" di ABAQUS	142
4.3.1.2 Modello elasto-plastico per il materiale "concrete"	147
4.3.2 OpenSees: Un nuovo modello di danno	156
4.3.2.1 Base variazionale e modello FEM	157
4.3.2.2 Elementi a quattro nodi misto	158
4.3.2.3 Modello costitutivo di danno	159
4.4 Calibrazione del modello: analisi di Sensibilità	162
4.4.1 Modellazione con abaqus: sensibilità alla dimensione della mesh	163
4.4.2 Modellazione con Abaqus: sensibilità alla resistenza a compressione	164
4.4.3 Modellazione con Abaqus: sensibilità alla resistenza a trazione	167
4.4.4 Modellazione con OpenSees: sensibilità alla resistenza a compressione	171
4.4.5 Modellazione con OpenSees: sensibilità alla resistenza a trazione	172
4.4.6 Abaqus VS OpenSees: confronto tra i risultati ottenuti	172

<i>4.5 Confronto tra l'analisi Fem e l'analisi limite.</i>	173
4.5.1 Capacità ultima di quattro portali in muratura.	175
4.5.2 Analisi di tutti i portali dell'abaco.	181
4.5.3 Analisi di quattro archi.	193
<i>4.6 Conclusioni</i>	194

CAPITOLO V

APPLICABILITA' DELLA PROCEDURA A MARGINE DEL TERREMOTO DELL'AQUILA: 5 CASI DI STUDIO

<i>5.1 Premessa</i>	199
<i>5.2 06-04-09: Terremoto all'aquila</i>	200
<i>5.3 Materiali e tecnologie costruttive delle chiese di L'Aquila</i>	208
<i>5.4 Le chiese aquilane: quattro casi di studio</i>	216
5.4.1 Caso di studio. La basilica di Collemaggio	217
5.4.2 Caso di studio. La basilica di S. Silvestro	219
5.4.3 Caso di studio. La basilica di S. Pietro di Coppito	223
5.4.4 Caso di studio. La basilica di S. Giusta	224
5.4.5 I quattro casi a confronto.	227
<i>5.5 Analisi elastiche lineari.</i>	230
5.5.1 Comportamento dinamico delle chiese	234
5.5.2 Ripartizione delle azioni sismiche	238
5.5.3 Contributo elementi fuori piano	254
<i>5.6 Analisi non lineari.</i>	255
5.6.1 Facciata	255
5.6.2 Primo arco trionfale e secondo arco trionfale	256
5.6.3 Prospetto longitudinale esterno	258
5.6.4 Arcate longitudinali interne	259
5.6.5 Capacità vs richiesta: analisi della prevedibilità del danno	259
5.6.6 Macroelemento L2 della Chiesa di Santa Giusta	263
5.6.7 Macroelemento T2 della Chiesa di San Pietro di Coppito	265
<i>5.7 Conclusioni</i>	266

CAPITOLO VI	
CONCLUSIONI	269
BIBLIOGRAFIA	276

269
276

Introduzione

I PREMESSA

Le analisi di vulnerabilità a scala territoriale sono state rivolte, nel passato, al costruito ordinario, utilizzando modelli di valutazione semplificati, su base statistica o euristica; al contrario, per i manufatti monumentali si è sempre ritenuto che essi meritassero analisi di maggiore dettaglio e che il loro comportamento non fosse riconducibile a schemi prefissati.

In realtà, il territorio italiano è ricchissimo di edifici di pregio ed il loro numero impone l'adozione di modelli semplificati, perlomeno per le tipologie numericamente più consistenti.

Certamente i manufatti storici in muratura, specie se a carattere monumentale e quindi realizzati seguendo le *regole dell'arte*, presentano in genere un sufficiente livello di sicurezza alle azioni ordinarie ed un'elevata durabilità dei materiali; la loro presenza è già di per sé una testimonianza di efficienza strutturale. In altre parole, realizzare l'opera in conformità alle regole dell'arte equivaleva a rispettare le attuali verifiche di norma e leggere oggi la storia del manufatto è, in molti casi, come farne il collaudo. Per

queste ragioni l'analisi strutturale di un edificio monumentale deve essere inquadrata all'interno di uno studio multidisciplinare, che affronti il progetto di restauro partendo da un'approfondita conoscenza.

Il terremoto rappresenta invece per il nostro patrimonio storico-architettonico, d'inestimabile valore e diffuso capillarmente su tutto il territorio italiano, uno degli elementi di maggior rischio. Le costruzioni antiche presentano infatti un'intrinseca vulnerabilità alle azioni sismiche, in quanto le forze d'inerzia orizzontali possono provocare la perdita dell'equilibrio statico, specie negli elementi snelli e non connessi (guglie, vele, pareti male ammorsate). Inoltre la muratura è un materiale poco resistente a stati di trazione: la tendenza a disporre gli elementi secondo corsi orizzontali testimonia la volontà di sollecitare i piani più deboli (i giunti tra gli elementi lapidei o fittili) con azioni di pura compressione (dovute ai pesi propri e portati); l'azione sismica induce invece tensioni tangenziali e/o di trazione, con conseguenti lesioni per scorrimento o distacco tra gli elementi.

Esistono tuttavia molti esempi che dimostrano la possibilità di costruire in muratura in zona sismica, garantendo anche la sicurezza nei riguardi di tale azione. La buona qualità degli ammorsamenti, l'uso di architravi di adeguata rigidità, la realizzazione di un comportamento scatolare tramite catene e cerchiature, l'inserimento di contrafforti a contrasto dei meccanismi di ribaltamento sono alcuni esempi di soluzioni tecnologiche frequentemente adottate nelle aree a maggior rischio sismico.

Il terremoto è un'azione poco frequente e forse è proprio questa la chiave di interpretazione di quanto sopra esposto: il periodo di ritorno per un sisma di intensità significativa è di almeno 100 anni, quindi circa tre generazioni. Le regole dell'arte, quasi mai scritte, erano frutto dell'esperienza del costruttore e venivano tramandate all'allievo: quando un costruttore acquisiva l'esperienza del terremoto, osservando direttamente i meccanismi di danno prodotti, traduceva questo in una comprensione intuitiva del comportamento strutturale e quindi elaborava una serie di accorgimenti per il buon costruire e per il miglioramento sismico degli edifici danneggiati. Tali regole erano applicate per una, forse due generazioni ma venivano gradualmente abbandonate proprio in quanto non veramente comprese.

Le chiese sono probabilmente, tra i manufatti a carattere monumentale, la tipologia maggiormente vulnerabile, anche per sismi di limitata intensità; l'osservazione dei danni a seguito degli ultimi terremoti che hanno colpito l'Italia e le successive ricerche hanno prodotto un'ampia e consolidata base di conoscenza dei meccanismi di danno più frequenti in questi manufatti (Doglioni et al. 1994, Guccione et al. 1998). Se a questo si aggiunge che il loro numero sul territorio è decisamente elevato, specie in un paese come l'Italia, appare evidente l'esigenza di disporre di modelli di valutazione della vulnerabilità non solo di dettaglio, ma anche di tipo semplificato, ovvero applicabili a livello territoriale su un ampio campione di manufatti, sia nell'ambito di un'analisi preventiva di rischio, sia per la gestione di un'emergenza postsisma. Ad esempio a seguito dell'evento che ha colpito l'Abruzzo nell'aprile 2009, oltre ad alcuni monumenti di particolare importanza per i quali sono state avviate approfondite indagini e pronti interventi, è stato necessario gestire moltissime chiese danneggiate, giudicandone l'agibilità, individuando le opere provvisorie necessarie ad evitare maggiori danni, stimando i costi dell'intervento di restauro e miglioramento sismico. Tutto questo è stato possibile anche grazie ad una metodologia, basata su una scheda di rilievo sintetica ma impostata in chiave diagnostica (Lagomarsino 1998).

Questo lavoro, si pone a valle di uno studio cominciato con la tesi di laurea dalla scrivente, in cui veniva analizzato il comportamento sismico di 10 chiese site nel Napoletano, e nel corso dei tre anni di dottorato ultimato e integrato. In particolare, è stata posta l'attenzione alla valutazione della capacità sismica dei macroelementi che costituiscono l'intero fabbricato. I macroelementi, possono però essere facilmente riconducibili a schemi semplici come quelli di portali ed archi in muratura, sui quali, attraverso l'applicazione di metodologie semplificate e sulla base delle ipotesi dell'analisi limite, sono stati calcolati i valori dei moltiplicatori di collasso al variare della geometria e delle condizioni di carico. In ultimo lo stesso discorso viene effettuato confrontando i risultati con l'utilizzo di codici di calcolo e con l'uso di analisi non lineari sugli stessi schemi geometrici menzionati in precedenza. A seguito del terremoto del 6 Aprile 2009, la stessa metodologia utilizzata per le dieci chiese è stata applicata a quattro

casi di chiese site nell' Aquilano, al fine di definirne il comportamento sismico.

II ARTICOLAZIONE DEL LAVORO DI TESI

Nel **Capitolo I** , *Capacità sismica di chiese a pianta basilicale: dieci casi di studio*, dopo aver presentato alcuni modelli presenti in letteratura per lo studio della vulnerabilità sismica di edifici di culto, vengono presentate e descritte le dieci chiese oggetto di studio. In particolare dopo una descrizione architettonica e strutturale, vengono presentati i risultati delle analisi condotte secondo la metodologia dell'*analisi a due passi*. In primo luogo, si riportano i risultati delle analisi elastiche condotte per valutare il comportamento sismico e dinamico delle chiese, osservando la distribuzione delle richieste sismiche fra i vari macroelementi in presenza e in assenza di impalcato rigido. Successivamente, si studia la capacità ultima dei singoli macroelementi che viene poi confrontata con la richiesta elastica al fine di definire il grado di vulnerabilità di ciascuna porzione strutturale.

Nel **Capitolo II** , *Capacità ultima di portali in muratura :effetto del carico*, viene presentata e discussa una relazione in forma chiusa per predire la capacità orizzontale di portal in muratura attraverso l'applicazione delle ipotesi di base dell'analisi limite. In particolare, i parametri che governano i meccanismi , snellezza globale H/D , snellezza delle pile B/D , e snellezza delle trave t/H , sono identificati e commentati, al fine di ottenere l'espressione in forma chiusa come sola funzione dei parametri geometrici precedentemente definiti. Dopo aver effettuato un'analisi parametrica, i risultati sono stati plottati in abchi semplificati attraverso i quali è possibile in maniera immediata definire il moltiplicatore di collasso, conoscendo la sola geometria e le condizioni di carico applicate.

Nel **Capitolo III** , *Capacità ultima di archi in muratura :effetto del carico e della geometria*, viene descritta la metodologia individuata per la valutazione del valore del moltiplicatore di collasso per differenti tipologie di archi in muratura (a tutto sesto, a sesto acuto e sesto ribassato) note le principali dimensioni geometriche, sfruttando i principi e le ipotesi base dell'analisi limite. In particolare, si sono selezionati tre possibili

cinematismi di collasso e definite tre possibili configurazioni di carico, per le quali si sono ottenuti i valori del moltiplicatore di ciascuna delle oltre 250 configurazioni geometriche, ottenute variando i parametri geometrici fondamentali delle diverse tipologie di archi. Al fine di renderne più immediata la lettura, i risultati sono riportati in forma grafica, al fine di ottenere abachi semplificati in cui con la sola definizione della geometria dell'arco si potesse in via diretta definire e calcolare il moltiplicatore di collasso dei diversi schemi. Infine, il recente evento sismico di L'Aquila ha offerto la possibilità di effettuare un'applicazione delle procedure sviluppate ad un caso reale.

Nel **Capitolo IV**, *Applicabilità degli elementi finiti per l'analisi non lineare di strutture in muratura*, viene valutata l'applicabilità degli elementi finiti per l'analisi non lineare di strutture in muratura attraverso diversi codici di calcolo. Partendo dalla considerazione che la valutazione del comportamento delle strutture in muratura richiede strumenti adeguati in relazione alla grande variabilità nella stima della risposta alle azioni. Questa condizione è conseguenza della complessità del comportamento delle murature che sono eterogenee, anisotrope, fortemente non lineari anche per bassi valori di sollecitazione. In particolare si analizza la risposta di portali in muratura attraverso la strategia della macro-modellazione con un approccio a fessurazione diffusa (smeared cracking model) implementando il modello nel con il codice di calcolo ABAQUS. La calibrazione del modello viene effettuata attraverso una analisi di sensibilità preliminare ai principali parametri in gioco nella modellazione e nell'analisi di strutture in muratura: dimensione della mesh, variazione della resistenza a compressione e variazione della resistenza a trazione.

Inoltre sono stati analizzati ottanta portali desunti da un abaco costruito al variare dei principali rapporti tra le dimensioni fondamentali al fine di ottenere un confronto tra i meccanismi di danno e i moltiplicatori di collasso individuati attraverso l'applicazione dei principi dell'analisi limite.

Nel **Capitolo V**, *Applicabilità della procedura a margine del terremoto dell'aquila: 5 casi di studio*, l'attenzione è stata posta alla valutazione del comportamento sismico e quindi del successivo danneggiamento di chiese in muratura di alcune chiese presenti sul territorio Aquilano a seguito del

sisma del 06.04.09. Dei casi di studio analizzati, sono stati scelti in questa fase quattro casi di chiese aquilane alle quali, dopo una sintesi del danno subito, è stata applicata la procedura a due passi descritta nel capitolo I e applicata alle dieci chiese site a Napoli. In questo capitolo viene studiato il comportamento sismico degli edifici ecclesiastici a pianta basilicale illustrati successivamente con lo scopo di comprenderne i fattori governanti e di fornire un'interpretazione dello stato di danneggiamento verificatosi a seguito di eventi sismici.

Le analisi sono state finalizzate sia allo studio del comportamento globale che all'individuazione delle zone di maggiore vulnerabilità della struttura. In questo capitolo sono riportati sia i risultati delle analisi lineari delle chiese oggetto di studio, sia le analisi non lineare applicate ai singoli macroelementi.

Nel **Capitolo VI**, *Conclusioni*, infine, si riportano le considerazioni conclusive riguardanti i risultati ottenuti nell'applicazione degli approcci utilizzati.

Capitolo I

CAPACITA' SISMICA DI CHIESE A PIANTA BASILICALE: DIECI CASI DI STUDIO

1.1 PREMESSA

I manufatti storici in muratura, specie se a carattere monumentale, presentano un sufficiente livello di sicurezza alle azioni ordinarie ed un'elevata durabilità dei materiali. Il terremoto, invece, rappresenta uno dei fattori di maggior rischio per il nostro patrimonio storico-architettonico ed in particolare per le chiese, in cui sono presenti grandi aule senza muri di spina, pareti snelle, elementi spingenti di notevole luce (archi, volte, cupole) e mancano orizzontamenti intermedi di collegamento. A tutto ciò va aggiunta una debolezza intrinseca del materiale di costruzione; infatti, non bisogna dimenticare che la muratura è un materiale poco resistente a stati di trazione. L'analisi sistematica dei danni subiti dalle chiese in occasione dei principali eventi sismici italiani, a partire da quello del Friuli (1976) fino a quelli più recenti (Lunigiana e Garfagnana, 1995; Reggio Emilia, 1996; Umbria e Marche, 1997; Piemonte, 2000; Molise,

2002; Piemonte, 2003; Salò, 2004; L'Aquila 2009), ha evidenziato come il comportamento sismico di questa tipologia di manufatti possa essere interpretato attraverso la loro scomposizione in porzioni architettoniche (denominate macroelementi), caratterizzate da una risposta strutturale sostanzialmente autonoma rispetto alla chiesa nel suo complesso (facciata, aula, abside, campanile, cupola, arco trionfale, ecc.).

Questo è infatti l'approccio impiegato negli ultimi anni da diversi ricercatori (Doglioni et al. 1994; Siviero et al. 1997; Zingone et al. 1999; D'Ayala 2000, per citarne solo alcuni). In particolare, in Mele e De Luca (1999) è stata definita ed applicata a diversi casi di studio una procedura "a due passi", che consiste nel sottoporre ad analisi numeriche elastiche, sia statiche che dinamiche, l'intero complesso strutturale al fine di studiarne il comportamento globale, determinando le caratteristiche dinamiche, le sollecitazioni e le richieste di resistenza elastica su ciascun macroelemento, che viene successivamente analizzato con procedure numeriche non lineari e/o con metodi approssimati basati sulle ipotesi classiche dell'analisi limite, che permettono di valutarne la capacità sotto azioni orizzontali (si veda ad esempio Lagomarsino et al. 1999a). Dal confronto tra la capacità e le richieste di resistenza è possibile ricavare indicazioni circa la capacità sismica dell'intero complesso strutturale.

Un approccio sempre basato sull'analisi dei macroelementi è stato introdotto anche nelle Linee Guida 2006 (LL. GG. 2006) per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle norme tecniche per le costruzioni (NTC '08), che nel caso delle chiese, luoghi di culto ed altre strutture con grandi aule, senza orizzontamenti intermedi, raccomandano di procedere con verifiche locali, le quali in genere possono essere riferite ai diversi macroelementi.

Secondo le Linee Guida, sul singolo macroelemento è possibile condurre analisi statica, lineare o non lineare, con un modello ad elementi finiti, ovvero utilizzare i metodi di analisi cinematica, previsti

peraltro per la verifica dei meccanismi locali nell'edilizia esistente in muratura.

Le incertezze nella scelta a priori dei meccanismi di collasso, punto critico dell'approccio cinematico nell'ambito dell'analisi limite delle strutture, sono in questo caso molto limitate, proprio grazie all'approfondita conoscenza sulle modalità di danneggiamento delle chiese, derivante dal rilievo sistematico dei danni. In questo capitolo, si riporta una sintesi dei risultati ottenuti, largamente esposti in De Luca et al. (2007) e che fanno da preambolo ai discorsi affrontati nei capitoli successivi.

1.2 IL MODELLO DI VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA SISMICA PROPOSTO DALLE LL. GG. 2006

Per la valutazione della sicurezza sismica del patrimonio culturale, le LL. GG. 2008 individuano tre diversi livelli, di crescente completezza, applicabili rispettivamente:

- LV1, per le valutazioni della sicurezza sismica da effettuarsi a scala
- LV2, per le valutazioni da adottare in presenza di interventi locali su zone limitate del manufatto;

-LV3, per il progetto di interventi che modificano il funzionamento strutturale accertato o quando venga comunque richiesta un'accurata valutazione della sicurezza sismica del manufatto.

In tutti e tre i casi, è comunque necessario valutare quantitativamente l'accelerazione di collasso e rapportarla a quella attesa nel sito in un prefissato intervallo di tempo e con una prefissata probabilità di superamento (accelerazione attesa nel sito); questo parametro è definito dalle LL. GG. 2006 indice di sicurezza sismica:

$$I_s = \frac{a_{SLU}}{\gamma I \cdot S \cdot a_g} \quad (1.1)$$

dove: a_{SLU} è l'accelerazione al suolo che porta al raggiungimento dello stato limite ultimo; γI è il coefficiente di importanza; S è il fattore che tiene

conto del profilo stratigrafico del sottosuolo di fondazione e degli eventuali effetti morfologici; a_g è l'accelerazione di riferimento nel sito (si veda il §1.10.2).

1.2.1 Livello di valutazione sismica LV1

Per il livello LV1, l'indice di sicurezza sismica I_s è utile per evidenziare le situazioni più critiche e stabilire priorità per i futuri interventi. Se l'accelerazione di collasso risulta significativamente inferiore a quella attesa nel sito, ciò semplicemente determina la necessità di eseguire una valutazione più accurata, ed eventualmente intervenire in un secondo momento (infatti, coerentemente con il concetto probabilistico di sicurezza, la struttura potrebbe essere considerata sicura nei riguardi di un terremoto con periodo di ritorno più breve di quello della accelerazione attesa e dunque avente accelerazione attesa minore). Il livello LV1 consente la valutazione dell'accelerazione di collasso attraverso metodi semplificati, basati su un numero limitato di parametri geometrici e meccanici o che utilizzano strumenti qualitativi (interrogazione visiva, lettura dei caratteri costruttivi, rilievo critico e stratigrafico). Nel caso di chiese, luoghi di culto ed altre strutture con grandi aule, senza orizzontamenti intermedi, ferma restando la possibilità di definire modelli semplificati specifici, le LL. GG. 2008 consentono di fare ricorso ai parametri della scheda di rilievo del danno e della vulnerabilità riportate in Cifani et al. (2005); l'accelerazione massima al suolo corrispondente ai diversi stati limite (di danno (SLD) e ultimo (SLU)) può essere correlata ad un indicatore numerico, l'indice di vulnerabilità i_V , ottenuto attraverso una opportuna combinazione di punteggi assegnati ai diversi elementi di vulnerabilità e di presidio antisismico. La scheda per il rilievo del danno e della vulnerabilità delle chiese è stata utilizzata nelle emergenze sismiche a partire dal 1995; la notevole mole di dati raccolti (oltre 4000 chiese) ha consentito, attraverso elaborazioni statistiche, di stabilire una relazione tra l'azione sismica ed il danno, in funzione di un parametro di vulnerabilità della chiesa. È evidente

che una stima così eseguita assume una valenza puramente statistica, ma questo approccio può essere considerato corretto se rivolto ad un'analisi territoriale, al fine di stabilire liste di priorità e programmare al meglio valutazioni più approfondite ed indirizzare verso interventi di prevenzione. Peraltro, l'uso di un modello unitario, per valutazioni di questa natura, consente un più oggettivo confronto relativo in termini di rischio sismico. La metodologia considera 28 meccanismi di danno, associati ai diversi macroelementi che possono essere presenti in una chiesa. Con riferimento alla valutazione della vulnerabilità, è necessario rilevare quei particolari tipologici e costruttivi che giocano un ruolo fondamentale nella risposta sismica del manufatto; in particolare vengono considerati indicatori di vulnerabilità e di presidio antisismico. Nell'Allegato C alle LL. GG. 2008 sono elencati i 28 meccanismi, unitamente ad una lista di presidi e di indicatori di vulnerabilità, cui è possibile aggiungerne altri, in relazione agli aspetti caratteristici della singola chiesa o del costruito nell'area geografica in esame. Le leggi di correlazione proposte delle LL. GG. 2008 fra l'indice di vulnerabilità rilevata tramite i_V , compreso tra 0 e 1, e l'accelerazione di picco al suolo sono le seguenti:

$$(1.2) \quad a_{SLD} = 0.025 \cdot 1.8^{2.75 - 3.44 \cdot i_V}$$

per lo stato limite di danno (SLD) e:

$$(1.3) \quad a_{SLU} = 0.025 \cdot 1.8^{5.10 - 3.44 \cdot i_V}$$

per lo stato limite di ultimo (SLU).

Le LL. GG. 2008 sottolineano come particolare attenzione vada posta nell'utilizzare tale modello semplificato per la stima dell'accelerazione; le formulazioni proposte, infatti, sono tarate su base statistica e quindi non sono in grado di esaurire la grande diversificazione tipologica nella quale le chiese sono articolate.

1.2.2 Livelli di valutazione antisismica LV2 e LV3

Per i beni culturali tutelati, è ben nota la necessità di attenersi ad interventi di miglioramento, ovvero all'esecuzione di opere in grado di far conseguire all'edificio un maggior grado di sicurezza rispetto alle azioni sismiche con un livello di protezione sismica non necessariamente uguale a quello previsto per le nuove costruzioni. Nel caso dei manufatti architettonici di interesse storico e culturale esistono, infatti, oggettive difficoltà a definire procedure di verifica dei requisiti di sicurezza, analoghe a quelle applicate per gli edifici ordinari, in quanto la loro varietà tipologica e la singolarità specifica dei "monumenti" (anche dovuta alla storia di ogni edificio) non consentono di indicare una strategia univoca ed affidabile di modellazione ed analisi. In queste valutazioni spesso si riscontrano sia un'incertezza nel modello di comportamento sia un'incertezza dei parametri del modello. Inoltre, per quanto riguarda gli interventi, non sempre è possibile quantificarne con precisione la reale efficacia ed è impossibile portare in conto, attraverso un procedimento esclusivamente quantitativo, le esigenze di conservazione; ne deriva che spesso è opportuno accettare un livello di rischio sismico più elevato rispetto a quello delle strutture ordinarie, piuttosto che intervenire in modo contrario ai criteri di conservazione del patrimonio culturale.

In ogni caso, secondo il § 11.1 dell'OPCM 3431'05, è necessario calcolare i livelli di accelerazione del suolo corrispondenti al raggiungimento di ciascun stato limite previsto per la tipologia strutturale dell'edificio, nella situazione precedente e nella situazione successiva all'eventuale intervento. In questo è implicita la consapevolezza che non sempre si possono applicare ai beni culturali tutelati le prescrizioni di modellazione e verifica indicate per gli edifici ordinari, ma si afferma che comunque è necessario procedere ad una valutazione del comportamento sismico complessivo del manufatto, con i modelli ritenuti più opportuni. Ribadito quindi che per i beni culturali tutelati è possibile derogare rispetto all'adeguamento, dal punto di vista operativo, una possibile procedura in applicazione ai concetti espressi dalle LL. GG. 2008 è la seguente:

- valutazione dell'indice di sicurezza sismica nella situazione attuale (funzionamento accertato): in questa fase si dovrà tenere debitamente conto anche di valutazioni qualitative su situazioni di vulnerabilità riconosciute ma difficilmente quantificabili;
- valutazione dell'indice di sicurezza sismica alla quale il manufatto può essere portato con interventi compatibili con le esigenze di tutela delle proprie caratteristiche specifiche.

Se l'indice di sicurezza sismica raggiungibile, che tiene conto della pericolosità del sito e della destinazione d'uso proposta, è compatibile, l'intervento di miglioramento è pienamente soddisfacente anche dal punto di vista della sicurezza, valutata attraverso un procedimento quantitativo. Se l'indice di sicurezza sismica raggiungibile è inferiore a quello auspicabile, ovvero sarebbero necessari interventi troppo invasivi, il progettista deve giustificare l'intervento ricorrendo anche a valutazioni qualitative. L'obiettivo delle LL. GG. 2008 è quello di evitare opere superflue, favorendo quindi il criterio del minimo intervento, ma anche evidenziando i casi in cui sia opportuno agire in modo più incisivo. La valutazione delle accelerazioni corrispondenti al raggiungimento di determinati stati limite ed il successivo confronto con l'accelerazione del suolo attesa nel sito consente infatti, da un lato di giudicare se l'intervento progettato è realmente efficace (dal confronto tra lo stato attuale e quello di progetto), dall'altro fornisce una misura del livello di sicurezza sismica del manufatto a valle dell'intervento.

Gli interventi possono riguardare singole parti del manufatto o interessare l'intera struttura. Il livello di valutazione LV2 si applica nei casi in cui sono previsti interventi di restauro che interessano singole parti della costruzione. La valutazione della sicurezza sismica nell'ambito di progetti di intervento su singoli elementi può essere eseguita facendo riferimento a modelli locali, riferiti a porzioni strutturalmente autonome della costruzione: i macroelementi.

Nel caso di interventi locali, che non modificano in modo sostanziale il funzionamento originale accertato, sarebbe particolarmente gravoso imporre

una valutazione complessiva, estesa all'intera costruzione, specie quando questa risulta molto articolata e l'intervento ha un impatto modesto sul comportamento complessivo. Tuttavia, siccome l'OPCM 3431'05 richiede che per qualsiasi intervento di miglioramento venga calcolata l'accelerazione di collasso, relativamente al manufatto nel suo complesso, in questi casi la valutazione della sicurezza sismica complessiva può essere stimata con gli strumenti del livello di valutazione LV1. Nella definizione dei macroelementi e dei meccanismi di collasso che possono interessare la zona oggetto di intervento, è necessario considerare l'eventuale presenza di stati di danneggiamento pregressi (specie se di origine sismica) e le conoscenze sul comportamento di strutture simili (desunte dal rilievo sistematico dei danni post-terremoto). L'analisi cinematica, lineare o non lineare, rappresenta lo strumento in genere più efficace ed agevole per tale valutazione; i risultati ottenibili possono però essere eccessivamente cautelativi se non vengono considerati i diversi dettagli costruttivi che determinano il comportamento reale: presenza di catene, ammorsamento tra murature ortogonali, tessitura muraria, condizioni di vincolo degli orizzontamenti. Per ciascun macroelemento analizzato, il confronto tra le accelerazioni allo stato limite ultimo prima e dopo l'intervento consente di esprimere un giudizio sul grado di miglioramento conseguito, evidenziando l'inutilità di alcuni interventi, nel caso in cui il margine di miglioramento fosse modesto rispetto al negativo impatto dell'intervento in termini di conservazione. Inoltre, considerando l'accelerazione massima al suolo di riferimento nel sito, è possibile valutare l'effettiva necessità degli interventi; infatti, negli elementi in cui l'accelerazione allo stato limite ultimo fosse già superiore a quest'ultima, non sarebbe necessario procedere al miglioramento sismico di quella parte. Il livello di valutazione LV3, invece, considera la sicurezza sismica della costruzione nel suo complesso, ovvero l'accelerazione del suolo che porta allo stato limite ultimo la costruzione nel suo complesso o singole sue parti significative (macroelementi). Il livello LV3 deve essere adottato nella progettazione di interventi che modifichino il funzionamento accertato della costruzione e, comunque, quando il restauro riguarda un edificio di tipo strategico, per l'importanza sociale di conoscere in modo attendibile la sicurezza di tali strutture. La verifica

complessiva della risposta sismica del manufatto non richiede necessariamente il ricorso ad un modello globale della costruzione, ma è possibile procedere alla scomposizione della struttura in parti (macroelementi), a condizione che venga valutata la ripartizione delle azioni sismiche tra i diversi sistemi strutturali, in ragione delle diverse rigidità e dei collegamenti tra le stesse; secondo le LL. GG. 2008, tale ripartizione può essere operata anche in modo approssimato, purché venga garantito l'equilibrio nei riguardi della totalità delle azioni orizzontali. La valutazione può quindi essere eseguita con gli stessi metodi utilizzati al livello LV2, ma sistematicamente su ciascun elemento della costruzione. Confrontando i valori ottenuti nei diversi macroelementi si può evidenziare l'inutilità di alcuni interventi: a) se il margine di miglioramento è modesto rispetto all'impatto dell'intervento sulla conservazione; b) per l'eccessiva sicurezza fornita ad alcuni macroelementi rispetto agli altri. Nel caso particolare delle chiese, per quanto detto in precedenza, risulta scarsamente significativo assumere un comportamento unitario e complessivo^{1.1}; pertanto, in tale ottica, la necessità di operare un'analisi complessiva LV3 (valutazione complessiva della risposta sismica del manufatto) o locale LV2 (valutazione su singoli macroelementi dei meccanismi locali di collasso), non determina una sostanziale differenza nell'approccio al problema della modellazione. Le linee guida, infine, specificano che, nel caso in cui l'intervento riguardi un'area limitata (ad esempio in concomitanza con interventi di restauro su apparati decorativi), la valutazione può limitarsi al livello LV2, risultando superflua e problematica una valutazione complessiva della chiesa (questo avviene in particolare per chiese di grandi dimensioni e complessità, in concomitanza con interventi locali per i quali la disponibilità finanziaria è limitata). L'analisi, pertanto, può essere effettuata a livello del singolo macroelemento sul quale si interviene, con lo scopo di controllare l'efficacia dell'intervento (confronto tra sicurezza prima e dopo) e la congruità rispetto alla pericolosità del sito. In questi casi, essendo la valutazione della capacità dell'intero organismo comunque richiesta, è possibile adottare un metodo semplificato (LV1), quale ad esempio quello proposto dalle stesse linee guida.

1.3 LA PROCEDURA DI ANALISI SISMICA “A DUE PASSI”

L’approccio metodologico proposto da Mele e De Luca (1999) ed applicato a diversi casi di studio da Giordano (2001) e Romano (2005) consiste:

- nell’effettuare analisi statiche e/o dinamiche in campo lineare di modelli tridimensionali agli elementi finiti delle chiese, con l’obiettivo di determinare l’andamento della distribuzione delle sollecitazioni tra i diversi macroelementi strutturali costituenti il complesso edilizio (**primo passo**);
- per ciascun macroelemento vengono poi effettuate analisi cinematiche lineari e/o analisi statiche non lineari agli elementi finiti al fine di determinarne la capacità di resistenza e di deformazione per azioni nel piano e fuori piano (**secondo passo**).

Il confronto tra le richieste, determinate nel primo passo, e le capacità, valutate nel secondo step, consente di valutare la vulnerabilità sismica del macroelemento e, per estensione, dell’intera chiesa. Per dare un quadro, il più possibile dettagliato, delle operazioni necessarie alla corretta applicazione dell’analisi “a due passi”, in relazione anche alle specificità delle strutture monumentali in muratura, nei paragrafi che seguono verranno illustrate le condizioni ed i limiti di utilizzo delle analisi statiche lineari e dinamiche modali (da applicare nel passo 1) e delle analisi cinematiche e statiche non lineari (da applicare nel passo 2).

1.4 I DIECI CASI DI STUDIO

Le chiese oggetto di studio sono state selezionate in base al loro valore storico, culturale e simbolico, oltre che alla reperibilità di materiale descrittivo, grafico e fotografico, e all’accessibilità dei luoghi. In particolare, le chiese analizzate sono: S. Giovanni Maggiore (SGM), S. Giovanni a Mare (SGMR), S. Paolo Maggiore (SPM), S. Ippolito Martire (SI), S. Maria Vertecoeli (SMV), Sant’Agostino alla Zecca (SAZ), S. Bernardo e S. Margherita a Fonseca (SBM), S. Gennaro all’Olmo e S. Biagio

Maggiore(SGO), S. Maria in Donnaromita (SMD) e S. Maria in Monteverginella(SMM). Tutti gli edifici di culto, realizzati interamente in muratura di tufo, sono siti nel centro storico di Napoli, ad eccezione di S. Ippolito Martire che si trova ad Atripalda (AV). In Figura 1, sono riportate a confronto tutte le piante delle chiese oggetto di studio nella loro scala reale. Per tutti i casi di studio, è stata condotta un'analisi geometrico-dimensionale sia sull'intero edificio che sui macroelementi. Per quel che concerne la geometria globale di ciascuna chiesa, si sono valutate l'altezza massima (H) e le dimensioni principali in pianta, ovvero la lunghezza (L) e la larghezza (B), come mostrato in Figura 2.

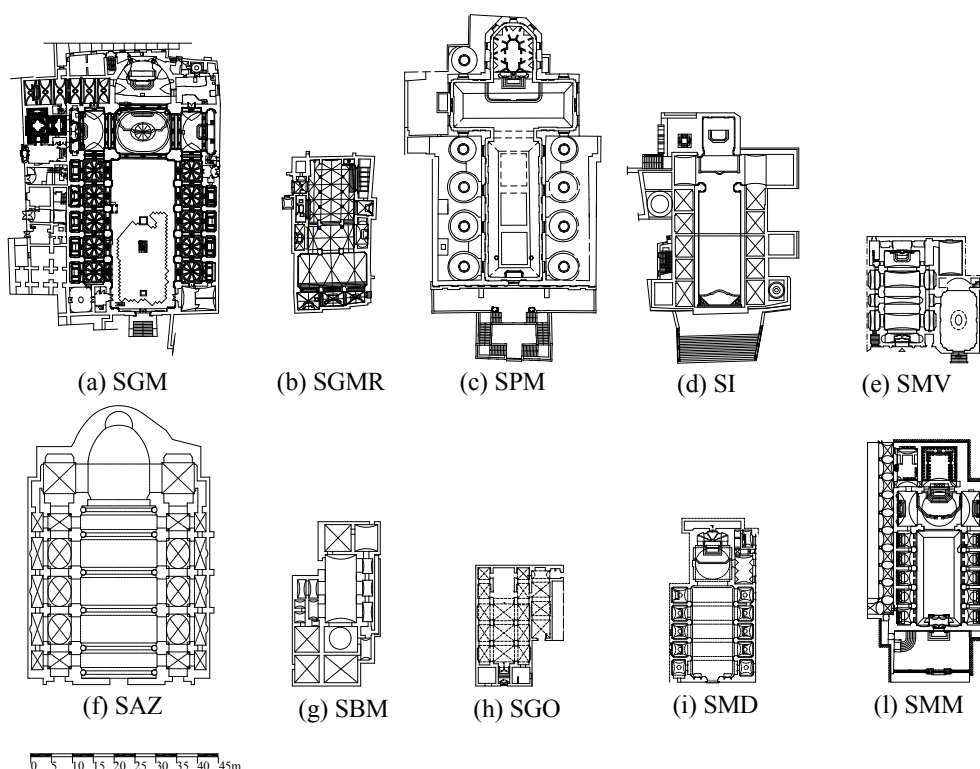


Figura 1: Pianta architettoniche delle chiese

Alla fine del capitolo per offrire una dettagliata descrizione delle chiese, si allegano delle schede riassuntive in cui sono riportate la descrizione delle coperture, le dimensioni globali, i valori di tensione massima sotto carico

verticale. Per ciascun edificio, sono stati computati i pesi complessivi degli edifici (W_{tot}), distinti nelle due aliquote degli orizzontamenti (W_{cop}) e delle murature (W_{muri}), sono riportati nell'istogramma di Figura 3. L'analisi dei due grafici riportati in Figura 2 e Figura 3, consente di classificare le dieci chiese come segue:

- chiese di piccole dimensioni (SGMR, SMV, SBM, SMD e SGO), caratterizzate da altezze di circa 15m, lunghezze prossime ai 30m e larghezze intorno ai 20m. Il peso complessivo non supera i 50000KN;
- chiese di medie dimensioni (SI e SMM), con altezze di circa 20m e piante con lati $L = 45m$ e $B = 25m$. Il peso globale è dell'ordine dei 100000KN;
- chiese di grandi dimensioni (SGM, SPM e SAZ), aventi altezze maggiori di 25m, lunghezze L e larghezze B prossime rispettivamente a 65m e 40m. Il peso totale supera i 150000KN.

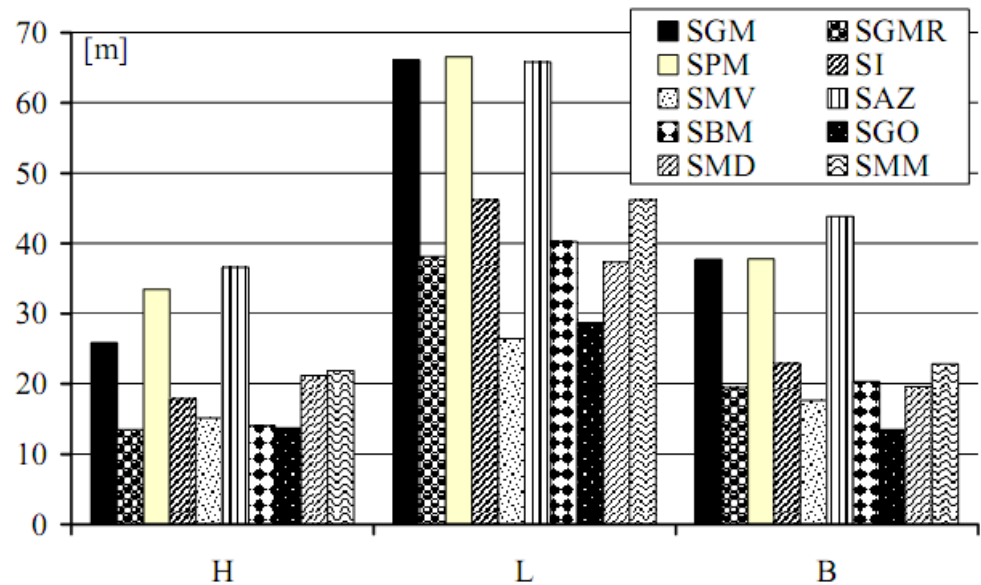


Figura 2: Dimensioni Globali

Le dimensioni geometriche fondamentali sono state rielaborate al fine di definire dei semplici parametri geometrici; in particolare, si è definito il

rapporto B/L, che ci da un'idea della compattezza globale dell'edificio, e i rapporti H/B e H/L che sono rispettivamente rappresentativi della massima e minima snellezza del complesso. La snellezza massima delle chiese si mantiene in un range compreso tra 0.7-0.9, mentre la snellezza minima si attesta in un rapporto compreso tra 0.4 e 0.6.

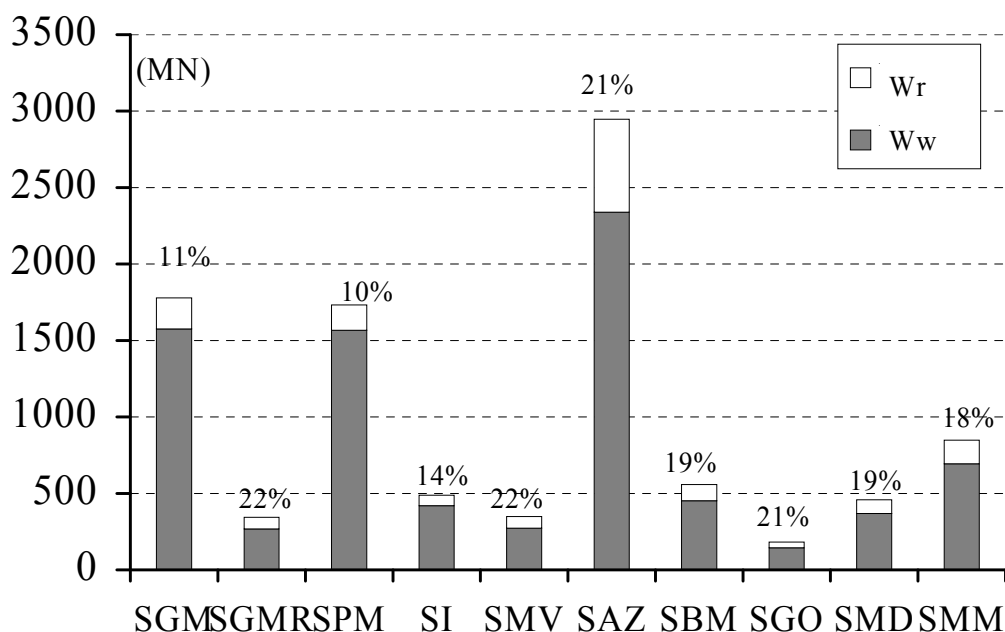


Figura 3: Peso delle coperture adimensionalizzate al peso delle murature.

Questa analisi geometrica globale conferma che le chiese sono edifici specifici caratterizzati da proporzioni e da una distribuzione delle masse particolarmente uniformi. Sulla base dei valori riportati in Figura 4, si osserva che il rapporto B/L mostra una distribuzione pressoché uniforme e approssimativamente uguale a 0.5, con eccezione dei soli casi di SMV e SAZ. Le piante architettoniche di Figura 1 mostrano la complessità dell'impianto delle chiese, il che rende oneroso il processo di modellazione strutturale.

Pertanto, si adotta una geometria semplificata ottenuta mediante la linearizzazione dei profili dei maschi murari, che non altera le caratteristiche strutturali (sezioni di colonne e pareti) dell'edificio, ma

al tempo stesso, ne rende più immediata la modellazione, così come riportato in Figura 5 .

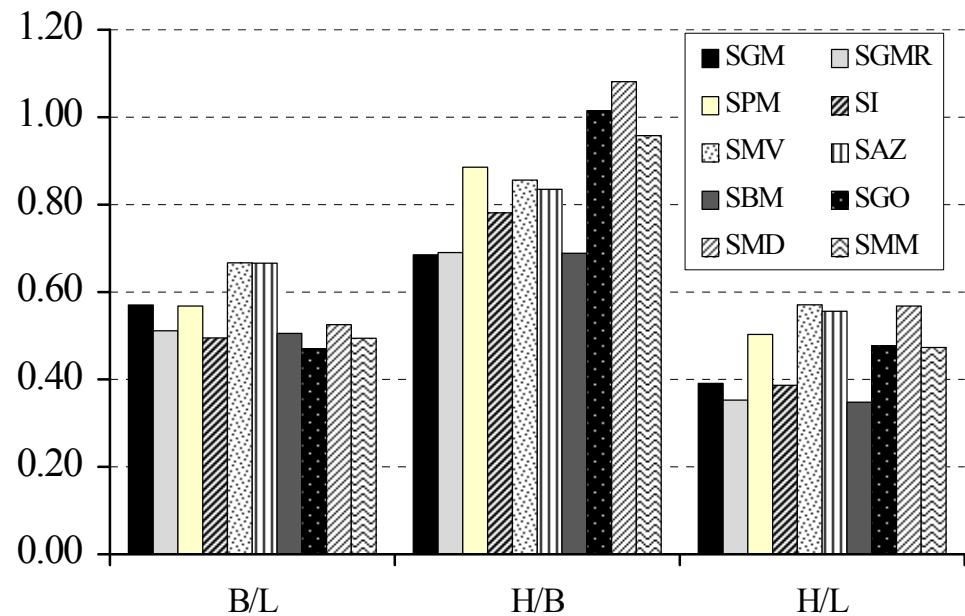


Figura 4: Parametri geometrici semplificati

Dalle piante linearizzate delle dieci chiese è possibile estrarre i cosiddetti “macroelementi” (identificati in Figura 3.4 con le sigle L e T, rispettivamente in direzione longitudinale e trasversale) secondo una procedura, proposta da Mele e De Luca (1999), che tende a sottolineare come, dal punto di vista strutturale, la tridimensionalità dell’edificio monumentale (percepito anche visivamente dal visitatore come caratteristica architettonica) derivi dalla sapiente aggregazione di strutture bidimensionali: i macroelementi.

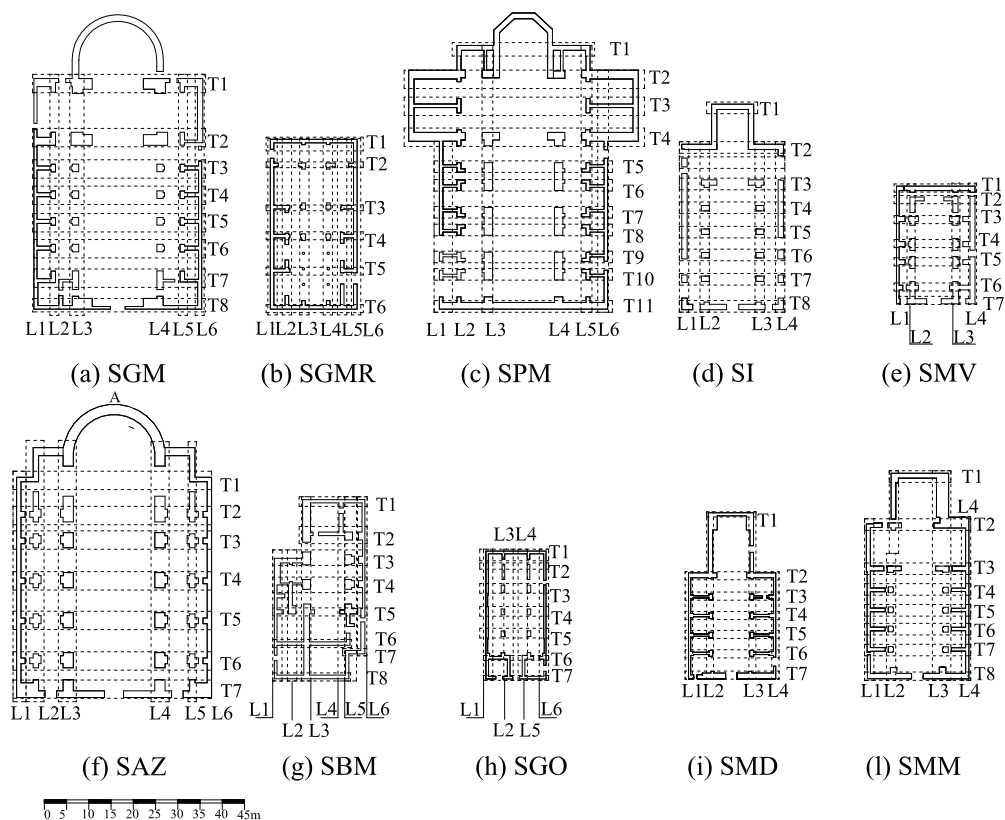


Figura 5: Piante linea rizzate semplificate delle dieci chiese.

Le caratteristiche geometriche, la posizione in pianta e la funzione architettonica di ogni elemento, consentono di individuare le seguenti otto classi di macroelementi morfologicamente simili:

- 1) *macroelemento absidale*;
- 2) *primo arco trionfale*;
- 3) *secondo arco trionfale*;
- 4) *sezione trasversale sulla navata*;
- 5) *facciata*;
- 6) *prospetto longitudinale esterno*;
- 7) *arcata longitudinale interna*;
- 8) *ulteriore arcata longitudinale interna*.

I singoli macroelementi delle dieci chiese, raccolti nelle diverse classi, sono riportati in Figura 6.1 e in Figura 6.2.

1.5 PRIMO STEP DELLA PROCEDURA “A DUE PASSI”: ANALISI LINEARE DEI DIECI CASI DI STUDIO

In questo paragrafo sono riportati i risultati dell'applicazione del primo step dell'analisi “a due passi” illustrata nel paragrafo precedente.













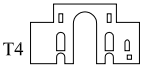

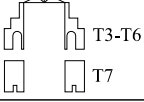
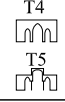

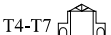



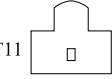


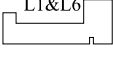




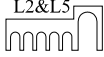







CLASS	SGM	SGMR	SPM	SI	SMV
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

Figure 6.1 Classi di Macroelementi: (1) Abside; (2) Primo arco trionfale; (3) Secondo arco trionfale; (4) Sezione sulla navata; (5) Facciata; (6) Prospetto longitudinale ; (7), (8) Clerestorio delle chiese SGM,SGMR,SPM, SI and SMV .

In particolare, vengono mostrati i risultati delle analisi lineari delle dieci chiese oggetto di studio, con l'obiettivo di effettuare una valutazione comparativa del comportamento globale degli edifici e delle richieste di resistenza che il sisma impone ad essi.

CLASS	SAZ	SBM	SGO	SMD	SMM
1		T1	T1	T1	T1
2	T2				T2
3					T3
4	T3-T6	T4 T5 T6	T3 T4 T5	T3-T6	T4-T7
5	T7	T8	T7	T7	T8
6	L1&L6	L1 L6	L1 L6	L1 L4	L1 L4
7	L3&L4	L2	L2&L5	L2&L3	L2&L3
8	L2&L5	L3 L5			

Figure 6.2 Classi di Macroelementi: (1) Abside; (2) Primo arco trionfale; (3) Secondo arco trionfale; (4) Sezione sulla navata; (5) Facciata; (6) Prospetto longitudinale ; (7), (8) Clerestorio delle chiese SAZ,SBM,SGO, SMD and SMM

Nel paragrafo successivo, invece, i singoli macroelementi verranno

analizzati con analisi statiche non lineari. Le analisi elastiche dei casi di studio sono state condotte utilizzando il codice di calcolo SAP2000 (CSI 2000) sui modelli tridimensionali delle 10 chiese derivanti dall'assemblaggio nello spazio dei vari macroelementi trasversali e longitudinali descritti in precedenza. Tali modelli globali sono stati "montati" in modo da non modificare la geometria assunta per simulare i singoli macroelementi delle chiese, ovvero rispettando le geometrie delle piante linearizzate.

Nel modellare le chiese sono stati utilizzati elementi shell per le murature ed elementi frame per le eventuali colonne o capriate (Figure 7). In Tabella 1 sono riportati il numero di nodi e di elementi impiegati nella modellazione delle dieci basiliche.

Per la muratura di tufo si sono assunti i seguenti parametri meccanici:

- modulo di elasticità: $E=1100\text{MPa}$;
- coefficiente di Poisson: $\nu=0.1$;
- peso specifico: $\gamma=16\text{kN/m}^3$.

Al fine di simulare gli effetti delle connessioni orizzontali con le strutture verticali, sono state fatte due ipotesi differenti: una prima in cui gli elementi di copertura in legno o ferro sono modellati come semplici elementi tipo asta (ipotesi nel seguito indicata con SIR), e una seconda con piani rigidi alle differenti quote e zone dell'edificio realizzati con vincoli del tipo "rigid diaphragm" (ipotesi nel seguito indicata con IR).

Le analisi sismiche delle singole chiese sono state separate nelle due direzioni fondamentali e sono stati valutati i tagli alla base totali e la ripartizione dello stesso tra i diversi macro-elementi. In Tabella 2, sono riportati i valori del taglio sismico alla base, V_{tot} , il peso totale della struttura W_{tot} , e il rapporto, V_{tot}/W_{tot} .

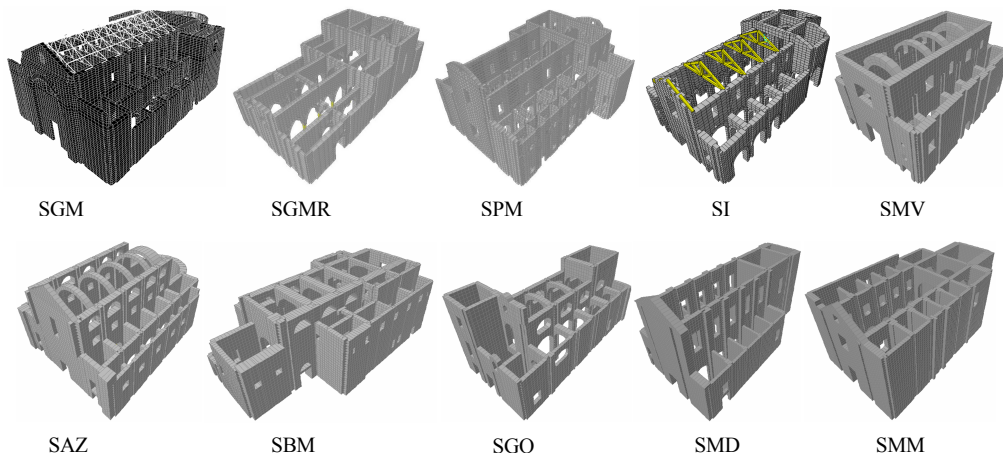


Figure 7. Modelli tridimensionali delle chiese

	SGM	SGMR	SPM	SI	SMV	SAZ	SBM	SGO	SMD	SMM
n.Shells	13966	5924	12349	5572	10348	9307	11522	8696	12956	19667
n.Frames	256	8	0	56	0	0	0	0	0	0
n.Nodes	16126	6401	13777	5941	10911	10017	12177	9319	13364	25567

Tabella 1. Numero di shell-elements, frame-elements e nodi del modello

Per ciascuna chiesa, è stata computata come si evince dalle Figure 8 e 9, il taglio totale assorbito e la ripartizione dello stesso tra i diversi macro-elementi in termini di V_i/V_{tot} ; in particolare, in Figure 8 sono riportati i tagli relative alla distribuzione lungo la direzione trasversale mentre in Figure 9 gli analoghi risultati in direzione longitudinale. In entrambi i casi ci si riferisce e alla condizione di assenza e di presenza di impalcato rigido.

	SGM	SGMR	SPM	SI	SMV	SAZ	SBM	SGO	SMD	SMM
$V_{tot}(KN)$	52591	11944	65565	17859	11469	61112	18635	5172	18081	33738
$W_{tot}(KN)$	164728	35973	221164	53788	42830	290808	56123	21808	54455	101612
% W_{tot}	32	33	30	33	27	21	33	23	33	33

Tabella 2. Taglio sismico alla base

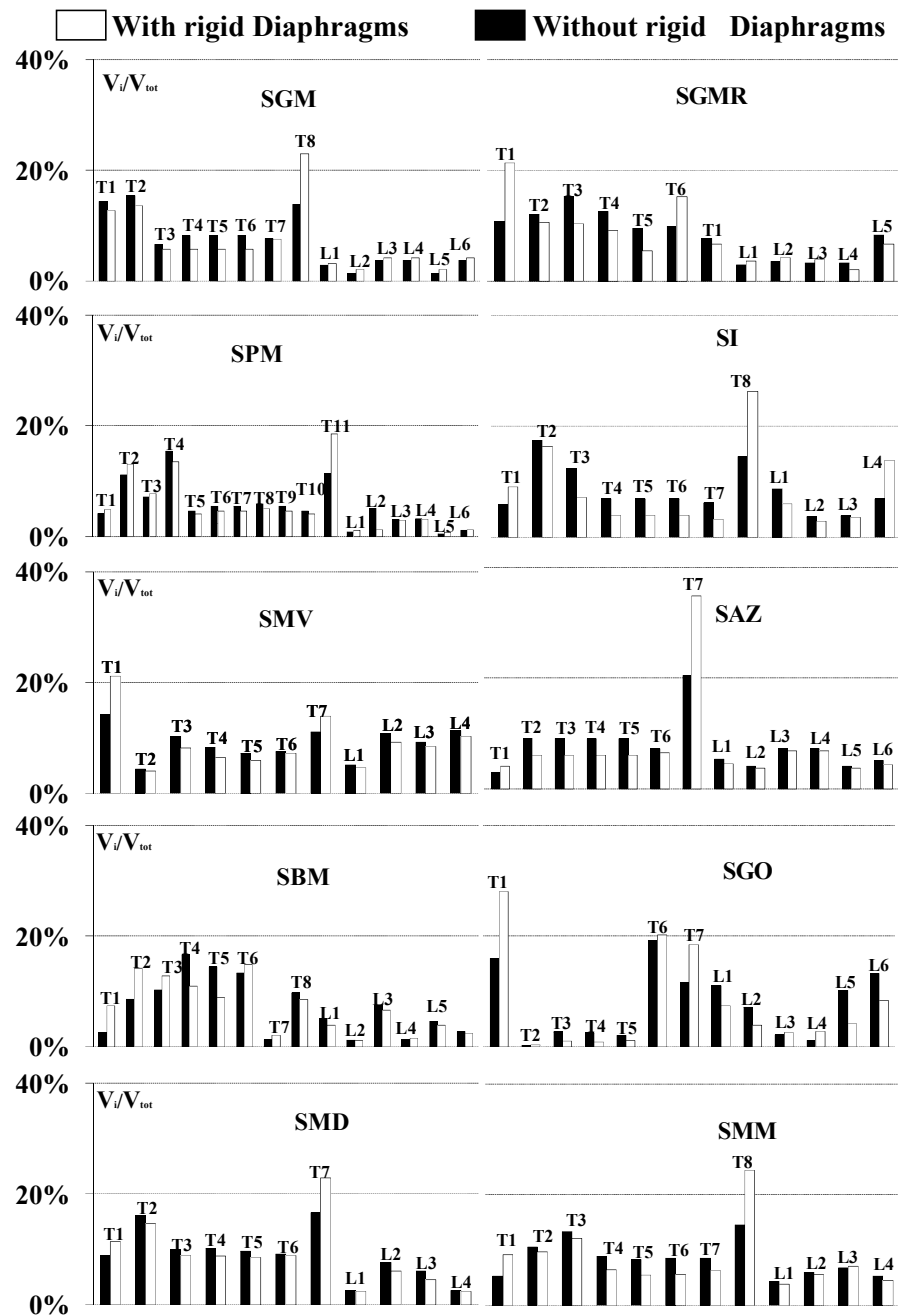


Figura 8. Distribuzione del taglio tra i macroelementi in direzione trasversale.

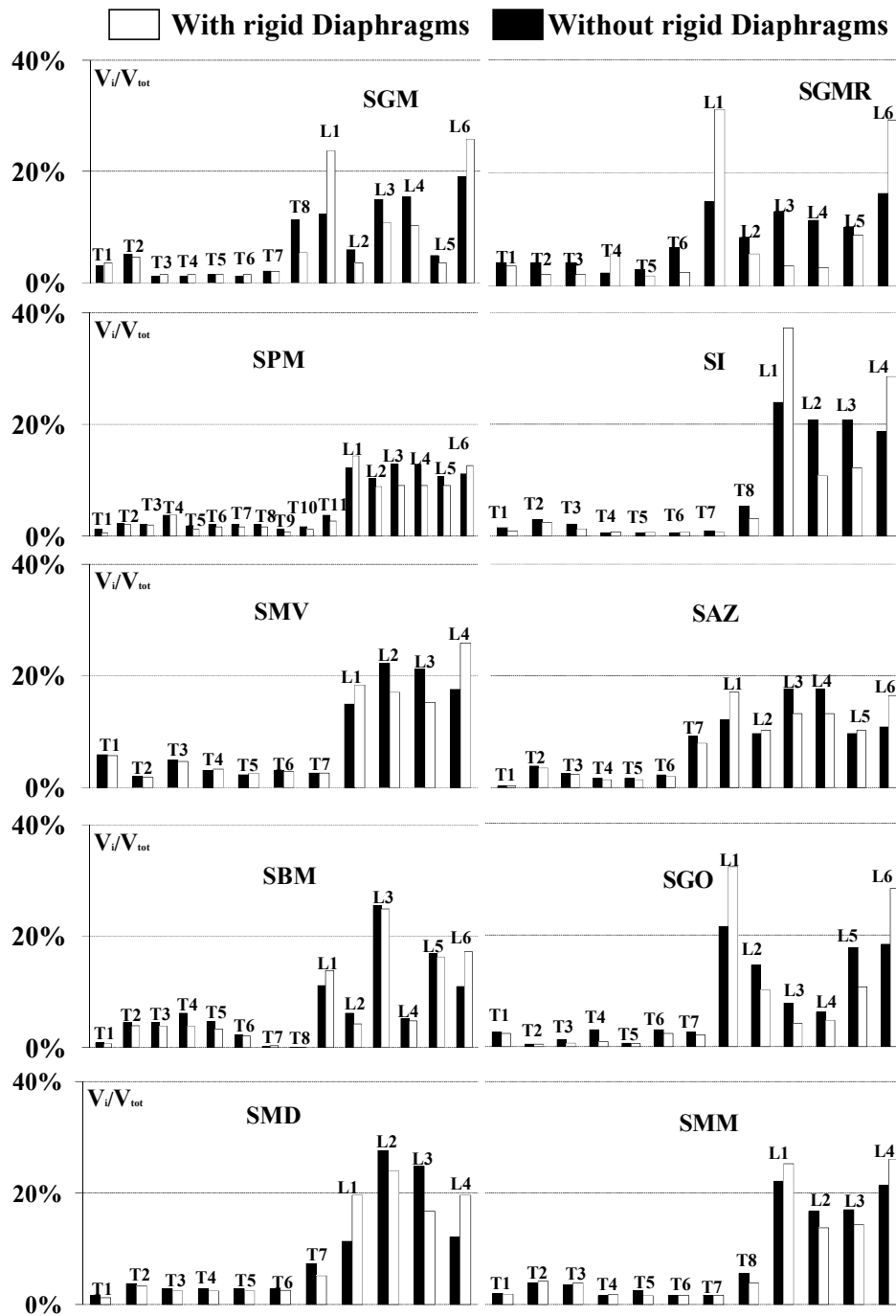


Figura 9. Distribuzione del taglio tra i macroelementi in direzione longitudinale.

1.5.1 Edifici senza impalcati rigidi

Per le chiese prive di diaframma rigido (SIR), le analisi statiche in entrambe le direzioni, evidenziano una concentrazione di sollecitazioni negli elementi più rigidi. In particolare, col sisma in direzione trasversale, i maggiori cimenti si hanno negli elementi perimetrali, quali la facciata e l'abside, e nelle zone del transetto; in direzione longitudinale, le sollecitazioni maggiori si hanno in corrispondenza degli elementi perimetrali e nelle arcate di separazione tra la navata principale e quelle laterali.

1.5.2 Edifici con impalcati rigidi

Le analisi delle chiese dotate di impalcati rigidi (IR), mettono in evidenza la caratteristica del trasferimento delle azioni dagli elementi meno rigidi a quelli più rigidi. Gli elementi perimetrali, generalmente, assorbono un'aliquota maggiore rispetto al modello senza impalcati rigidi.

In definitiva, come ci si aspettava, i macroelementi che subiscono un incremento delle sollecitazioni per effetto dei diaframmi rigidi di piano sono quelli perimetrali, mentre tutti gli altri elementi, meno rigidi, presentano una riduzione di sollecitazione.

1.5.3 Contributo degli elementi fuori piano

Dalle analisi effettuate sui dieci casi di studio con (IR) e senza (SIR) impalcati rigidi, si può desumere anche il contributo offerto dagli elementi ortogonali alla direzione del sisma. Tali contributi si possono rilevare dagli istogrammi delle figure precedenti e dalla Figura 10. Globalmente, per sisma in direzione trasversale nello schema senza impalcati rigidi, circa il 25% dell'azione esterna, è assorbito dagli elementi disposti in direzione ortogonale all'azione sismica. Nella chiesa SGO, in particolare, si misura un valore elevato (45%) di

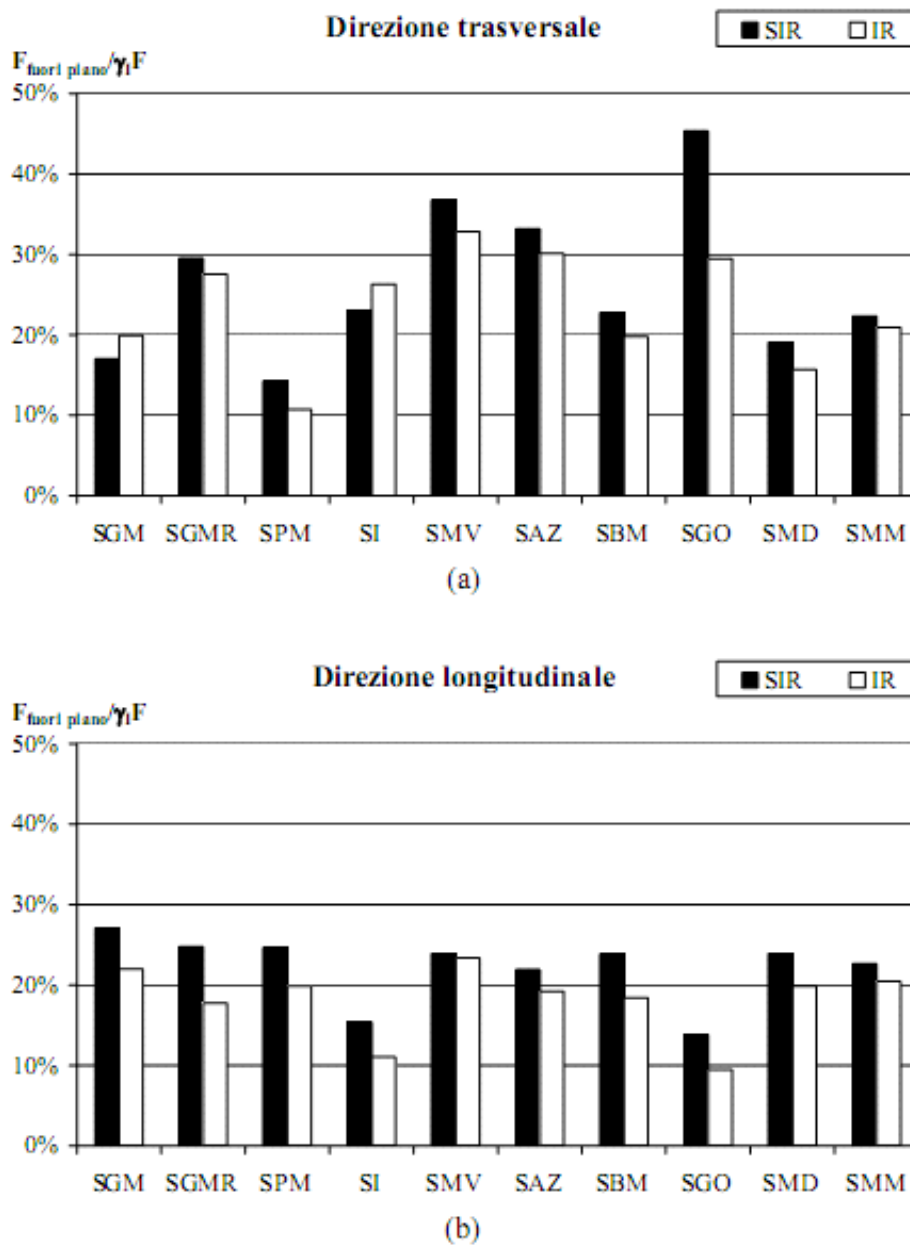


Figura 10. Contributo all'assorbimento del taglio da parte degli elementi fuori-piano.

taglio assorbito dagli elementi trasversali; ciò è dovuto al

fatto che gli unici macroelementi trasversali presenti in tale basilica sono le due pareti esterne, mentre i macroelementi trasversali interni sono costituiti da arcate caratterizzate da elevate percentuali di foratura, e quindi poco rigide (globalmente questi macroelementi assorbono, rispettivamente, il 3% del taglio sismico in assenza di diaframma (SIR) e il 7% in presenza di impalcato rigido (IR)). Analogamente in direzione longitudinale, nello schema senza impalcato rigido, il 20% dell'azione esterna è assorbito dagli elementi disposti in direzione ortogonale all'azione sismica. Si può, inoltre, dedurre che il contributo degli elementi ortogonali negli schemi con impalcato rigido è leggermente inferiore rispetto al caso di chiese in assenza di diaframmi e che, in direzione trasversale, si ha un assorbimento maggiore che longitudinalmente.

1.5.4 Comportamento dinamico delle chiese

Il comportamento dinamico delle chiese analizzate è stato dettagliatamente valutato e approfondito osservando per ciascun caso di studio le forme modali principali, connesse cioè alle percentuali maggiori di massa partecipante, sia in caso di presenza che di assenza di impalcato rigido. Nella Figura 11, sono riportati i valori fondamentali dei periodi associate ai modi di vibrazione fondamentali. Come si osserva, i periodi

di vibrazione degli edifici sono compresi in valori tra 0.4 sec e 0.6 sec, ad esclusione delle sole chiese di SAZe SGO che hanno periodi più alti (0.8s and 0.7s, rispettivamente).

Nei modelli con impalcato rigido, il periodo decresce di circa 0.2 secondi per tutti i casi esaminati ad eccezione della chiesa di SAZ che ha un periodo fondamentale di 0.55 sec dovuto alle grandi dimensioni della fabbrica e quindi all'elevato peso proprio. Il caso particolare è quello della chiesa di SMD che ci fornisce valori di periodo uguali in entrambe le condizioni, seppur i due valori siano diversi perché connessi a due modi di vibrazione differenti.

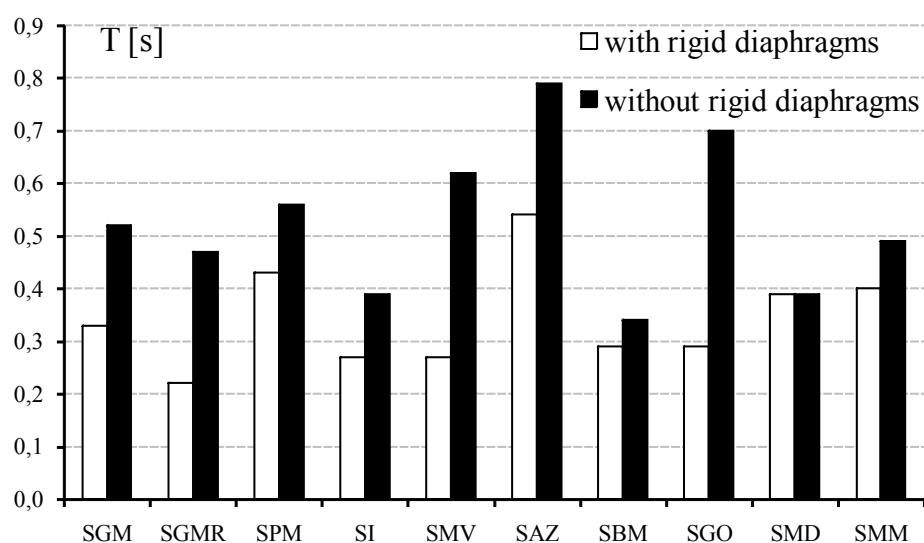


Figura 11. Periodi di vibrazione delle chiese.

Nella Tabella 4, sono riportati i valori dei modi necessari all'attivazione del 85% di massa partecipante, in entrambe le direzioni e in presenza ed assenza di impalcato rigido. Si può osservare che il numero dei modi è in genere compreso tra 20 e 65 nel caso di presenza di impalcato rigido; questo numero cresce passando nel caso di assenza di impalcato rigido mantenendosi in un range di 40-100 modi per la direzione trasversale e un più alto valore per quella longitudinale.

Dall'osservazione delle principali forme modali(che qui non sono riportate ma che possono essere desunte da ()), si nota come ci siano delle forti deformazioni fuori piano e come le strutture siano in genere dotate di bassa rigidità torsionale.

		SGM	SGMR	SPM	SI	SMV	SAZ	SBM	SGO	SMD	SMM
Trans. direction	With RD	46	13	65	35	50	20	53	63	40	60
	Without RD	73	68	57	44	89	53	60	95	100	100
Long. direction	With RD	39	11	65	19	51	37	29	57	23	61
	Without RD	64	71	84	63	93	78	60	94	87	100

Tabella 4. Numero dei modi necessari al raggiungimento dell'ottantacinque percento della massa partecipante.

1.6 SECONDO STEP DELLA PROCEDURA “A DUE PASSI”: ANALISI NON LINEARE SUI MACROELEMENTI.

Concluso il primo step della procedura “a due passi”, che ha fornito importanti indicazioni circa la ripartizione dell’azione sismica, in questo paragrafo si passa alla seconda fase della procedura che, come anticipato nel primo capitolo, consiste nel sottoporre ciascuno dei macroelementi che costituiscono l’organismo strutturale delle chiese, ad analisi non lineari agli elementi finiti. Le analisi FEM sugli elementi bidimensionali sono state condotte utilizzando il codice di calcolo ABAQUS (HKS 2004) con il modello di materiale “a fessurazione diffusa”. Lo scopo di queste analisi è quello di ricavare per ciascun macroelemento una previsione del comportamento fino alla condizione di rottura, ovvero, di valutare il moltiplicatore λ delle forze orizzontali che porta al collasso dell’elemento stesso.

Nel Capitolo IV verrà ampiamente affrontato il problema della calibrazione del modello e della valutazione del moltiplicatore di collasso attraverso diversi codici di calcolo, valutando l’applicabilità degli elementi finiti per la valutazione della capacità ultima di struttura in muratura. In questa fase ci limiteremo a riportare i risultati delle analisi applicate ai macroelementi delle dieci chiese oggetto di studio. Le forze agenti sui macroelementi sono state applicate ai modelli FEM in due distinti step di carico:

- step 1: applicazione dei carichi gravitazionali dovuti al peso proprio dei materiali ed agli scarichi delle coperture;
- step 2: applicazione di un sistema di forze orizzontali, che vengono scalate, mantenendo invariati i rapporti relativi tra le stesse, in modo da far crescere con legge monotona lo spostamento orizzontale di un puntodi controllo, fino al raggiungimento delle condizioni ultime. Le forze orizzontali sono state applicate nelle due direzioni secondo una distribuzione proporzionale alle masse.

Tutti i macroelementi delle chiese sono stati analizzati e i risultati saranno mostrati in termini di curve push-over, tensore plastico e

deformata ultima al fine di avere chiaro il meccanismo di collasso individuato dall'analisi FEM e il valore del moltiplicatore ultimo per ciascuna classe di macroelementi.

1.6.1 Facciata

Nelle Figura 12 che segue si riporta, per le facciate delle dieci chiese in esame, le curve di pushover e le configurazioni deformate con rappresentazione vettoriale del tensore di tensione in corrispondenza dell'ultimo incremento di carico. Dall'esame delle curve carico-spostamento, si evince un comportamento sensibilmente lineare fin quasi al raggiungimento della resistenza massima. La rappresentazione vettoriale delle tensioni mostra chiaramente la tendenza alla formazione di puntoni nelle zone di fascia sovrastante l'apertura centrale e nel maschio sottovento. Le facciate, quindi, evidenziano il classico comportamento di parete tozza. Fa eccezione la chiesa di SGO che, per sisma diretto da destra verso sinistra, mostra una tendenza allo scollamento della parte sinistra della parete; a differenza delle altre facciate, per SGO, la curva di pushover mostra un comportamento non fragile, con un ramo plastico caratterizzato da aumenti di deformazioni sotto carico sensibilmente costante.

E' possibile osservare che la portanza alle azioni orizzontali varia nell'intervallo 50÷80%, ad eccezione di SGMR ($\mu=139\%$) che, presentando solo una piccola apertura in sommità, si comporta come un pannello pieno.

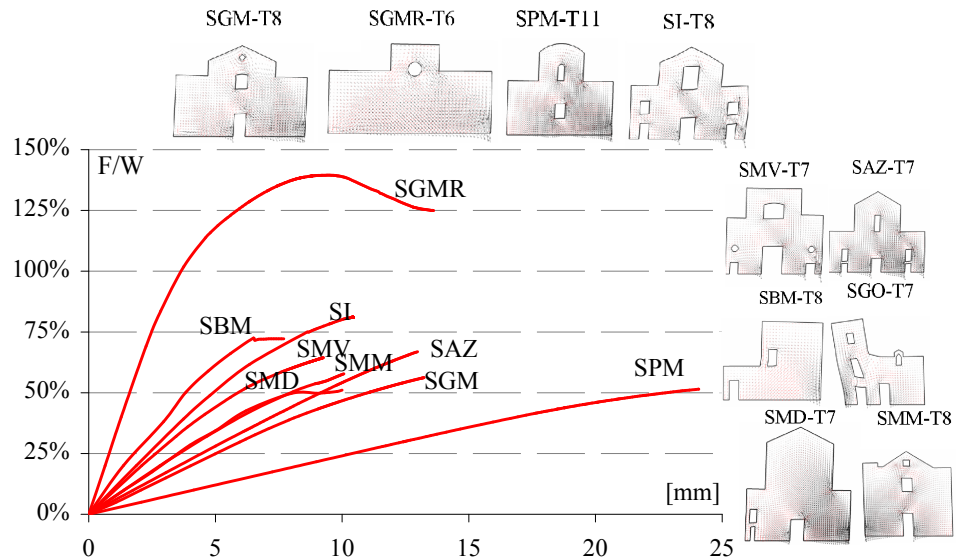


Figura 12. Curve push-over per la classe di macroelementi Facciata.

1.6.2 Arco trionfale

Nella Figura 13 che segue si riporta per la classe dei macroelementi relativa al primo arco trionfale delle dieci chiese in esame, le curve di pushover e le configurazioni deformate con rappresentazione vettoriale del tensore di tensione in corrispondenza dell'ultimo incremento di carico. Le curve convenzionali carico-spostamento di SGM, SI e SAZ presentano un comportamento marcatamente lineare fin quasi al raggiungimento della resistenza massima assunta in corrispondenza del punto d'arresto dell'analisi ABAQUS. A riguardo bisogna dire che le analisi si arrestano probabilmente a seguito dell'apertura delle lesioni, come è possibile desumere dalla rappresentazione vettoriale del tensore di tensione, ma dall'andamento fornito, marcatamente lineare, ci si pone qualche riserva sul fatto che quel valore d'arresto sia poi effettivamente la resistenza massima che i macroelementi possano fornire. Difatti, una volta attinta la fessurazione,

le analisi non possono più procedere in quanto si dovrebbe prevedere un cambiamento di geometria che permetta di aprire effettivamente tali fessure.

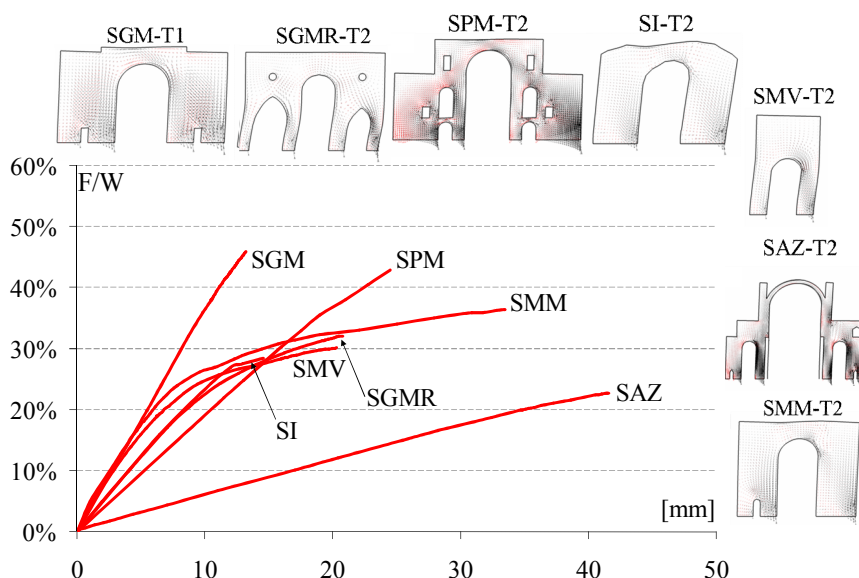


Figura 13. Curve push-over per la classe di macroelementi Arco-trionfale.

Tale possibilità non è consentita nel tipo di modello adottato, che porta in conto il processo fessurativo interamente per via costitutiva, mantenendo la geometria fissa. Queste chiese, insieme a SMM, mostrano, inoltre, una tendenza alla formazione di un meccanismo di collasso misto, con presenza di fessure alla base dei piedritti e nell'arco, rispettivamente, all'intradosso a sinistra e all'estradosso a destra. Le chiese di SGMR e SMV invece, mostrano l'attitudine ad un meccanismo di piano.

1.6.3 Sezione trasversale sulla navata

In merito al macroelemento sezione trasversale sulla navata, le curve di capacità e le deformate delle Figura 14 evidenziano che:

- SGMR e SGO manifestano la tendenza al meccanismo di piano, con possibile formazione di fessure in testa ed al piede dei piedritti. Le curve di pushover presentano un andamento sensibilmente lineare fino alla resistenza massima, seguito da un decadimento, repentino per SGMR e dolce per SGO, dovuto al raggiungimento della fessurazione nelle zone tese;
- SMV ,SAZ e SBM mostrano un meccanismo di collasso misto simile a quello descritto per gli archi trionfali, con formazione di fessure ai piedi dei piedritti e nell'arco;
- SGM e SMD manifestano la tendenza al collasso per ribaltamento della parte superiore delle pareti, con formazione di cerniere cilindriche orizzontali nella sezione in cui si restringe il profilo dei piedritti. La curva di capacità di SGM è lineare fino a rottura ,mentre quella di SMD presenta una graduale riduzione di resistenza causata dalla formazione delle fessure;
- le chiese di SPM e SMM tendono a collassare per ribaltamento dei piedritti, con formazione di fessure alla base degli stessi.
Le curve $\lambda-\delta$ mostrano un comportamento praticamente lineare fino al collasso;
- SI mostra un meccanismo di collasso misto, caratterizzato dalla formazione di fessure nella sezione di variazione dello spessore, per il piedritto sopravento, da cerniere alla base dei maschi e nell'arco del piedritto sottovento. La curva di pushover, ad eccezione del tratto iniziale, presenta un comportamento marcatamente non lineare.

Si sono confrontati i moltiplicatori di collasso misurati per i diversi macroelementi trasversali esaminati. Si nota come la capacità λ vari, all'incirca tra il 15% ed il 25% per tutte le chiese, ad eccezione di SGMR, con $\lambda=48\%$, e delle chiese di SGO e SMD, che presentano entrambe $\lambda=6\%$.

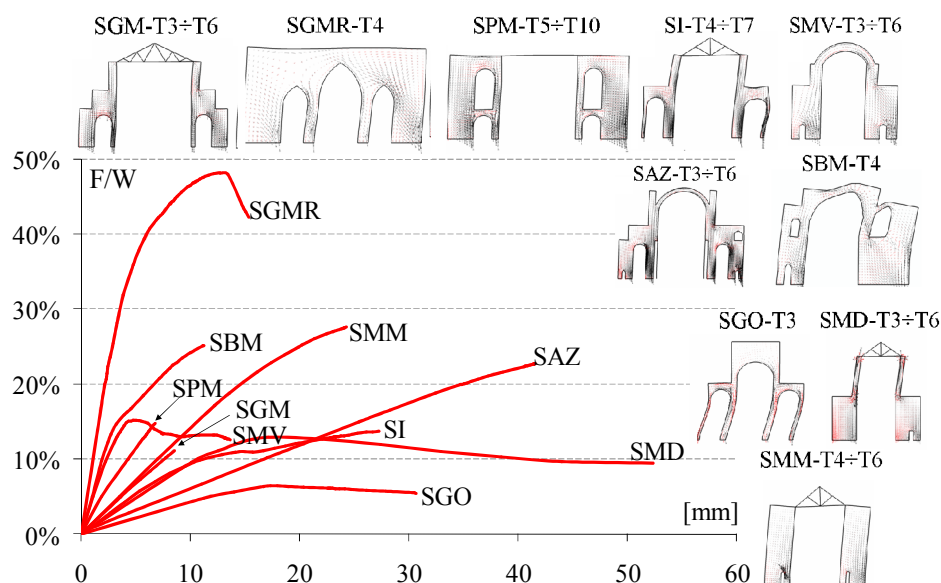


Figura 14. Curve push-over per la classe di macroelementi Sezione trasversale.

1.6.4 Arcate

Nelle Figura 15 che segue si riporta, per i macroelementi arcata longitudinale interna delle dieci chiese in esame, le curve di pushover e le configurazioni deformate con rappresentazione vettoriale del tensore di tensione in corrispondenza dell'ultimo incremento di carico.

Per tale tipologia di macroelemento, è evidente un comportamento molto prossimo a quello che si può definire “tipo a telaio”, caratterizzato cioè dalla presenza di un traverso e di tre o più piedritti. Dalle curve convenzionali carico-spostamento, riportate per le due direzioni di applicazione del carico, si evince un comportamento non perfettamente simmetrico nelle due direzioni, non tanto in termini di rigidezza quanto in termini di resistenza. Sempre da suddette curve si osserva un comportamento sensibilmente lineare fin quasi al

raggiungimento della resistenza massima, dopodichè le analisi si arrestano per l'apertura delle lesioni. Per le varie chiese, il moltiplicatore di collasso del macroelemento arcate varia tra il 20 ed il 40% , ad eccezione di SGM ($\lambda=14\%$), che presenta colonne più snelle rispetto agli altri macroelementi, e di SGMR, che ha una capacità maggiore ($\lambda=54\%$), perché il macroelemento è caratterizzato da percentuali di foratura contenute.

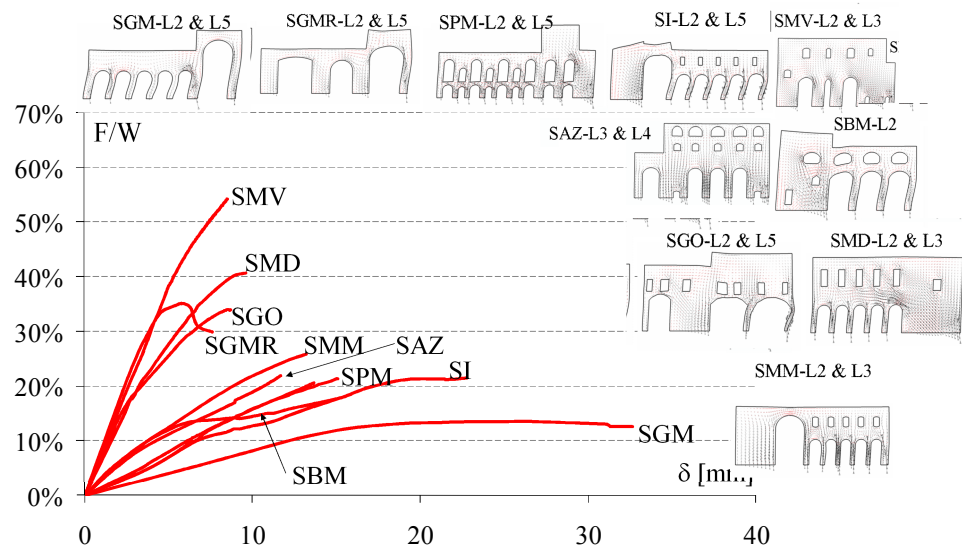


Figura 15. Curve push-over per la classe di macroelementi Arcate longitudinali

1.6.5 Prospetto longitudinale

Dall'osservazione delle curve di pushovere delle deformate con rappresentazione del tensore di tensione riportate nelle Figure 16 che seguono, si distinguono tre diversi tipi di comportamento per i prospetti longitudinali. I macroelementi delle chiese di SMV, SAZ, SBM, SMD e SMM mostrano un comportamento da parete piena, con curve di capacità lineari fino al termine delle analisi. Per i prospetti di SGM e SGO, invece, si nota la tendenza al distacco

delle parti terminali con conseguente ribaltamento. Le curve di capacità relative al SGM, mostrano un andamento praticamente lineare fino al collasso, mentre per il prospetto di SGO le curve mostrano una elevata capacità di deformazione plastica.

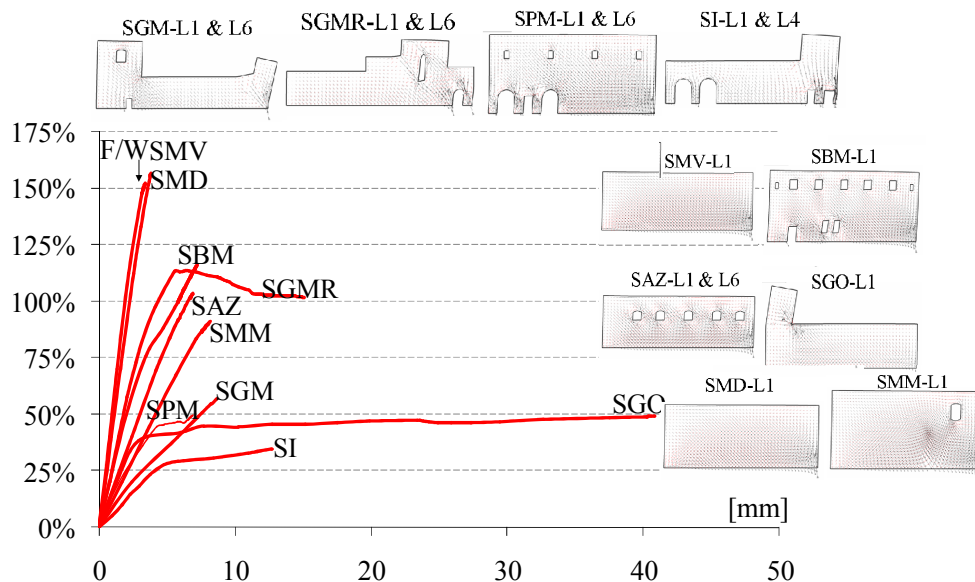


Figura 16. Curve push-over per la classe di macroelementi Prospetto longitudinale.

Per le rimanenti chiese SGMR, SPM e SI si osserva la formazione di puntoni nei piedritti con fessurazione in testa ed al piede. Le curve di pushover mostrano un andamento lineare fin quasi al raggiungimento della massima resistenza, seguito da un decadimento più o meno repentino a seconda dei casi. Il confronto fra le capacità mostra una maggiore variabilità rispetto alle classi di macroelementi esaminate nei paragrafi precedenti; in particolare, si osservano:

- valori di λ compresi tra 100 e 150%, per le chiese che presentano prospetti longitudinali assimilabili a pareti piene (SMV, SAZ, SBM, SMD e SMM);
- λ pari al 50% circa, per le chiese di SGM e SGO;
- λ variabili tra 30 e 50%, per i macroelementi delle chiese

di SGMR, SPM e SI.

1.7 CONFRONTI FRA RICHIESTE ELASTICHE E CAPACITA' DEI MACROELEMENTI

Negli istogrammi delle Figura 17 che seguono è riportato il confronto tra le richieste elastiche e le capacità, adimensionalizzate rispetto al peso totale W_i del macroelemento.

Si può osservare che, in quasi tutti i macroelementi delle dieci chiese, le risorse risultano inferiori alla domanda. Solo alcuni macroelementi di estremità (come la facciata, i prospetti longitudinali o i macroelementi che delimitano la zona del transetto) presentano una resistenza superiore alla richiesta elastica. In taluni casi, inoltre, la capacità risulta inferiore o superiore alla richiesta, a seconda che si sia utilizzata la schematizzazione con impalcati rigidi (IR), ovvero quella priva di tali impalcati (SIR). Ad esempio, nel macroelemento L1 di SGM, la richiesta elastica nel modello con diaframmi è di gran lunga superiore alla capacità restituita dalle analisi non lineari, capacità che è invece a sua volta superiore alla richiesta ottenuta in assenza dei diaframmi rigidi. Ciò evidenzia come l'introduzione di impalcati rigidi quali solai in c.a. comporta da un lato dei benefici, in quanto riduce le sollecitazioni nei macroelementi interni, dall'altro lato porta a sovraccaricare i macroelementi più rigidi, che pertanto possono divenire vulnerabili in presenza di diaframmi rigidi, pur non essendolo in assenza di solai rigidi nel piano.

1.8 CONCLUSIONI

In questo capitolo è stato esaminato il comportamento sismico dei dieci edifici ecclesiastici oggetto di studio. In particolare, si sono mostrati i risultati delle analisi statiche e modali sugli schemi di edifici con (IR) e senza (SIR) l'inserimento di impalcati rigidi alla quota delle coperture. Le analisi sugli schemi nell'ipotesi di assenza del

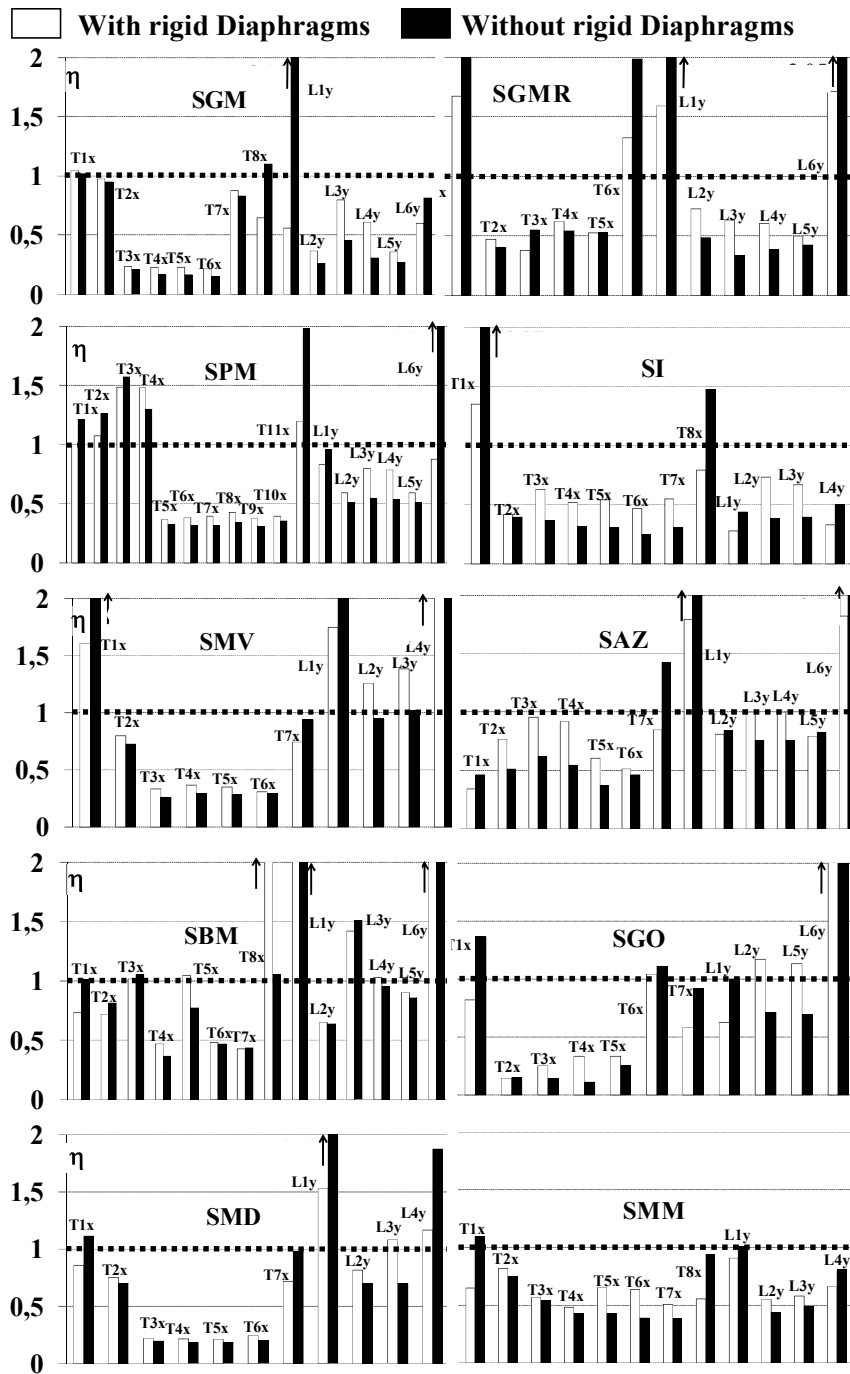


Figura 17. Confronto tra la capacità ultima e la richiesta elastica.

diaframma rigido (SIR), hanno messo in evidenza la complessità del comportamento dinamico di questa tipologia edilizia e la particolare vulnerabilità alle azioni sismiche. La distribuzione delle forme modali per tutti gli edifici analizzati, inoltre, ha mostrato basse rigidezze torsionali e trasversali dell'edificio e significative deformazioni degli elementi fuori dal piano. Questi problemi sono attenuati nella risposta di edifici con i diaframmi rigidi (IR), caratterizzati da una rigidezza globale maggiore, specialmente di tipo torsionale, e un comportamento più monolitico. L'introduzione di impalcati rigidi porta ad un miglioramento globale degli edifici anche se tale effetto non è completamente benefico: essendo le quote in cui sono allocati i piani rigidi differenti (la navate principali hanno un'altezza generalmente maggiore delle navate secondarie) è possibile rilevare alcune discontinuità nei modi di deformazione; è stato inoltre rilevata una concentrazione di sollecitazioni negli elementi più rigidi degli edifici (elementi di facciata e zona del transetto) i quali assorbono un'aliquota maggiore del taglio totale esterno rispetto allo schema senza impalcati rigidi. In direzione longitudinale gli elementi perimetrali, più rigidi di quelli centrali, sono sollecitati in misura

sensibilmente maggiore rispetto al caso di edificio senza diaframmi, mentre gli elementi centrali risultano scaricati. In questo capitolo è stato applicato alle dieci basiliche oggetto di studio, il secondo step della procedura di analisi "a due passi". In particolare, tutti i macroelementi costituenti le basiliche sono stati sottoposti ad analisi non lineari agli elementi finiti utilizzando il codice di calcolo ABAQUS con un modello "a fessurazione diffusa", in cui si considera la geometria fissa e il processo fessurativo è interamente introdotto attraverso leggi costitutive.

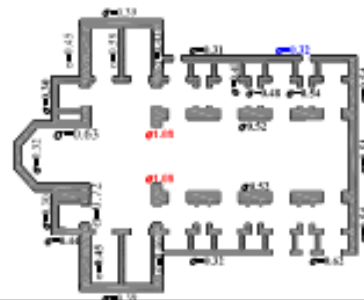
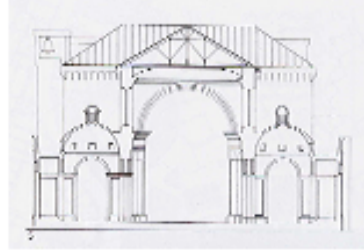
Le analisi hanno consentito di valutare la capacità di ciascun macroelemento e di conoscere il meccanismo di collasso che può, presumibilmente, attivarsi sotto forze orizzontali.

In ogni caso, dal confronto tra dette capacità e le richieste elastiche ricavate dalle analisi lineari riportate nel precedente capitolo, si è

visto che gran parte dei macroelementi non sono in grado di resistere all'azione del terremoto.

Bisogna porre l'attenzione al fatto che i macroelementi delle chiese, per quanto complessi e articolati sono però facilmente riconducibili a forme semplici come quella del portale e dell'arco. Al fine di effettuare un confronto con i risultati delle analisi non lineari in termini di moltiplicatori di collasso, si è allora effettuato uno studio per la valutazione della capacità ultima di schemi semplici di portali e archi in muratura, prima analizzati con le metodologie semplificate dell'analisi limite e poi con l'applicazione specifica delle procedure di analisi non lineare, come verrà specificato nei capitoli successivi.

S. Paolo Maggiore



-Global Dimensions

Height=33m; Length=66m; Width=38m

-System of roofs

Principal Nave: Timber truss

Lateral Chapel: Domes

Transept: Timber truss

Apse: Barrel Vault

S. Ippolito



-Global Dimensions

Height=18m; Length=47m; Width=23m

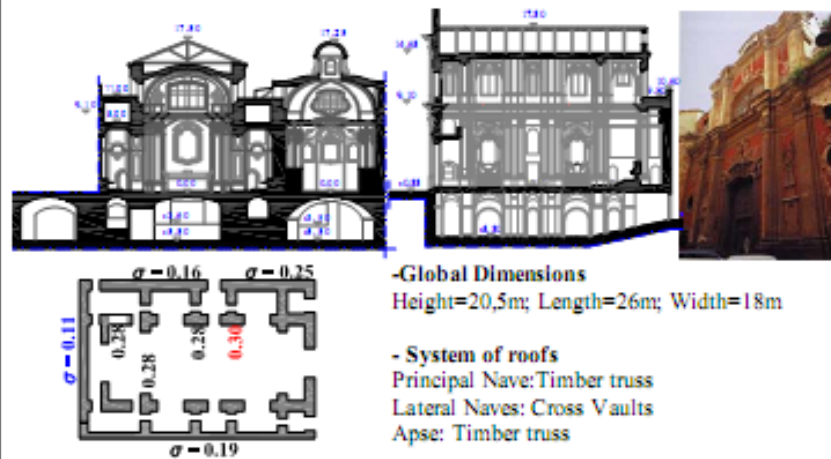
-System of roofs

Principal Naves: Timber truss

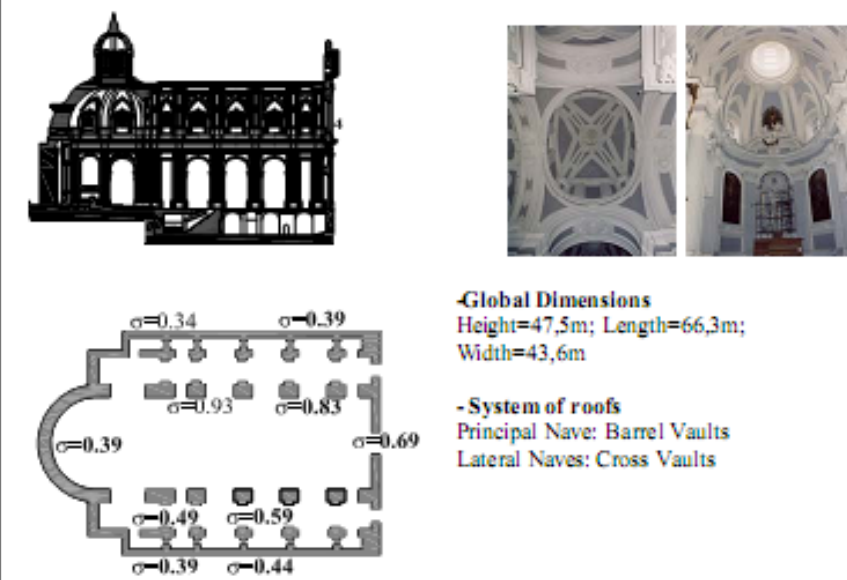
Lateral nave: Cross Vaults

Transept: Timber truss

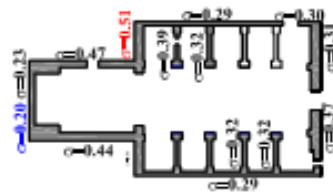
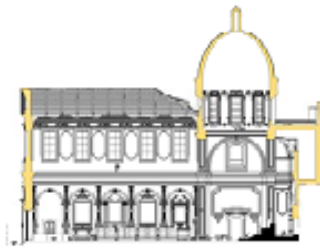
S.Maria in Vertecoeli



S. Agostino alla Zecca



S. Maria in Donnaromita



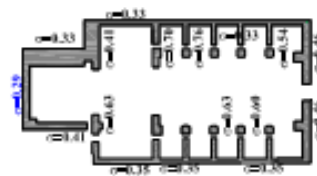
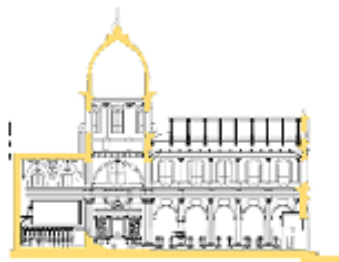
-Global Dimensions

Height=21m; Length=44,9m;
Width=25,3 m

-System of roofs

Principal Nave: Timber Truss
Lateral Naves: Barrel Vaults
Transept: Dome

S. Maria in Monteverginella



-Global Dimensions

Height=21m; Length=44,9m;
Width=25,3 m

-System of roofs

Principal Nave: Timber Truss
Lateral Naves: Barrel Vaults
Transept: Dome

Capitolo II

CAPACITA' ULTIMA DI PORTALI IN MURATURA :EFFETTO DEL CARICO E DELLA GEOMETRIA

2.1 PREMESSA

Il comportamento delle strutture in muratura sotto azione sismiche non può essere semplificato né può essere prevedibile come invece succede per le strutture in acciaio e per le strutture in calcestruzzo. Sono, infatti, innumerevoli le difficoltà nella modellazione e nell'analisi di questa tipologia di edifici spesso complessi e nella modellazione del materiale muratura che presenta un comportamento fortemente anisotropo e disomogeneo.

Da un punto di vista meccanico, la simulazione del comportamento di strutture murarie attraverso l'applicazione dell'analisi FEM non fornisce risultati totalmente attendibili, in relazione alla forte dipendenza a parametri specifici, quali la dipendenza dalla mesh, la sensibilità ai parametri caratteristici del materiale e i problemi di convergenza della soluzione.

Abbiamo sottolineato anche nel capitolo precedente come sia possibile in maniera del tutto semplificata, ricondurre forme complesse dei

macroelementi a forme molto più semplificate di archi e portali in muratura, come si evince dalla Figura 1.

Sicché la definizione della capacità ultima dei macroelementi può essere individuata analizzando le singole forme semplificate di portali e archi per poi estendere i risultati a forme più complesse, attraverso l'utilizzo di metodologie semplificate che attraverso l'esclusione della dipendenza dai parametri precedentemente definiti e passando alla valutazione della capacità in dipendenza dalla sola geometria, possa fornire un'idea della portanza ultima.

L'applicazione dell'analisi limite nello studio del collasso di elementi strutturali soggetti a carico sismico, può essere uno strumento utilissimo, in quanto semplificando le assunzioni sul materiale e sul meccanismo di collasso, può permettere di desumere la capacità degli elementi come funzione della sola geometria, con il vantaggio di cogliere al meglio gli aspetti relativi al meccanismo di danno attivabile.

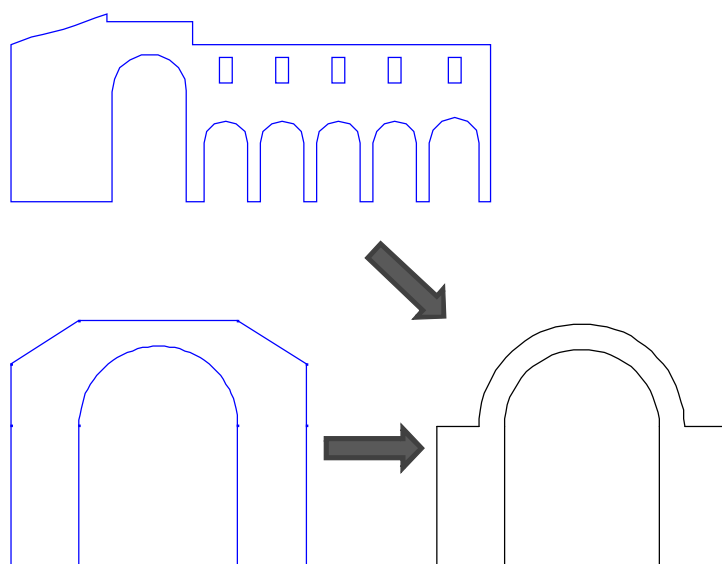


Figura 1: Semplificazione dei macro-elementi in portali e archi semplici.

A questo proposito, in questo capitolo si riportano i risultati dell'applicazione dei principi dell'analisi limite per lo studio di elementi semplici di portali in muratura, mentre nel successivo lo stesso discorso

verrà affrontato per gli archi. Viene proposta una formula semplificata per la valutazione della capacità portante sotto azioni orizzontali di portali in muratura, in dipendenza di parametri che governano i meccanismi, snellezza globale H/D , snellezza delle pile B/D , e snellezza delle trave t/H , sono identificati e commentati, al fine di ottenere l'espressione in forma chiusa come sola funzione dei parametri geometrici precedentemente definiti. Assumendo come punto di partenza l'approccio introdotto da Heyman, si è derivata l'espressione in forma chiusa per il calcolo del moltiplicatore di collasso mediante l'applicazione del Principio dei Lavori Virtuali e la cinematica dei corpi rigidi. A tale scopo, sono stati individuati quattro meccanismi e per ciascuno è stata ricavata l'espressione numerica che fornisce il moltiplicatore di collasso. Per stabilire i ranger dei rapporti geometrici fondamentali entro cui individuare il meccanismo di collasso prevalente, si è condotta un'analisi parametrica ottenuta variando i suddetti rapporti. I risultati ottenuti, sono sinteticamente proposti in un abaco per un'immediata valutazione del moltiplicatore nota la geometria del portale.

2.2 METODOLOGIA SEMPLIFICATA: APPROCCIO MEDIANTE ANALISI LIMITE

2.2.1. Assunzioni e ipotesi di base: Geometria e materiale

Il portale in muratura, costituito da due elementi verticali (pile) e da un elemento orizzontale (trave), è uno degli elementi di base e tipici delle strutture murarie monumentali come si evince dalla Figura 2. In figura si riportano anche le dimensioni geometriche fondamentali che definiscono la geometria del portale ossia:

- B: Larghezza delle pile
- L: Luce della trave
- D: Lunghezza totale del portale
- h: Altezza delle pile
- H: Altezza totale del portale
- t: Spessore della trave

L'analisi della capacità sismica del portale viene condotta sulla base delle seguenti ipotesi fondamentali dell'analisi limite:

a) Nulla resistenza a trazione

Questa ipotesi è chiaramente giustificata per la muratura costituita da blocchi assemblati a secco o legati da malta a bassa resistenza che resta certamente a vantaggio di sicurezza; essa può al massimo risultare troppo prudente nel caso in cui possono essere trasmessi sforzi di trazione a causa delle interconnessioni delle pietre orientate in modo casuale.

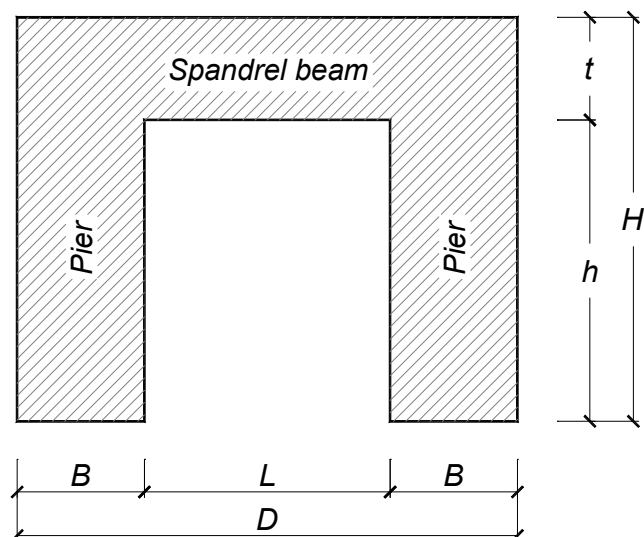


Figura 2: Geometria del portale in muratura.

b) Resistenza a compressione infinita

Questa ipotesi è giustificata dal fatto che, salvo eccezioni, il collasso di una struttura in muratura di pietra non avviene per schiacciamento di alcuni elementi murari, ma per l'apertura di lesioni e formazione di un meccanismo di collasso connessi.

c) Impossibile mutuo scorrimento tra le parti;

Infatti la resistenza allo scorrimento è condizionata dalla presenza di attrito. Noto il valore del coefficiente di attrito f tra due pietre sovrapposte ,

l'angolo ψ tra la linea e la normale al giunto, è sempre minore dell'angolo d'attrito ϕ tranne nel caso di giunti male orientati.

Sulla base di queste assunzioni, i meccanismi possibili si possono attuare solo con una rotazione dei blocchi adiacenti intorno ad un punto comune, essendo possibile considerare il portale come assemblaggio di blocchi rigidi. Si aggiunge allora un'altra ipotesi di base ossia che

d) Le cerniere possono aversi all'attacco tra le parti rigide e sono escluse le cerniere lungo lo sviluppo degli elementi di base, pile e trave come ripolrtao in Figura 3.

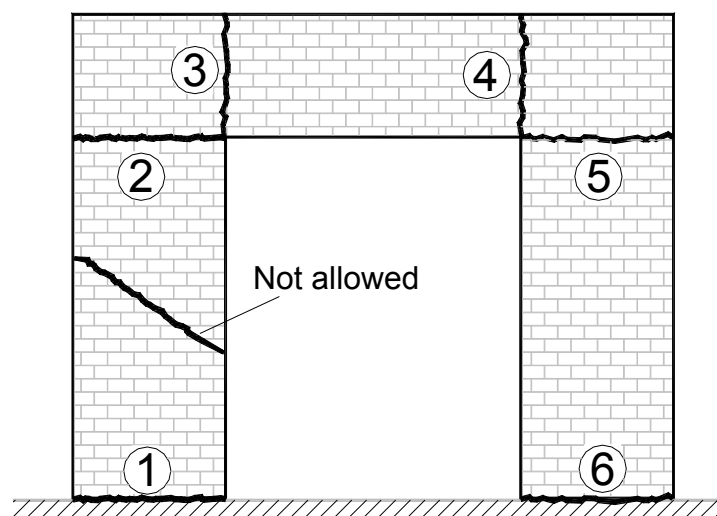


Figura 3: Possibile formazione di cerniere

L'attivazione dei meccanismi possibili sono però svariate in relazione alla possibile posizione delle cerniere. E' necessario infatti stabilire una legge di variazione delle cerniere che possa garantire di considerare tutti i possibili meccanismi attivabili e che tenga conto delle combinazioni non ripetitive delle 6 possibili cerniere indicate in Figura 3.

Si è stabilita allora la seguente legge di variazione:

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

che prevede 15 casi possibili di combinazioni, come riportato in Tabella 1.

Hinges	Combination														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3
	2	2	2	2	2	2	3	3	3	4	3	3	3	4	4
	3	3	3	4	4	5	4	4	5	5	4	4	5	5	5
	4	5	6	5	6	6	5	6	6	6	5	6	6	6	6

Tabella 1. Combinazione delle cerniere

Ciascuna di queste combinazioni determina un meccanismo possibile riportato in Figura 4, per cui attraverso l'applicazione del PLV e delle catene cinematiche è possibile determinare le componenti di spostamento virtuale di ogni cinematisma.

Il Principio dei lavori virtuali può essere infatti applicato per ogni singolo meccanismo, stabilendo un'equazione di equilibrio in cui il moltiplicatore di collasso λ , definito come il rapporto tra la forza F applicate e il peso totale dell'elemento W_{tot} , sia funzione della sola geometria. Applicando i teoremi base dell'analisi limite e utilizzando un approccio cinematico, il moltiplicatore di collasso sarà il più piccolo tra quelli ammessi dai cinematismi possibili. L'approccio adottato infatti può essere sintetizzato con l'espressione riportata in seguito e ripresa dalla teoria di Heyman:

“If a collapse mechanism can be found such that the equilibrium condition (through the principle of virtual works) is satisfied, then the mechanism is kinematically sufficient and the corresponding load system is greater than or equal to the true collapse load”.

In realtà dei cinematismi illustrati, solo i quattro evidenziati in Figura 4 sono effettivamente possibili, e saranno d'ora in poi indicati come:

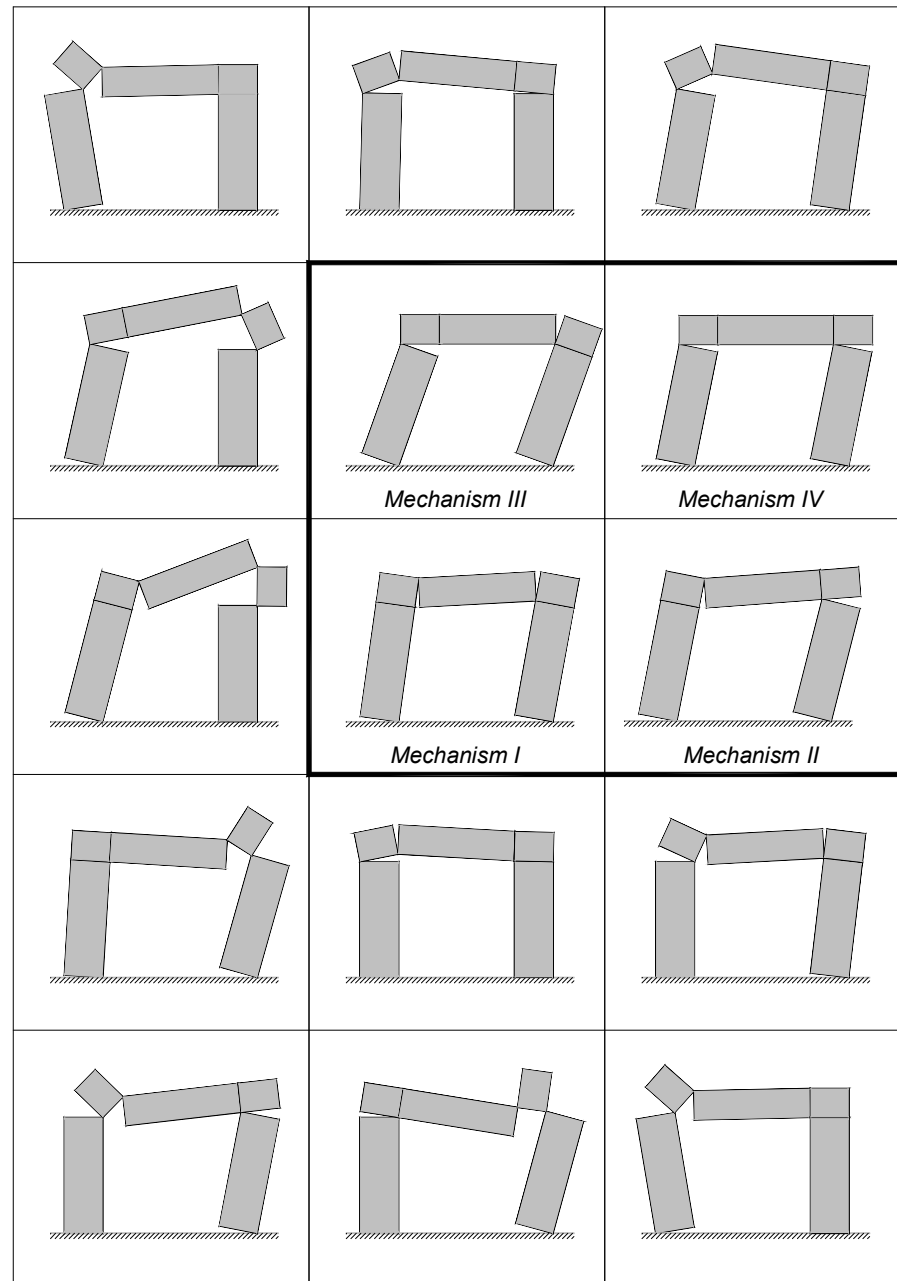


Figura 4: Meccanismi di collasso.

- Meccanismo I: Meccanismo di trave
- Meccanismo II: Meccanismo Misto
- Meccanismo III: Meccanismo Misto
- Meccanismo IV: Meccanismo di piano.

La scelta di questi meccanismi è legata al fatto che soltanto alcuni di questi possono essere effettivamente possibili da un punto di vista geometrico e da un punto di vista fisico sotto azioni sismiche.

2.2.2. Espressione per il moltiplicatore cinematico: Applicazione del PLV

Sulla base delle ipotesi dell'analisi limite e per ciascuno dei meccanismi di collasso, saranno indicate per ciascun meccanismo l'espressione del moltiplicatore di collasso come funzione della sola geometria. Il carico si considera concentrato in testa al portale.

2.2.2.1 Meccanismo I (Meccanismo di trave)

La Figura 5(a) mostra la configurazione geometrica e la condizione di carico a cui è sottoposto il portale, mentre la Figura 5(b) riporta la catena cinematica relativa al meccanismo di trave. Indicando con

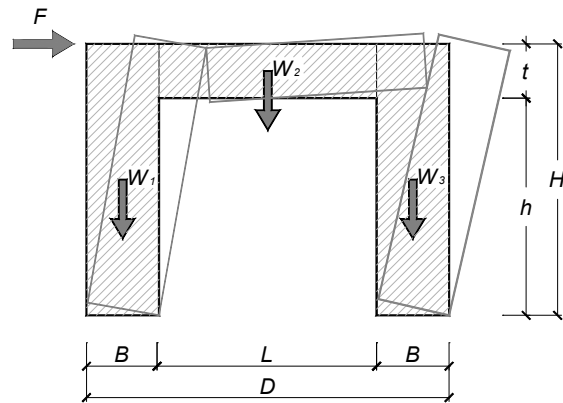
Dalla catena cinematiche, fissando $\varphi_{1,2,3,4}$ gli angoli di rotazione e con $d_{1,2,3,4}$ la distanza rispetto i centri di rotazione, si ottiene che

$$\varphi_3 \cdot B = \varphi_2 \cdot L; \quad \varphi_1 \cdot d_1 = \varphi_3 \cdot d_3 \quad (1)$$

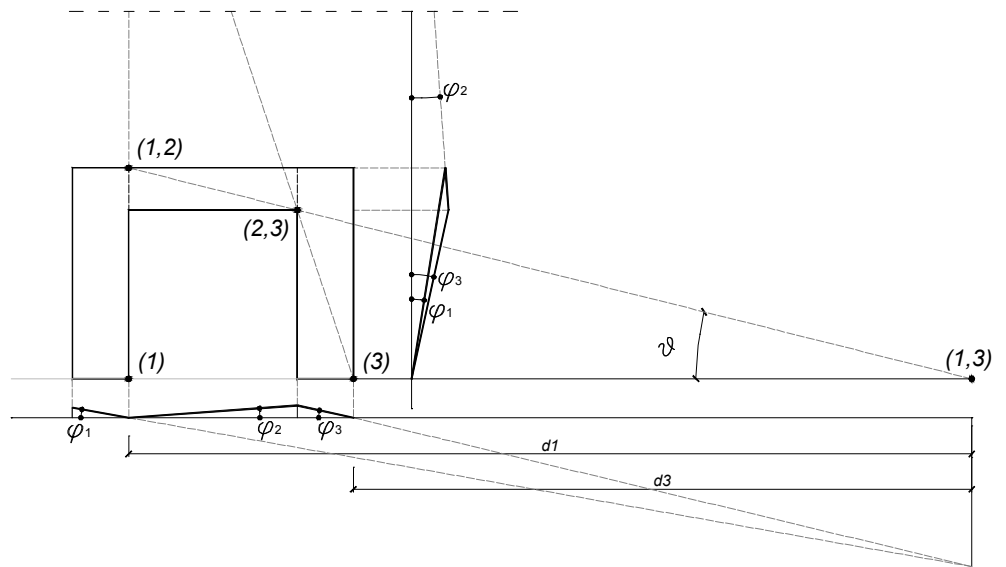
$$\frac{HL}{t} = d_1 = \frac{H}{g}; \quad \Rightarrow \quad d_3 = \frac{HL}{t} - B - L = \frac{HL - Bt - Lt}{t} \quad (2) \quad (3)$$

sostituendo nella 1 (2):

$$\varphi_1 \frac{HL}{t} = \varphi_3 \frac{HL - Bt - Lt}{t} \quad (3)$$



(a)



(b)

Figura 5: Meccanismi I: Geometria e carico (a); Catene cinematiche(b).

Posto:

$$\psi = \frac{HL}{HL - Bt - Lt} \quad (4) \quad (5)$$

si ha che:

$$\varphi_1 \psi = \varphi_3; \quad \varphi_2 = \frac{B}{L} \varphi_1 \psi \quad (5) \quad (6)$$

Il Principio dei lavori virtuali permette di scrivere:

$$F \varphi_1 H = W_1 \varphi_1 \frac{B}{2} + W_2 \varphi_2 \frac{L}{2} + W_3 \varphi_3 \frac{B}{2} \quad (6)$$

Si ottiene, infine che :

$$\frac{F}{W_{tot}} = \frac{B}{2H} \left(\frac{W_1 + W_2 \psi + W_3 \psi}{W_{tot}} \right) \quad (7)$$

Dove $W_{tot} = W_1 + W_2 + W_3$

2.2.2.2 Meccanismo II (Meccanismo misto)

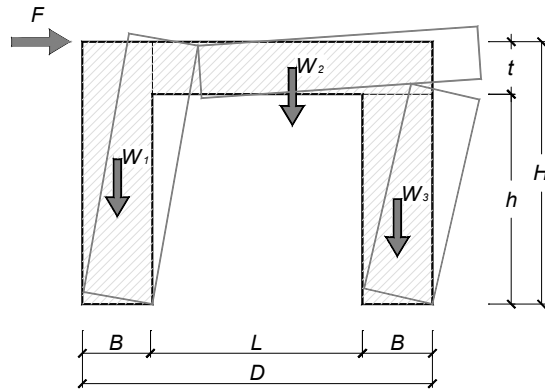
Come nel caso precedente si riportano i risultati applicati al meccanismo misto indicati in Figura 6 (a) e (b):

Applicando le relazioni geometriche precedentemente indicate nel Meccanismo I si ottengono le seguenti espressioni:

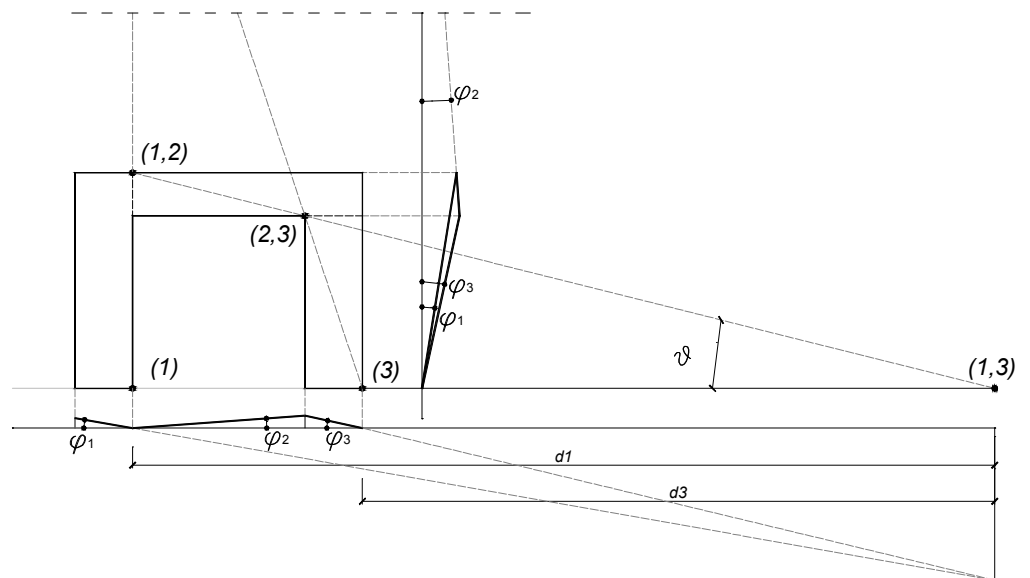
$$F \varphi_1 H = W_1 \varphi_1 \frac{B}{2} + W_2 \varphi_2 \frac{B+L}{2} + W_3 \varphi_3 \frac{B}{2} \quad (8)$$

Il moltiplicatore si ottiene allora:

$$\frac{F}{W_{tot}} = \frac{B}{2H} \left(\frac{W_1 + W_2 \psi \frac{B+L}{L} + W_3 \psi}{W_{tot}} \right) \quad (9)$$



(a)



(b)

Figura 6: Meccanismi II: Geometria e carico (a); Catene cinematiche(b).

2.2.2.3 Meccanismo III (Meccanismo misto)

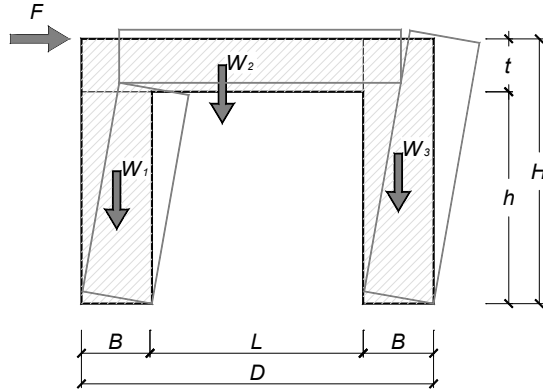
Come nel caso precedente si riportano i risultati applicati al meccanismo misto indicati in Figura 7 (a) e (b):

Applicando le relazioni geometriche precedentemente indicate nel Meccanismo I si ottengono le seguenti espressioni, osservando che in questo caso $\varphi_1 = \varphi_3$; $\varphi_2 = 0$:

$$F\varphi_1(H-t) = W_1\varphi_1 \frac{B}{2} + W_2\varphi_1 B + W_3\varphi_3 \frac{B}{2} \quad (10) \quad (12)$$

mentre il moltiplicatore di collasso è:

$$\frac{F}{W_{tot}} = \frac{B}{2h} \left(\frac{W_1 + 2W_2 + W_3}{W_{tot}} \right) \quad (11)$$



(a)

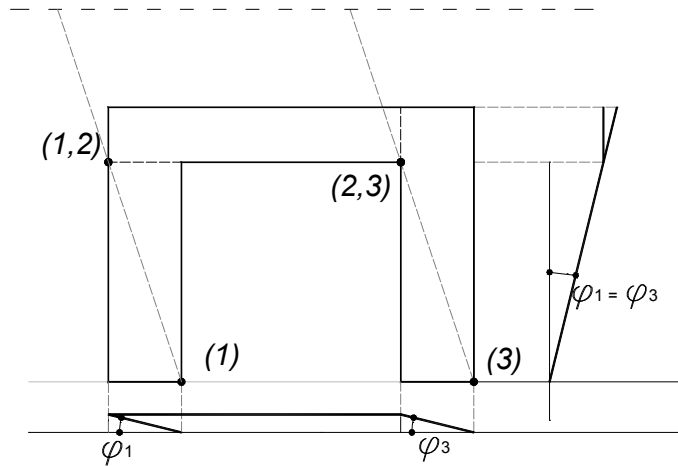


Figura 7: Meccanismi III: Geometria e carico (a); Catene cinematiche(b).

2.2.2.4 Meccanismo IV (Meccanismo di piano)

Come riportato in Figura 8(a) e (b) , si riportano le medesime considerazioni anche per il Meccanismo IV. Il principio dei lavori virtuali ci consente di ottenere:

$$F\varphi_1(H-t) = W_1\varphi_1\frac{B}{2} + W_2\varphi_1B + W_3\varphi_3\frac{B}{2} \quad (12)$$

da cui si ottiene la seguente espressione per il moltiplicatore di collasso:

$$\frac{F}{W_{tot}} = \frac{B}{2h} \left(\frac{W_1 + 2W_2 + W_3}{W_{tot}} \right) \quad (13)$$

che può anche essere scritto come:

$$\frac{F}{W_{tot}} = \frac{B}{2h} \left(1 + \frac{W_{beam}}{W_{tot}} \right)$$

dove: $W_{beam} = W_2$.

2.2.3. Normalizzazione delle formulazioni definite

Al fine di omogeneizzare le 4 formulazioni finali ottenute nei paragrafi precedenti per il calcolo del moltiplicatore di collasso, si riportano le seguenti considerazioni. In Figura 8, si riporta una rappresentazione grafica del parametro ψ , che può essere anche interpretato come un parametro indicativo della percentuale di apertura del portale. Con l'introduzione di questo parametro è possibile riscrivere le espressioni precedentemente definite in questo modo:

Mechanism I:

$$\left(\frac{F}{W_{tot}} \right)_1 = \frac{B}{2H} \left[1 + \frac{(\psi - 1)(W_2 + W_{n2} + W_3)}{W_{tot}} \right]$$

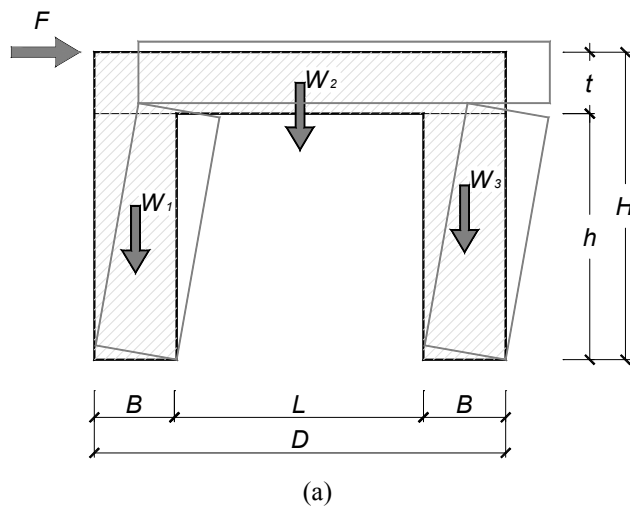




Figura 8: Meccanismi IV: Geometria e carico (a); Catene cinematiche(b).

Meccanismo II:

$$\left(\frac{F}{W_{tot}}\right)_2 = \frac{B}{2H} \left[1 + \frac{(\psi - 1)(W_2 + W_{n2} + W_3) + \left(\frac{L+B}{L}\psi\right)W_{n2}}{W_{tot}} \right]$$

Meccanismo III:

$$\left(\frac{F}{W_{tot}}\right)_3 = \frac{B}{2h} \left(1 + \frac{W_{n1} + W_2}{W_{tot}}\right)$$

Mechanism IV:

$$\left(\frac{F}{W_{tot}}\right)_4 = \frac{B}{2h} \left(1 + \frac{W_{n1} + W_2 + W_{n2}}{W_{tot}}\right) = \frac{B}{2h} \left(1 + \frac{W_{beam}}{W_{tot}}\right)$$

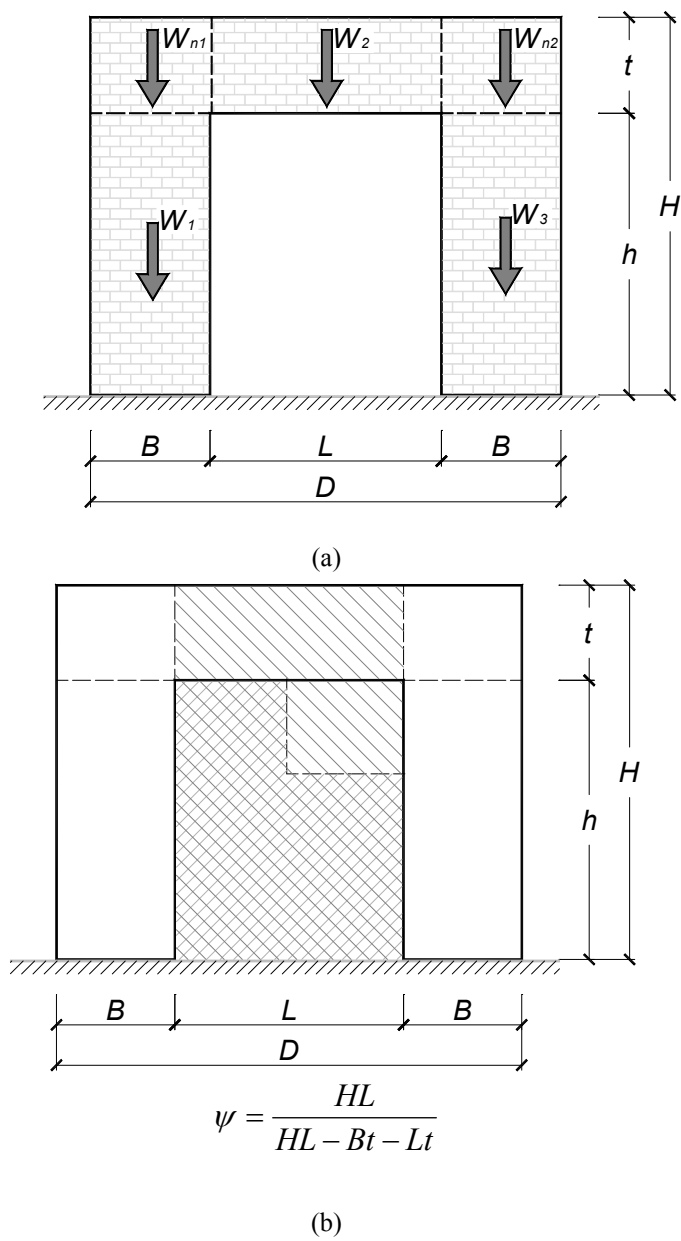


Figure 9 - a) Geometria b) rappresentazione grafica di ψ

Nella formula del Meccanismo IV, il termine W_{beam} , indica il peso della parte di trave. L'espressione del carico di collasso per i meccanismi I e II sono differenti per l'aggiunta di un termine nell'addendo, è quindi la capacità del Meccanismo I sarà sempre più piccola rispetto a quella ricavata con il Meccanismo II. Allo stesso modo l'espressione per il Meccanismo III e IV sono simili eccetto per l'addendo che porta ad avere moltiplicatori più piccoli per il Meccanismo III rispetto al IV.

2.3 ANALISI PARAMETRICA:80 CASI DI STUDIO.

Le grandezze dimensionali che definiscono il portale, B, D, H e t , riportate in Figura 2, definiscono in maniera univoca la geometria del portale. In particolare è possibile definire tre parametri fondamentali, al variare dei quali è possibile ottenere le infinite configurazioni geometriche dei portali in muratura. I parametri sono:

- B/D : snellezza delle pile

- H/D : snellezza globale

- t/H : snellezza della trave

Al fine di ottenere una casistica di geometrie di portali in muratura si possono far variare i parametri geometrici definiti, fissando di volta in volta uno e facendo poi variare gli altri due. In questo modo si ottengono tutte le possibili geometrie di portali in muratura. Per l'analisi parametrica qui descritta si fanno variare i parametri geometrici nei seguenti range:

$$H/D: 0.50 - 1.00 - 1.50 - 2.00$$

$$t/H: 0.10 - 0.20 - 0.30 - 0.40 - 0.50$$

$$B/D: 0.10 - 0.20 - 0.30 - 0.40$$

Il moltiplicatore di collasso per i quattro meccanismi è stato calcolato per tutte le geometrie, variando i tre rapporti fondamentali alternativamente e studiando la variabilità di F/W_{tot} . In Figura 10-11-12 e 13 si riportano i risultati dei moltiplicatori di collasso calcolati per tutti e quattro i

meccanismi fondamentali come funzione di B/D uguale a 0.1, 0.2, 0.3 e 0.4 e facendo variare t/h e H/D . Così come già scritto nel paragrafo precedente, si vede come i più piccoli valori di moltiplicatore siano relativi ai meccanismi I e III, rispetto ai valori ottenuti con i Meccanismi II e IV. Inoltre in Figura 14 sono riportati i valori dei moltiplicatori di collasso in un abaco semplificato dove, con la sola conoscenza della geometria è possibile desumere la portanza ultima degli schemi riportati e il meccanismo associato.

Da tale schematizzazione si osserva che:

$B/D \leq 0.20 \rightarrow$ meccanismo tipo 1

$B/D = 0.30$ and $t/H \leq 0.30 \rightarrow$ meccanismo tipo 1

$B/D = 0.30$ and $t/H \geq 0.30 \rightarrow$ meccanismo tipo 3

$B/D \geq 0.4 \rightarrow$ meccanismo tipo 3

Molte osservazioni sull'abaco riportato in Figura 14 saranno maggiormente approfondite nel paragrafo 2.5.6.

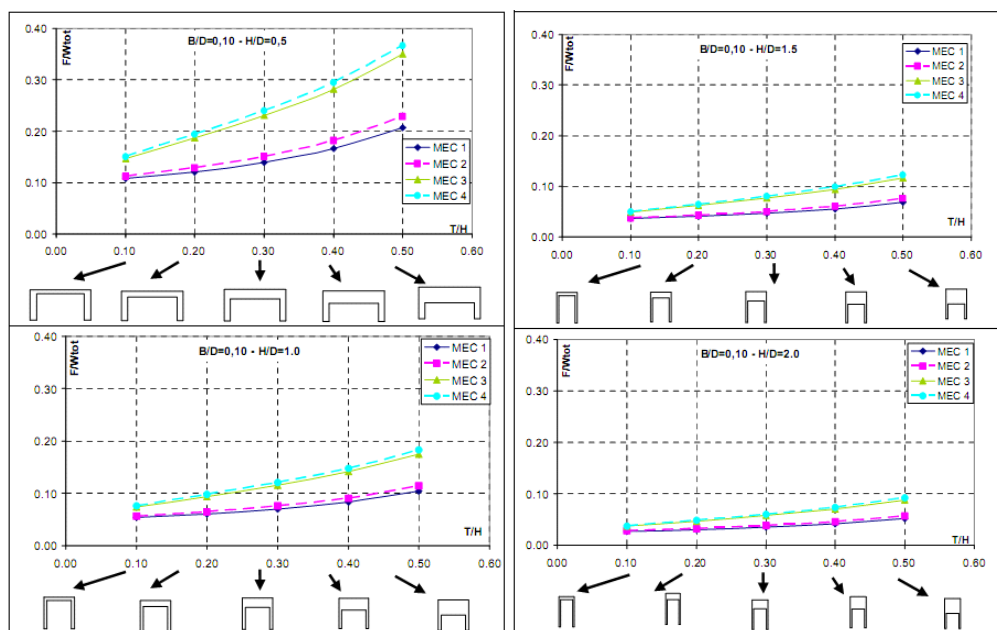


Figura 10 – Moltiplicatori di collasso per $B/D:0.10$

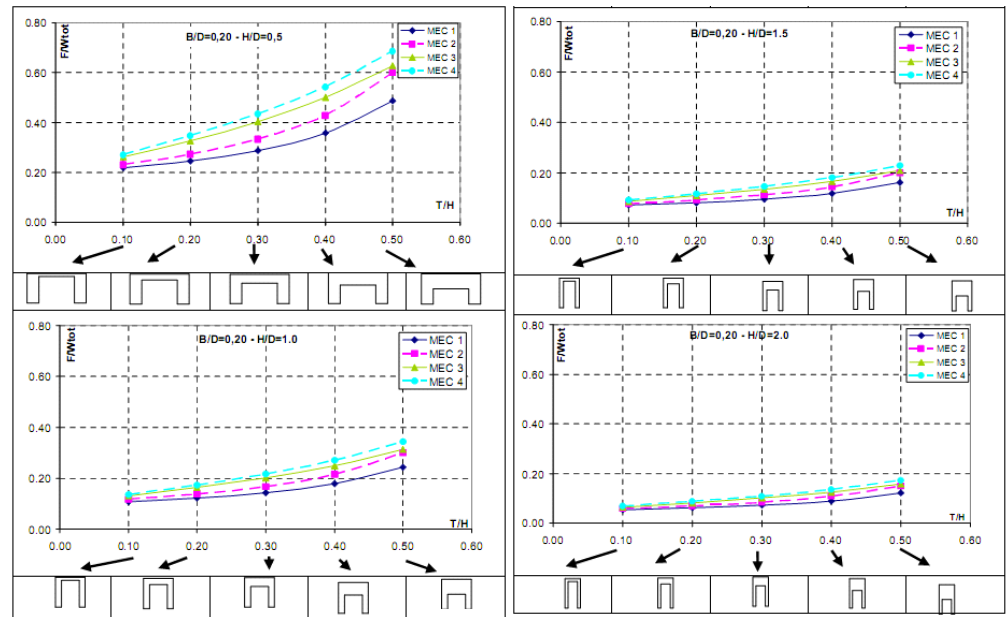


Figura 11 – Moltiplicatori di collasso per $B/D:0.20$

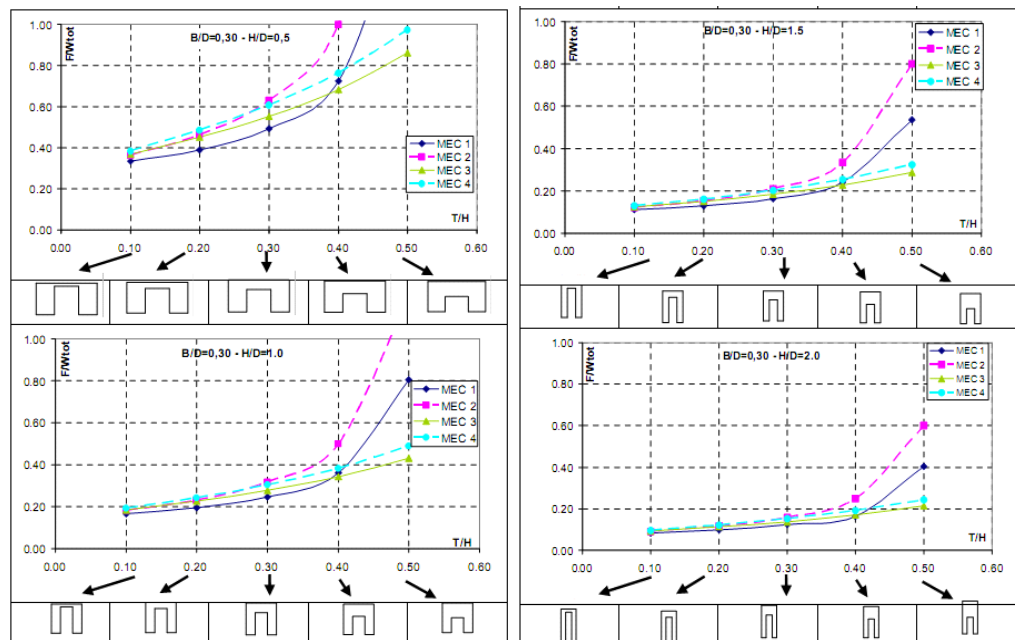


Figura 12 – Moltiplicatori di collasso per $B/D:0.30$

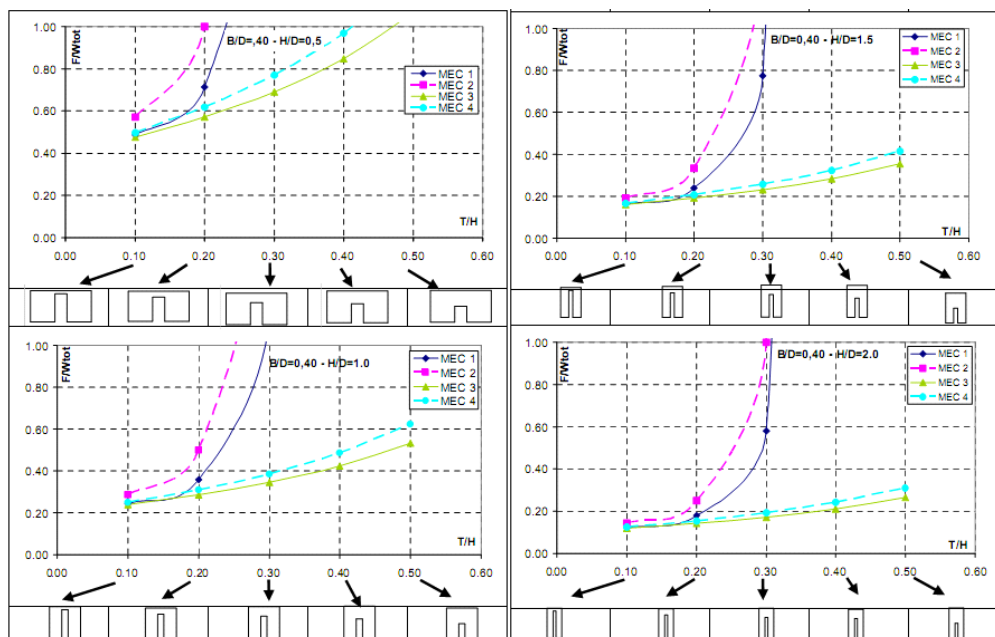


Figura 13 – Moltiplicatori di collasso per $B/D:0.40$

2.4 FORMULA SEMPLIFICATA PER LA VALUTAZIONE DEL MOLTIPLICATORE DI COLLASSO.

L'analisi parametrica precedentemente definita ci ha permesso di valutare la dipendenza del valore di moltiplicatore di collasso rispetto ai parametri meccanici governanti.

Il comportamento è infatti governato da:

1. $B/2h$: questo parametro infatti rappresenta il moltiplicatore del singolo pannello
2. L'effetto del peso della trave che stabilizza le colonne
3. La percentuale di apertura che determina se il comportamento è assimilabile a quello di una parete piena o a quello di un telaio.

Queste considerazioni hanno permesso di scrivere una formula semplificata che includesse questi tre parametri, in modo da tener conto degli effetti su descritti. La formula :

$$\frac{F}{W_{tot}} = \frac{B}{2 \cdot h} \cdot \left(1 + \frac{W_{frame}}{W_{tot}} \right) \cdot \left(0,50 + \frac{B}{D} \right)$$

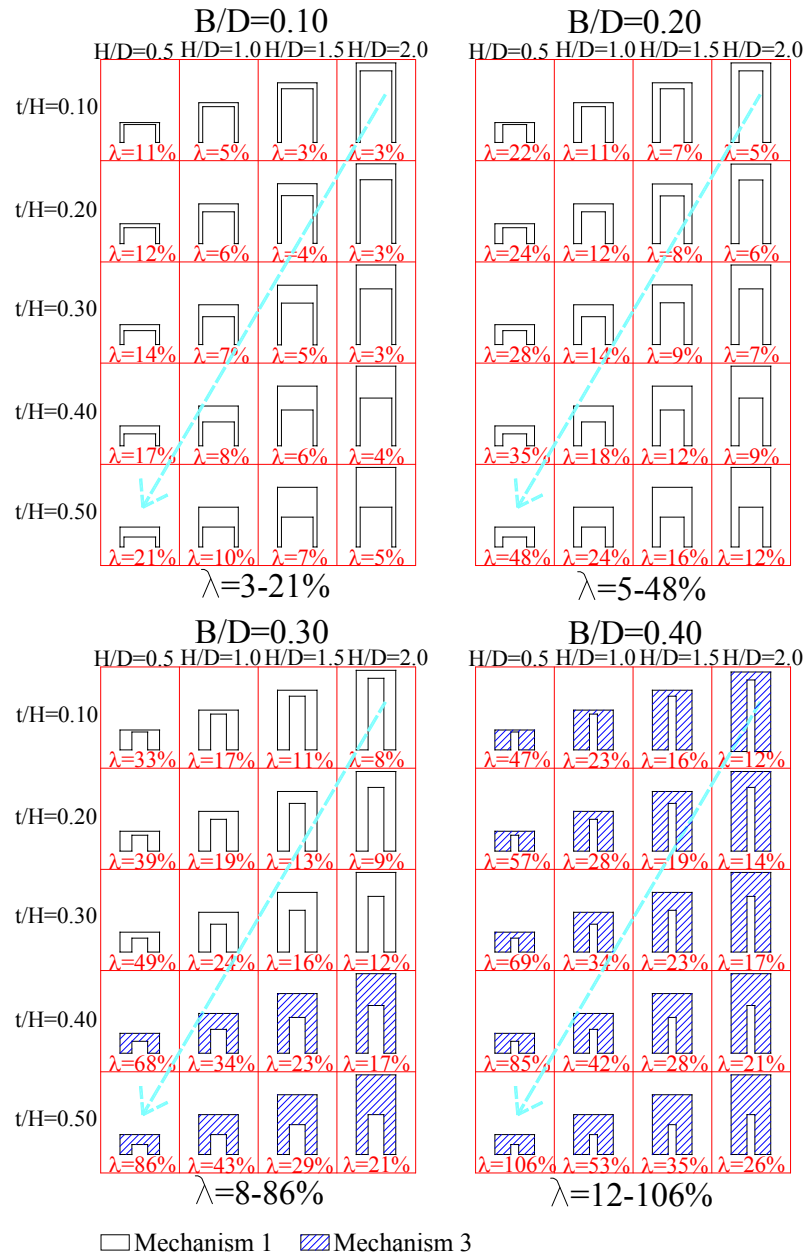


Figura 14 – Abaco dei portali.

contiene :

1. $\frac{B}{2 \cdot h}$: Moltiplicatore del singolo pannello;
2. $\left(1 + \frac{W_{frame}}{W_{tot}} \right)$: Effetto stabilizzante del peso della trave
3. $\left(0,50 + \frac{B}{D} \right)$ Effetto della percentuale di apertura.

In figura 15 è riportato per tutte le geometrie il confronto tra i valori ottenuti dal calcolo del meccanismo relativo al reale meccanismo e quelli desunti dalla formula semplificata. Si vede come in tutti i casi ci sia uno scarto percentuale bassissimo di differenza tra i due valori e l'errore si attesta intorno al 6% eccetto per due casi:

1) $H/D=0.5$; $t/H=0.4$; $B/D=0.3$;

2) $H/D=0.5$; $t/H=0.5$; $B/D=0.3$;

in cui l'errore è intorno all'8.5%.

In figura 16 i risultati precedentemente indicati sono confermati dalla linea di tendenza che ci mostra l'errore tra i due metodi di calcolo.

2.5 ESTENSIONE DEI RISULTATI OTTENUTI.

Al fine di estendere i risultati ottenuti sui portali descritti nei paragrafi precedenti soggetti ad una azione sismica posta in testa, sono stati considerati quattro ulteriori casi relativi all'applicazione di differenti carichi sismici.

In particolare:

- **Caso a:** Forza F applicata in testa e alla sinistra del portale
- **Caso b:** Forza F applicata in testa e a destra del portale

- **Caso c:** Forza F applicata come due forze concentrate
- **Caso d:** Forza F applicata come tre forze, una sulla trave e due sulle pile

In Figura 17 si riportano i quattro casi con le differenti condizioni di carico.

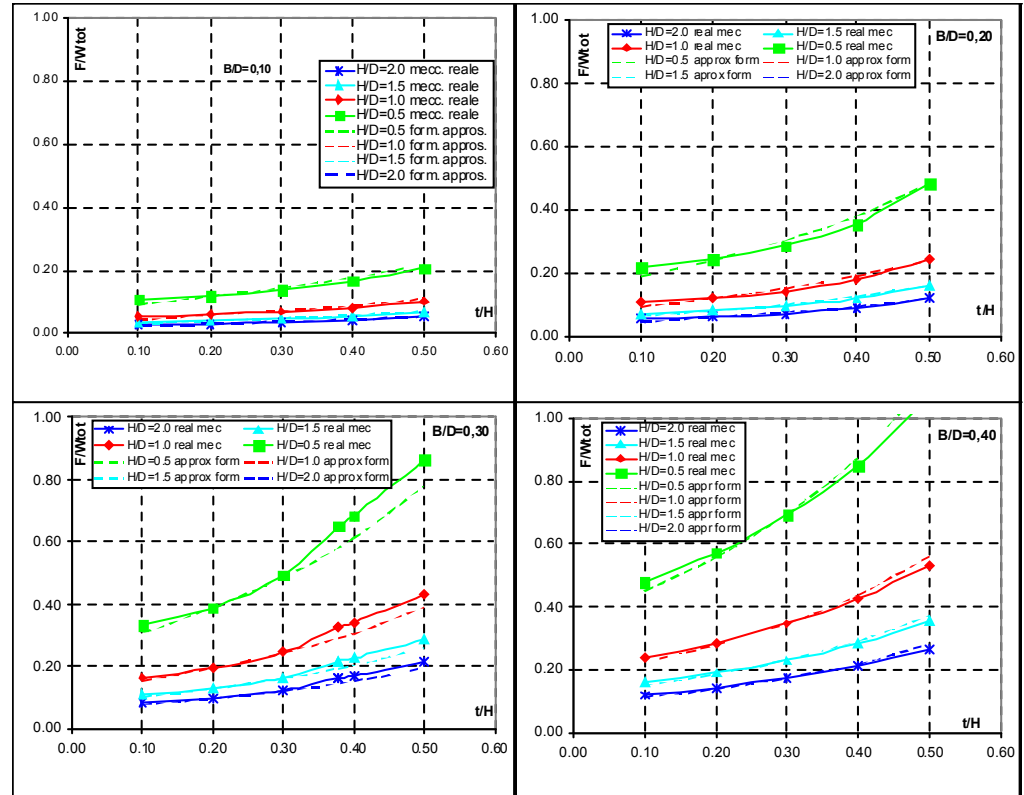


Figura 15 – Moltiplicatore del meccanismo reale a confronto con il valore della formula semplificata.

Per ciascuna differente condizione di carico, in relazione ai diversi meccanismi di collasso, si sono trovate le espressioni del moltiplicatore di collasso applicando il principio dei lavori virtuali come funzione della sola geometria degli elementi in gioco.

2.5.1. Caso a: Forza F_1

In presenza di forza orizzontale concentrata applicata alla sinistra del portale come in Figura 17(a), il principio dei lavori virtuali ci permette di ottenere la seguente espressione di λ :

$$\lambda_{F_1} = \frac{W_A \cdot v_{GA} + W_B \cdot v_{GB} + W_C \cdot v_{GC}}{W_{tot} \cdot u_{F_1}}$$

dove:

W_A , W_B e W_C sono i pesi delle pile e della trave per tutti i meccanismi

W_{tot} è il peso totale del portale

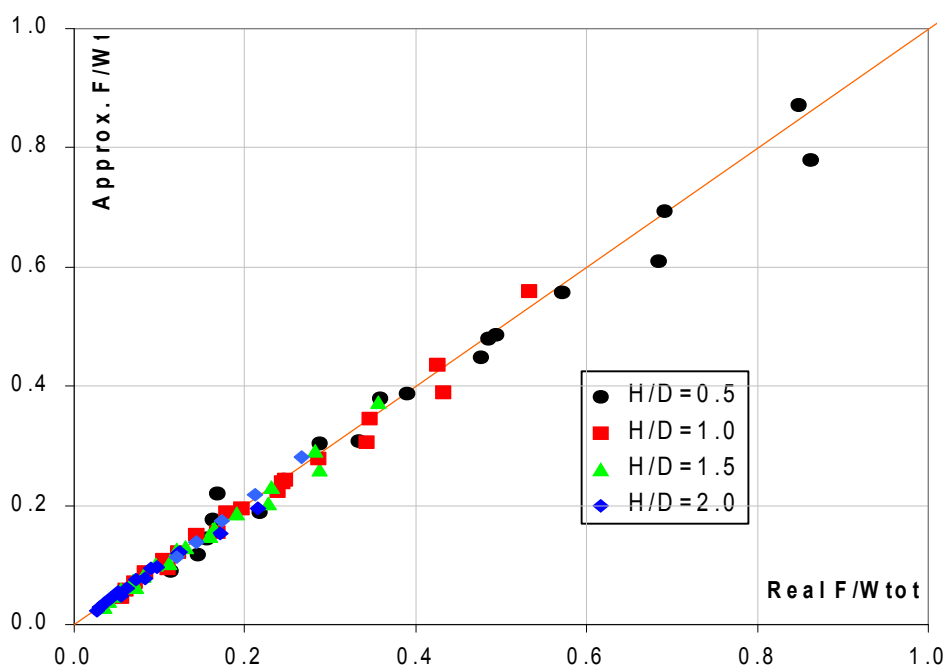


Figura 16 –Errore tra le due metodologie di calcolo.

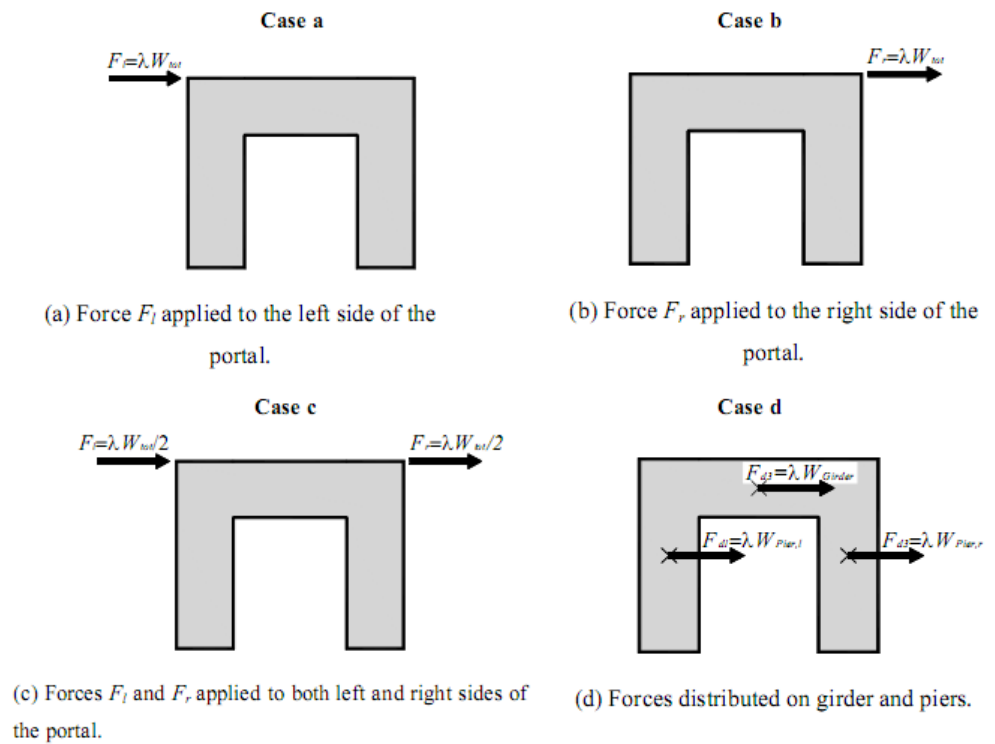


Figura 17 –Differenti condizioni di carico per il portale in muratura.

v_{GA} , v_{GB} e v_{GC} sono le componenti di spostamento verticale dei centri di rotazione; G_A lo spostamento della pila di sinistra; G_B lo spostamento della trave B; G_C lo spostamento della pila di destra come si evince dalla Figura 18 in cui sono sintetizzate le espressioni sui meccanismi.

u_{F1} la componente di spostamento orizzontale del punto di applicazione della F_1 .

2.5.2 *Caso b: Forza Fr*

Nel caso precedente, in di carico orizzontale F_r applicata alla destra del portale , il principio dei lavori virtuali , che permette di definire il moltiplicatore di collasso secondo la seguente espressione:

$$\lambda_{F_r} = \frac{W_A \cdot v_{GA} + W_B \cdot v_{GB} + W_C \cdot v_{GC}}{W_{tot} \cdot u_{F_r}}$$

2.5.3 *Caso c: Forza Fl e Fr*

In presenza del carico espresso come due forze applicate , dove F_l e F_r sono pari a $\lambda \cdot W_{tot}/2$, il valore del moltiplicatore di collasso diventa pari a :

$$\lambda_{F_l+F_r} = \frac{W_A \cdot v_{GA} + W_B \cdot v_{GB} + W_C \cdot v_{GC}}{0.5 \cdot W_{tot} \cdot (u_{F_l} + u_{F_r})}$$

dove i termini in gioco sono gli stessi precedentemente indicati.

2.5.4 *Caso d : Forza distribuita nel portale*

Nel caso del portale soggetto a forza distribuita, come indicato in Figura 17(d) , il moltiplicatore di collasso diventa pari a

$$\lambda_{distr} = \frac{W_A \cdot v_{GA} + W_B \cdot v_{GB} + W_C \cdot v_{GC}}{W_A \cdot u_{GA} + W_B \cdot u_{GB} + W_C \cdot u_{GC}}$$

dove i termini in gioco sono gli stessi precedentemente indicati.

2.5.5 *Forma chiusa per il calcolo del moltiplicatore di collasso.*

Così come detto in precedenza, si può dimostrare che il moltiplicatore di collasso relativo ai meccanismi I e III sono sempre quelli minimi rispetto ai moltiplicatori relativi ai meccanismi II e IV. Quindi si può affermare che

$$\lambda = \min(\lambda^I; \lambda^{III})$$

In base a queste considerazioni verranno presi a riguardo solo i meccanismi I e III. In particolare l'espressione di λ_{FI} , λ_{FI} , $\lambda_{FI} + \lambda_{FI}$ e λ_{dist} saranno visti solo in relazione ai due meccanismi fondamentali, in modo da esprimere anche in questo caso il calcolo del moltiplicatore di collasso rispetto ai tre parametri fondamentali H/D, t/H e B/D. Per ottenere una maggiore semplificazione delle formule, si utilizzeranno delle scritture semplificate per i parametri precedentemente definiti in particolare:

$$\chi = H/D$$

$$\zeta = B/D$$

$$\xi = t/H$$

Con riferimento al Caso a (Figura 17(a)) e al meccanismo I, in generale l'espressione del moltiplicatore definito è stato:

$$\lambda_{FI} = \frac{W_A \cdot v_{GA} + W_B \cdot v_{GB} + W_C \cdot v_{GC}}{W_{tot} \cdot u_{FI}}$$

dove , come si può evincere in De Luca et al. 2008,

$$v_{GA} = \psi \cdot \frac{B}{2}$$

$$v_{GB} = \psi \cdot \left(\frac{1 + t/h}{1 - B/L \cdot t/h} \right) \cdot \frac{B}{2}$$

$$v_{GC} = \psi \cdot \left(\frac{1 + t/h}{1 - B/L \cdot t/h} \right) \cdot \frac{B}{2}$$

$$u_{F,l} = \psi \cdot H$$

$$W_{tot} = W_A + W_B + W_C$$

$$W_A = W_C = \gamma \cdot B \cdot H$$

$$W_B = \gamma \cdot L \cdot t = \gamma \cdot (D - 2 \cdot B) \cdot t$$

E' possibile dimostrare che le espressioni in forma chiusa del moltiplicatore di collasso , introducendo i parametri definiti in precedenza, con la condizione di carico F_1 si esprime come :

$$\lambda_{F,l}^I = \frac{B}{2 \cdot H} \cdot \frac{2 - 5 \cdot \xi - 4 \cdot \zeta + 5 \cdot \zeta \cdot \xi + \xi / \zeta}{[1 - \xi - 2 \cdot \zeta + \zeta \cdot \xi] \cdot [2 - 2 \cdot \xi + \xi / \zeta]} \quad \text{when } \xi \leq \bar{\xi} \text{ (mechanism I)}$$

(1)

dove il rapporto B/H si può scrivere come ζ/χ .

Così come si è fatto per il meccanismo I , per il meccanismo III le considerazioni sono analoghe e si può ottenere la seguente espressione:

$$\lambda_{F,l}^{III} = \frac{B}{H} \cdot \frac{1 - 1.5 \cdot \xi + \xi / \zeta}{[1 - \xi] \cdot [2 - 2 \cdot \xi + \xi / \zeta]} \quad \text{when } \xi \geq \bar{\xi} \text{ (mechanism III)}$$

(2)

dove $\bar{\xi}$ soddisfa la condizione che $\lambda^I = \lambda^{III}$

con :

$$\lambda_{F,l}^I = \lambda_{F,l}^{III} \Rightarrow \bar{\xi} = \frac{1 - \zeta^2 - 2 \cdot \zeta}{1 - 2 \cdot \zeta^2}$$

Questa condizione viene plottata in Figura 18 . La curva rappresentata divide il piano in due parti, la zona più bassa è associato i portali che hanno un meccanismo di rottura prevalente del I tipo, mentre la zona alta è relativa ai portali con meccanismo di collasso III. Ad esempio, per il portale caratterizzato da un rapporto B/D=0.3, l'equazione per il meccanismo III ci permette di ottenere un $\bar{\xi}$ pari a 0.378, che corrisponde la punto A in Figura 18. Quando il portale è caratterizzato da un valore di $\xi \geq \bar{\xi}$, punto B in

Figura 18, il meccanismo prevalente è quello di tipo I e il moltiplicatore può essere calcolato con la formula (1). Allo stesso modo quando il valore di ξ è maggiore di $\bar{\xi}$ (punto C nel diagramma), il meccanismo prevalente è il III e il valore del moltiplicatore può essere calcolato con la formula (2).

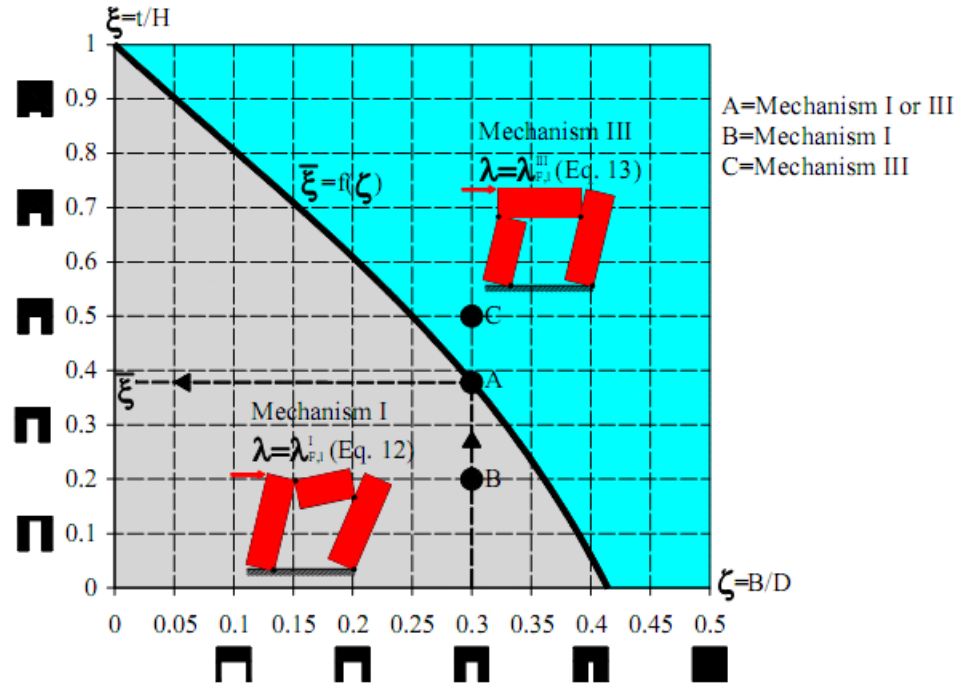


Figura 18 –Dominio Caso a per il verificarsi del Meccanismo I e III

Come per il Caso a anche per i casi b,c e d definiti in precedenza e riportati in Figura 17, si possono ottenere le seguenti espressioni:

Caso b:

$$\lambda_{F,r}^I = \frac{B}{2 \cdot H} \cdot \frac{2 - 5 \cdot \xi - 4 \cdot \zeta + 5 \cdot \zeta \cdot \xi + \xi / \zeta}{[1 - 2 \cdot \zeta] \cdot [2 - 2 \cdot \xi + \xi / \zeta]} \quad \text{when } \xi \leq \bar{\xi}^* \text{ (mechanism I)}$$

$$\lambda_{F,r}^{III} = \frac{B}{H} \cdot \frac{1 - 1.5 \cdot \xi + \xi / \zeta}{[2 - 2 \cdot \xi + \xi / \zeta]} \quad \text{when } \xi > \bar{\xi}^* \text{ (mechanism III)}$$

Caso c:

$$\lambda_{F,r+F,l}^I = \frac{B}{H} \cdot \frac{2 - 5 \cdot \xi - 4 \cdot \zeta + 5 \cdot \zeta \cdot \xi + \xi / \zeta}{[2 - \xi - 4 \cdot \zeta + \zeta \cdot \xi] \cdot [2 - 2 \cdot \xi + \xi / \zeta]} \quad \text{when } \xi \leq \xi^* \text{ (mechanism I)}$$

$$\lambda_{F,r+F,l}^{III} = 2 \cdot \frac{B}{H} \cdot \frac{1 - 1.5 \cdot \xi + \xi / \zeta}{[2 - \xi] \cdot [2 - 2 \cdot \xi + \xi / \zeta]} \quad \text{when } \xi > \xi^* \text{ (mechanism III)}$$

Caso d:

$$\lambda_{distr}^I = \frac{B}{H} \cdot \frac{2 - 5 \cdot \xi - 4 \cdot \zeta + 5 \cdot \zeta \cdot \xi + \xi / \zeta}{2 - 9 \cdot \xi - 4 \cdot \zeta + 9 \cdot \zeta \cdot \xi + 2 \cdot \xi / \zeta + 7 \cdot \xi^2 - 2 \cdot \xi^2 / \zeta - 6 \cdot \zeta \cdot \xi^2}$$

when $\xi \leq \xi^*$ (mechanism I), or:

$$\lambda_{distr}^{III} = \frac{B}{H} \cdot \frac{1 - 1.5 \cdot \xi + \xi / \zeta}{1 + 1.5 \cdot \xi^2 - 2 \cdot \xi + \xi / \zeta - \xi^2 / \zeta} \quad \text{when } \xi > \xi^* \text{ (mechanism III)}$$

Per tutti le condizioni di carico, si può definire un valore limite si ξ^* come :

$$\xi^* = \frac{1 - 2 \cdot \zeta}{1 - \zeta}$$

L'espressione precedente è stata analizzata osservando il grafico di Figura 19. Ad esempio, se la geometria del portale è caratterizzata da un rapporto $B/D=0.3$ e il fattore ξ è pari al minimo $\xi^*=0.571$ (punto A e B nel deigramma di Figura 19) il moltiplicatore λ associato sarà quello relativo per ogni condizione di carico al meccanismo di tipo I, mentre se ci si riferisce al punto C in figura dovremmo usare quelle relative al meccanismo III.

Un ultima osservazione è che il meccanismo di collasso non può essere attivato per valori di $\xi > \xi^*$, come si evince dalla Figura 20, in quanto non risulta possibile fisicamente il meccanismo ad esso relativo.

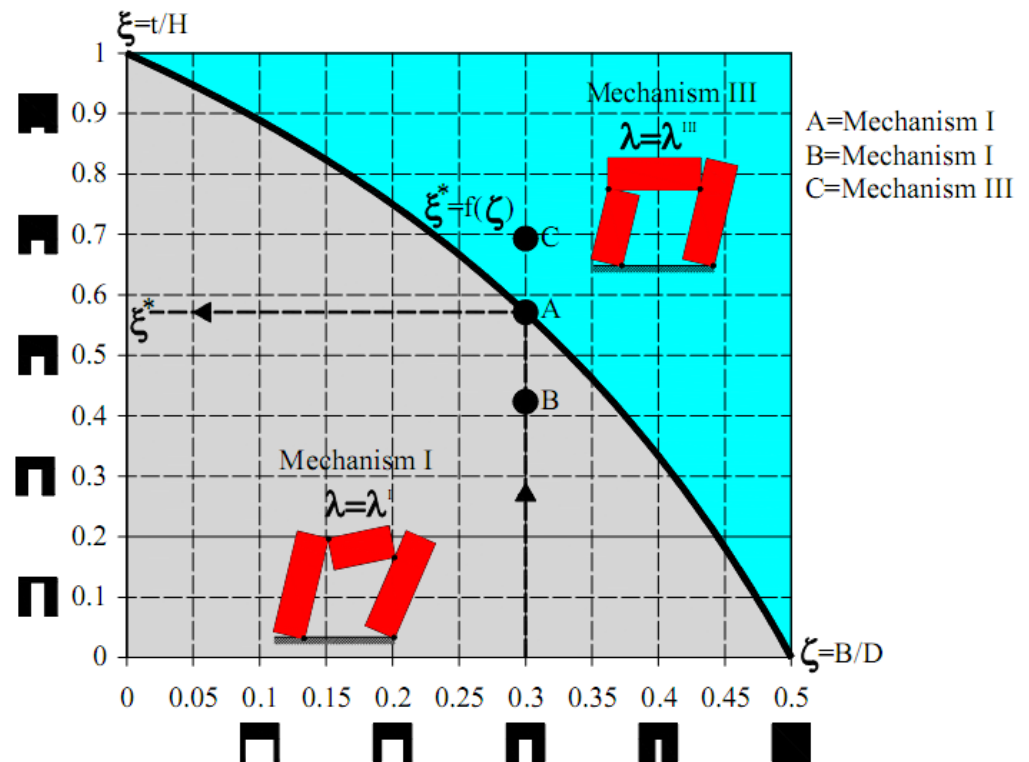
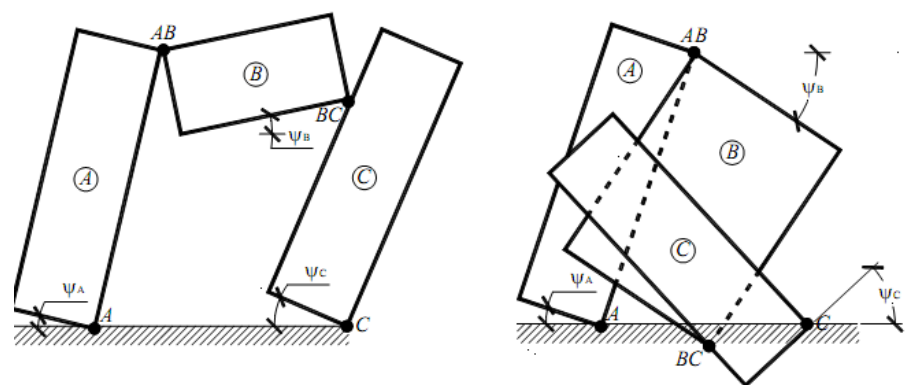


Figura 19 –Dominio Caso b,c,d del verificarsi del Meccanismo I e III.



(a) $\xi \leq \xi^* \Rightarrow$ mechanism I possible

(a) $\xi > \xi^* \Rightarrow$ mechanism I impossible

Figura 20 –Meccanismo I possibile e meccanismo I impossibil

2.5.6 *Analisi parametrica*

L'analisi parametrica presentata nel paragrafo precedente ci ha permesso di definire una casistica di geometrie di portali sulle quali è stato possibile definire in maniera univoca il meccanismo di collasso attivabile e il valore del moltiplicatore di collasso associato.

Con riferimento alle condizioni di carico presentate in Figura 17, si vuole estendere i risultati ottenuti anche per le nuove condizioni di carico a,b,c,e d. In particolare, si riportano in Figura 21,22,23 e 24 gli abachi con i risultati ottenuti e associati alle condizioni di carico definite in precedenza.

Per la condizione di carico a, l'abaco di figura 21 è lo stesso in termini di valori riportato in Figura 14, seppur qui viene espresso in funzione dei parametri χ , ζ , ξ . Ciascuna porzione dell'abaco è relativa ad un valore del rapporto B/D, precisamente 0.10, 0.20, 0.30 e 0.40. Ciascuna porzione contiene venti differenti geometrie passando da valori di χ variabili da 0.5 a 2 e da valori di ξ variabili tra 0.1 e 0.5. L'analisi dei risultati consente di effettuare le seguenti considerazioni:

1. Fissando un valore della snellezza delle pile $\xi=B/D$, il valore varia secondo i seguenti range :
 - $\zeta = B / D = 0.10 \Rightarrow 2.7\% \leq \lambda_{F,l} \leq 20.7$;
 - $\zeta = B / D = 0.20 \Rightarrow 5.4\% \leq \lambda_{F,l} \leq 48.6\%$;
 - $\zeta = B / D = 0.30 \Rightarrow 8.3\% \leq \lambda_{F,l} \leq 86.3\%$;
 - $\zeta = B / D = 0.40 \Rightarrow 11.9\% \leq \lambda_{F,l} \leq 106.7\%$;
2. Si vede come al diminuire della snellezza e quindi avvicinandoci a forme geometricamente più tozze, si ottenga un incremento di capacità.
3. Il minimo valore del moltiplicatore di collasso è 2.7% ed è relativo ad un portale particolarmente snello con valori di ζ e ξ molto bassi, uguali a 0.1, e valori del rapporto globale χ più elevati, pari a 2. Il valore più alto del moltiplicatore di collasso è invece 107% che è relativo a

geometrie di portali particolarmente tozzi ($\chi=0.5$, $\zeta=0.4$ e $\xi=0.5$). In generale i moltiplicatori variano in un range tra 3% e 107%.

4. Per quanto concerne l'effettiva influenza dei parametri al variare del moltiplicatore di collasso, si nota come il rapporto $\chi=H/D$ e $\zeta=B/D$, influenzino molto l'effetto sul moltiplicatore di collasso λ rispetto al valore del rapporto $\xi=\tau/H$.
5. L'abaco ci fornisce una conferma del fatto che i meccanismi prevalenti sono il I e il III e che quest'ultimo caratterizza le geometrie di portali tozzi, l'altro le geometrie di portali snelli.

Anche per la condizione di carico relativa la Caso b, mostra come il moltiplicatore sia strettamente connesso ai parametri geometrici, Infatti, la capacità in questo caso varia in un range compreso tra il 2% e il 50%.

Dall'abaco si può osservare che il valore di λ decresce di circa 4 volte rispetto al precedente per valori di χ compresi tra 0.5 e 2, mentre incrementa di 3- 5 volte per valori di ζ compresi tra 0.1 e 0.4. Differentemente dagli altri casi, l'abaco di Figura 22 mostra come la capacità decresca quando prevale il meccanismo di tipo I. Questo effetto è connesso al fatto che lo spostamento orizzontale del punto di applicazione della forza F_r incrementa con il valore di ξ quando il moltiplicatore di collasso diminuisce.

Anche nel caso della condizione di carico c, si possono osservare le influenze dei parametri geometrici sul valore del moltiplicatore di collasso. L'abaco di Figura 23 mostra come stavolta il valore del moltiplicatore, $\lambda_{F1} + \lambda_{Fr}$ sia compreso tra quello di λ_{F1} e λ_{Fr} , valutati nel Caso a e nel Caso b. Infatti i valori sono compresi nel range di 3%-70%, mentre in generale prevale il meccanismo di tipo I, eccetto per i portali caratterizzati da un rapporto ζ pari a 0.4 e da $\xi > 0.4$ dove il meccanismo prevalente è il III.

Infine, in Figura 23 è riprodotto l'abaco relativo alla condizione di carico Caso d. Si vede come λ_{dist} sia generalmente molto più alto rispetto ai casi definiti in precedenza, attestandosi su valori compresi tra il 4% e il 120%.

L'influenza della snellezza globale λ , della snellezza delle pile e della snellezza della trave è simile a quella osservata nei casi precedenti., mentre i meccanismi sono molto simili a quelli presenti per il Caso b e c. Negli abachi il retino scuro è relativo al meccanismo III mentre quello chiaro al meccanismo I.

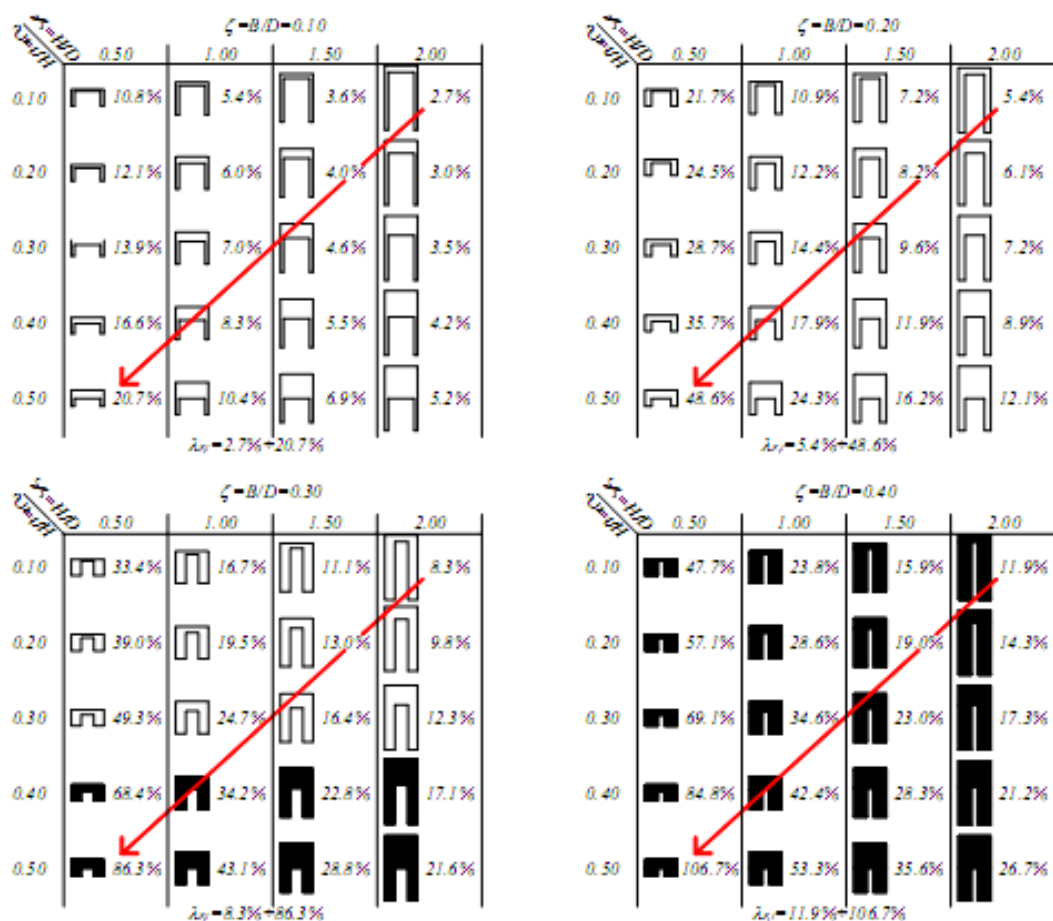


Figura 21 –Abaco relativo alla condizione di carico Caso a.

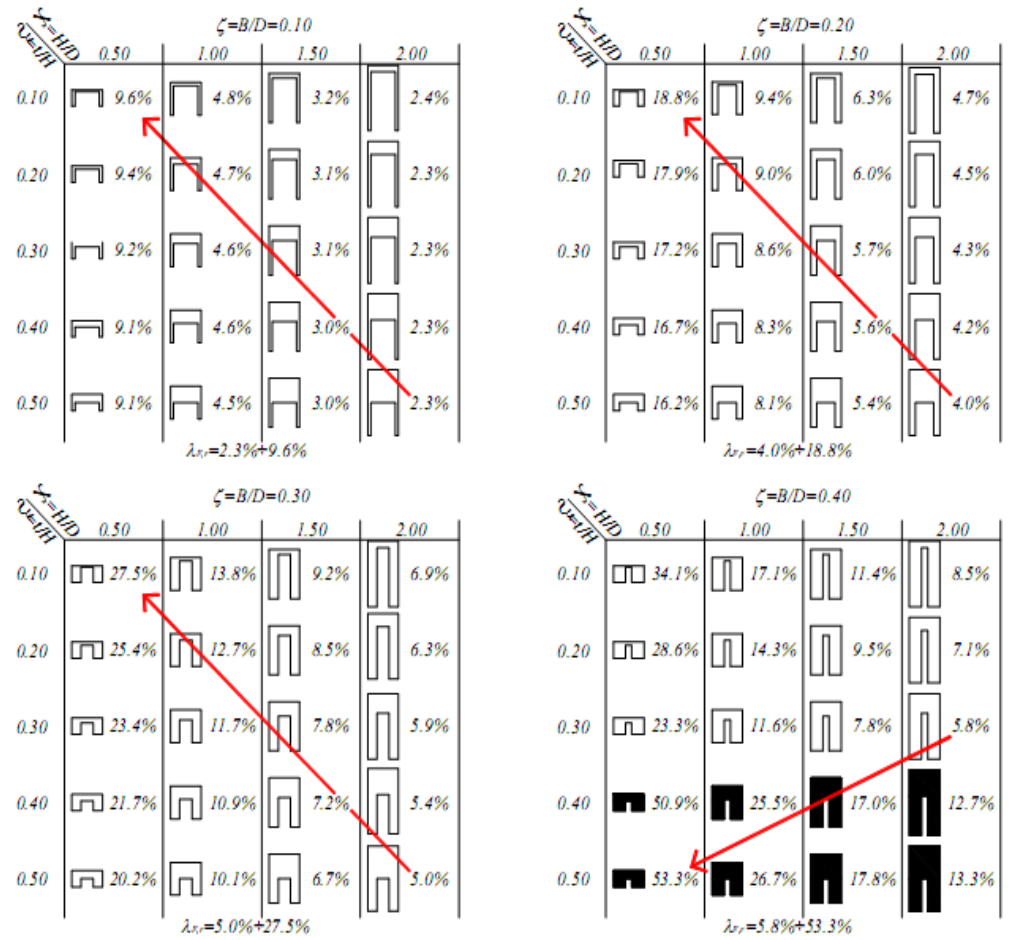


Figura 22 – Abaco relativo alla condizione di carico Caso b.

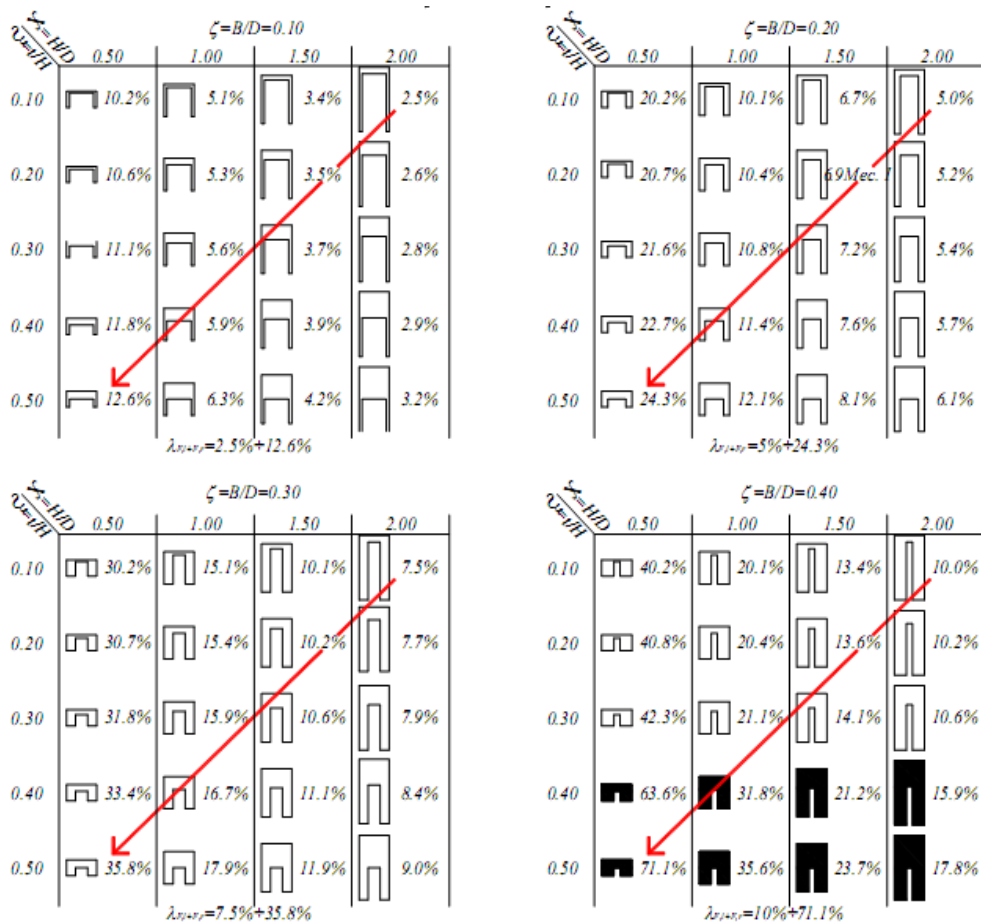


Figura 23 – Abaco relativo alla condizione di carico Caso c.

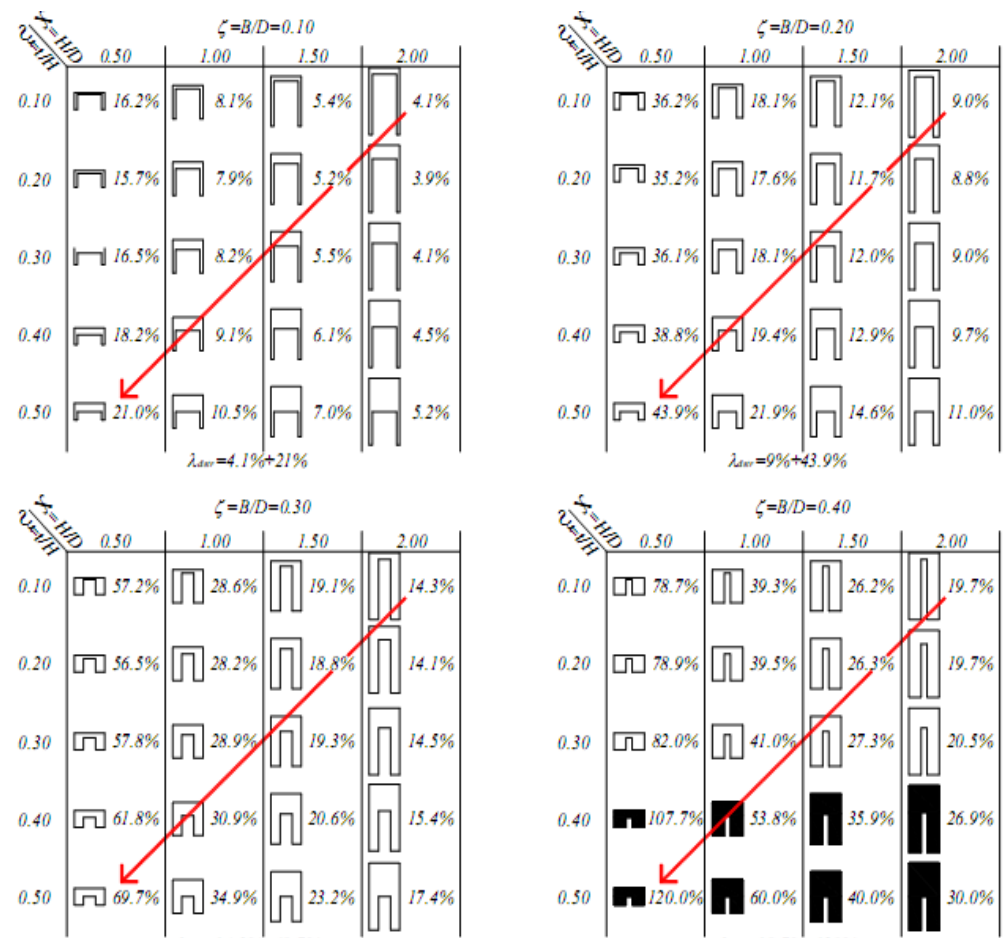


Figura 24 –Abaco relativo alla condizione di carico Caso d.

2.5.7 *Effetto della condizione di carico*

Alla luce dei risultati ottenuti, si possono fare alcune considerazioni sull'effetto della condizione di carico a cui l'elemento è sottoposto sulla capacità ultima di resistere alle azioni dei portali. In Figura 25, 26 e 27 sono riportati i valori dei moltiplicatori di collasso a confronto per le condizioni di carico che abbiamo definito Casoa, Casob e Caso c e desumibili in Figura 17. In particolare questi valori sono stati normalizzati al valore del moltiplicatore di collasso relativo alla condizione di carico nominata Caso a. Ogni curva riportata nei diagrammi è relativa al valore di B/D pari a 0.10, 0.20, 0.30 e 0.40 definita nell'analisi parametrica.

In ciascun diagramma è riportata anche una linea corrispondente al valore di $\lambda_{Fr} = \lambda_{F1}$, λ_{F1+} , $\lambda_{Fr} = \lambda_{F1}$ e $\lambda_{dist} = \lambda_{F1}$.

Se si assume di riferirsi al Caso a, si osserva come la presenza di Fr , applicata a destra del portale, generi moltiplicatori di collasso tendenzialmente più bassi, mentre la contemporanea presenza di $F1$ e Fr ci dia valori di moltiplicatori intermedi alla presenza delle singole forze.

In particolare, le differenze tra le condizioni di carico sono sicuramente correlate ai diversi parametri geometrici e alle catene cinematiche relative ai diversi meccanismi considerati.

Infatti la componente orizzontale dello spostamento associata al punto di applicazione delle forze nel caso di Fr è molto più alta rispetto a quella relativa alla presenza di $F1$. Questo, applicando il PIV ci fornisce valori di moltiplicatori più bassi se si osservano le forme delle formulazioni definite per ciascuna condizione di carico. In generale, il Caso b e c forniscono valori di portanza inferiori rispetto al Caso a come si vede in figura 25, mentre il Caso d fornisce i valori più alti della capacità ultima. Infine, è possibile osservare che i valori di λ_{dist} sono molto più alti dei valori di λ_{F1} per valori di ξ compresi tra 0.4 e 0.6, mentre per valori di ξ più alti, il valore di λ_{F1} è più alto. In particolare il rapporto tra $\lambda_{distr} / \lambda_{F1}$ è compreso tra 1.0 e 1.8, con eccezione del caso del portale caratterizzato da un rapporto $\zeta=0.2$ e $\xi=0.5$ ($\lambda_{distr} / \lambda_{F1}=0.9$),

$\zeta=0.3$ e $\xi=0.4$ ($\lambda_{distr} / \lambda_{F1}=0.9$), e $\zeta=0.3$ e $\xi=0.5$ ($\lambda_{distr} / \lambda_{F1}=0.81$).

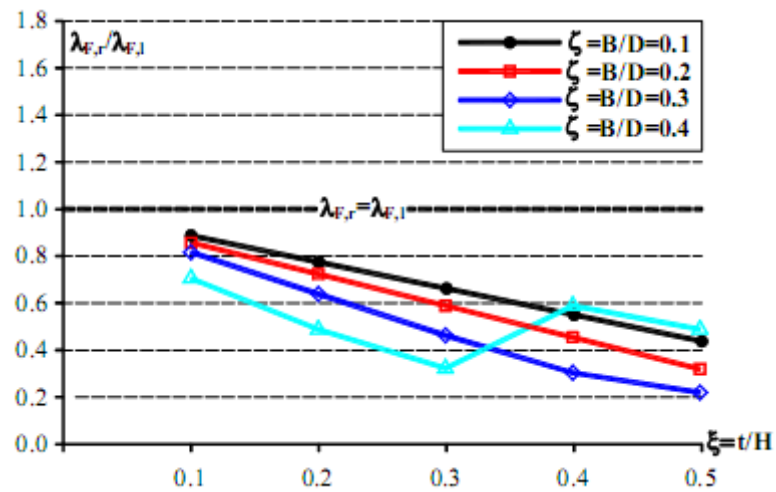


Figura 25 –Caso b vs Caso a : Confronto tra i moltiplicatori

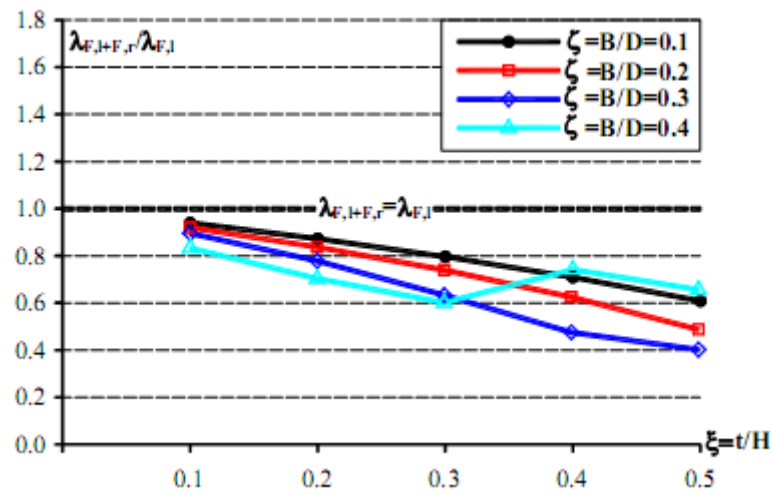


Figura 26 –Caso c vs Caso a : Confronto tra i moltiplicatori

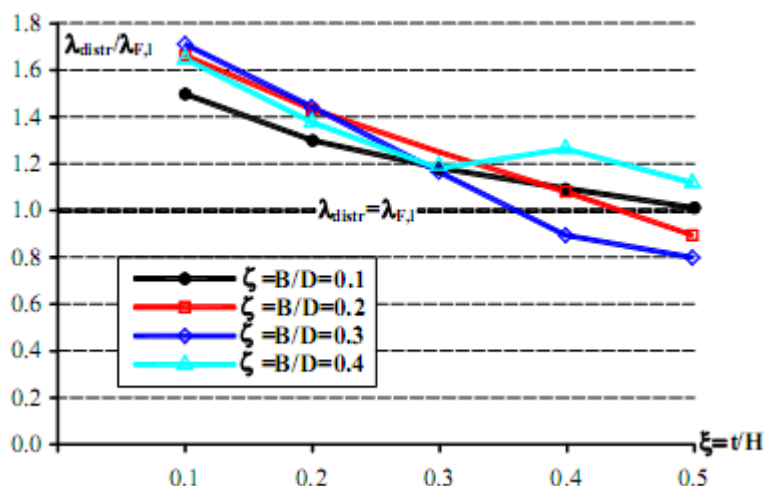


Figura 27 –Caso d vs Caso a : Confronto tra i moltiplicatori

2.6 CONCLUSIONI

In questo capitolo sono stati riportati i risultati dell'applicazione dei principi dell'analisi limite per lo studio di elementi semplici di portali in muratura, mentre nel successivo lo stesso discorso verrà affrontato per gli archi. Viene proposta una formula semplificata per la valutazione della capacità portante sotto azioni orizzontali di portali in muratura, in dipendenza di parametri che governano i meccanismi, snellezza globale H/D , snellezza delle pile B/D , e snellezza delle trave t/H , sono identificati e commentati, al fine di ottenere l'espressione in forma chiusa come sola funzione dei parametri geometrici precedentemente definiti. Assumendo come punto di partenza l'approccio introdotto da Heyman, si è derivata l'espressione in forma chiusa per il calcolo del moltiplicatore di collasso mediante l'applicazione del Principio dei Lavori Virtuali e la cinematica dei corpi rigidi. A tale scopo, sono stati individuati quattro meccanismi e per ciascuno è stata ricavata l'espressione numerica che fornisce il moltiplicatore di collasso. Per stabilire i range dei rapporti geometrici fondamentali entro cui individuare il meccanismo di collasso prevalente, si è condotta un'analisi parametrica ottenuta variando i suddetti rapporti. I

risultati ottenuti, sono sinteticamente proposti in un abaco per un'immediata valutazione del moltiplicatore nota la geometria del portale. Successivamente al fine di estendere i risultati ottenuti sui portali descritti nei paragrafi precedenti soggetti ad una azione sismica posta in testa, sono stati considerati quattro ulteriori casi relativi all'applicazione di differenti carichi sismici. Si è valutato l'effetto dei parametri geometrici per il calcolo del moltiplicatore di collasso e l'effetto delle diverse condizioni di carico.

Capitolo III

CAPACITA' ULTIMA DI ARCHI IN MURATURA: EFFETTO DEL CARICO E DELLA GEOMETRIA

3.1 PREMESSA

Gli edifici monumentali in genere sono costruzioni storiche realizzate alcuni secoli or sono. Così come abbiamo già evidenziato per il portale, l'arco costituisce uno degli elementi base per la costituzione geometrica dei macroelementi delle chiese a pianta basilicale. Gli antichi costruttori erano consapevoli che l'arco per effetto dei carichi a cui è soggetto, trasmette ai piedritti non solo azioni verticali ma anche azioni orizzontali dirette verso l'esterno che tendono a rovesciare i piedritti stessi su cui essi poggiano (vedi il VI volume dei *10 libri sull'architettura* di Vitruvio). Anche Leonardo Da Vinci era ben consapevole di questo meccanismo e col suo affascinante linguaggio da artista definisce l'arco come *una fortezza causata da due debolezze*, considerando l'arco composto da due quarti di cerchio (debolezze) che tendono a ribaltare e, opponendosi l'uno all'altro, formano una struttura resistente. Anche se è impossibile datare esattamente l'anno di nascita dell'arco, si può affermare che tale struttura ha caratterizzato l'intera storia dell'architettura. Esso è architettonicamente definito come un elemento strutturale a forma curva, sebbene sia il suo

“funzionamento” statico a caratterizzarlo maggiormente. L’arco, infatti, andrebbe più propriamente definito come un elemento strutturale costituito da conci soggetti a compressione che si reggono per mutuo contrasto. Al vantaggio statico derivante dalla capacità di poter superare luci altrimenti irrealizzabili fa da contraltare la costruzione più complessa e la necessità di controbilanciare le spinte laterali. Di conseguenza, le teorie progettuali si sono sempre concentrate sul dimensionamento dell’arco relativamente al carico verticale proveniente dalle strutture portate e sul controllo delle spinte, trascurandone il comportamento sotto azione orizzontale. Originariamente, il proporzionamento degli archi veniva effettuato sulla base dell’esperienza tramandata oralmente e successivamente tenendo conto della curva delle pressioni come funicolare dei carichi. Questo approccio è in realtà in qualche modo compreso in quello generale dell’analisi limite e da Heyman, che nei suoi lavori fornisce per la prima volta un’analisi esauriente del problema ed in particolare trova giustificazione alle forme dei diversi elementi delle cattedrali gotiche. In questo capitolo viene descritta la metodologia individuata per la valutazione del valore del moltiplicatore di collasso per differenti tipologie di archi in muratura (a tutto sesto, a sesto acuto e sesto ribassato) note le principali dimensioni geometriche, sfruttando i principi e le ipotesi base dell’analisi limite. In particolare, si sono selezionati tre possibili cinematismi di collasso e definite tre possibili configurazioni di carico, per le quali si sono ottenuti i valori del moltiplicatore di ciascuna delle oltre 250 configurazioni geometriche, ottenute variando i parametri geometrici fondamentali delle diverse tipologie di archi. Al fine di renderne più immediata la lettura, i risultati sono riportati in forma grafica, al fine di ottenere abachi semplificati in cui con la sola definizione della geometria dell’arco si potesse in via diretta definire e calcolare il moltiplicatore di collasso dei diversi schemi. Infine, il recente evento sismico di L’Aquila ha offerto la possibilità di effettuare un’applicazione delle procedure sviluppate ad un caso reale.

3.2 METODOLOGIA SEMPLIFICATA: APPROCCIO MEDIANTE ANALISI LIMITE

Le metodologie semplificate applicate per la valutazione della capacità ultima di archi in muratura si fondano essenzialmente sulle ipotesi fondamentali alla base dell'applicazioni dell'analisi limite.

Heyman nei suoi studi fornisce per la prima volta un'analisi esauriente del problema ed in particolare trova giustificazione alle forme dei diversi elementi delle cattedrali gotiche.

Allo scopo di stabilire i teoremi generali sul comportamento a rottura della muratura, si riportano le ipotesi sulle proprietà del materiale stabilite da Heyman:

a) la pietra non ha resistenza a trazione

Questa ipotesi è chiaramente giustificata per la muratura costituita da blocchi assemblati a secco o legati da malta a bassa resistenza che resta certamente a vantaggio di sicurezza; essa può al massimo risultare troppo prudente nel caso in cui possono essere trasmessi sforzi di trazione a causa delle interconnessioni delle pietre orientate in modo casuale.

b) la resistenza a compressione della pietra infinita

Questa ipotesi è giustificata dal fatto che, salvo eccezioni, il collasso di una struttura in muratura di pietra non avviene per schiacciamento di alcuni elementi murari, ma per l'apertura di lesioni e formazione di un meccanismo di collasso connessi.

c) Impossibile mutuo scorrimento tra le parti;

Infatti la resistenza allo scorrimento è condizionata dalla presenza di attrito. Noto il valore del coefficiente di attrito f tra due pietre sovrapposte, l'angolo ψ tra la linea e la normale al giunto, è sempre minore dell'angolo d'attrito ϕ tranne nel caso di giunti male orientati.

Sotto condizioni di carico monoassiale possiamo allora ammettere un diagramma elastico lineare indefinito dal lato delle tensioni di compressioni e, dal lato apposto, caratterizzato da una tensione di rottura nulla a trazione e riportato in Figura 1

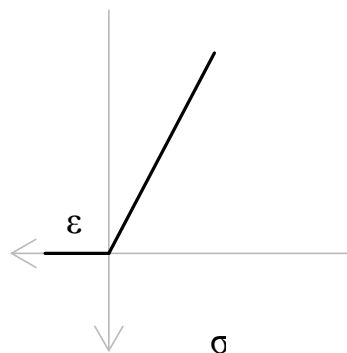


Figura 1: Diagramma tensioni-deformazioni per la muratura per le ipotesi dell'analisi limite.

La mancanza di resistenza a trazione comporta una condizione di ammissibilità per le tensioni e cioè, nel caso monoassiale, la condizione $\sigma \leq 0$. La condizione $\sigma = 0$ può allora definirsi come la condizione limite o di collasso del materiale, che corrisponde a quella situazione in cui sono possibili fessurazione del materiale.

In sintesi il legame muratura può essere definito dalle seguenti relazioni:

$$\varepsilon = C \cdot \sigma + \varepsilon^f$$

dove :

C = coefficiente di deformabilità

ε^f = deformazioni di fessurazione

e dalle condizioni di ammissibilità delle tensioni e dalla condizione di ortogonalità tra le tensioni e deformazioni:

$$\sigma \leq 0$$

$$\sigma \cdot \varepsilon^f = 0$$

Da quanto su detto si può notare uno stretto collegamento tra il legame su indicato ed il legame dei materiali elastici perfettamente plastici, quindi risultano applicabili i teoremi dell'analisi limite al materiale muratura.

Attraverso le ipotesi su dette, l'analisi limite è quella parte della teoria della plasticità che fornisce i metodi necessari per il calcolo del carico limite.

Essa si basa su tre ipotesi fondamentali:

MATERIALE ELASTICO PERFETTAMENTE PLASTICO;

SPOSTAMENTI PICCOLI FINO ALLO STATO DI INCIPIENTE COLLASSO;

CARICHI MONOTONAMENTE CRESCENTI;

Le prime due ipotesi implicano che la deformabilità elastica non incide sullo stato di collasso, per cui possono anche essere sostituite dall'unica ipotesi di MATERIALE RIGIDO PLASTICO. I metodi per la determinazione del carico limite discendono direttamente da due teoremi fondamentali detti rispettivamente TEOREMA STATICO e TEOREMA CINEMATICO.

Il primo dà un valore del carico di collasso approssimato per difetto mentre il secondo un valore approssimato per eccesso. Questi due teoremi discendono dal principio dei lavori virtuali e dal teorema della massima dissipazione.

Enunciamo i due teoremi fondamentali dell'analisi limite:

Teorema statico

“Il moltiplicatore di carico limite λ_l è il massimo tra tutti i moltiplicatori statici λ_- .”

Teorema cinematico

“Il moltiplicatore di carico limite λ_l è il minimo tra tutti i moltiplicatori cinematici λ_+ .”

In base a questi due teoremi si può quindi affermare che il moltiplicatore di carico limite (detto anche moltiplicatore di collasso o critico) rappresenta l'elemento di separazione tra due classi contigue di moltiplicatori, quelli staticamente ammissibili e quelli cinematicamente ammissibili. Per cui esso è unico (teorema dell'unicità). Infatti se per una data struttura è possibile determinare un diagramma dei momenti lecito tale che si raggiunga il valore di momento plastico in un numero di sezioni sufficiente a generare un meccanismo lecito con cerniere plastiche in tali sezioni ed inoltre il segno

del momento corrisponde al segno delle rotazioni della cerniera, allora il moltiplicatore considerato è il moltiplicatore di collasso.

3.2.1 Assunzioni di base: Geometria e Materiale

L'arco è un elemento realizzato nelle strutture religiose attraverso la realizzazione di una centina che si adattava poi alla differente tipologie di struttura da realizzare in base al materiale da utilizzare. L'arco può definirsi in diversi tipi a seconda della forma: le più diffuse sono certamente quella a tutto sesto, a sesto acuto e ribassato.

In particolare, l'utilizzo sistematico dell'arco a tutto sesto si deve ai Romani, che lo impiegarono prevalentemente in funzione della staticità piuttosto che dell'estetica, pur senza escluderla. Durante il medioevo l'arco a tutto sesto divenne un elemento caratterizzante dell'architettura romanica.

L'uso di archi a sesto acuto, invece, è tipico dell'architettura gotica e permette rispetto all'arco a tutto sesto, a parità di lunghezza della corda, di avere un'apertura più alta e slanciata. Infine, l'arco ribassato è un tipo di arco più economico e meno impegnativo; a parità di larghezza della luce l'arco ribassato genera un'apertura più bassa. La sua principale applicazione si ha nella costruzione di ponti, per esempio nella ricostruzione nel XIV secolo del Ponte Vecchio di Firenze, ma è tipico anche dell'architettura settecentesca italiana, ad esempio nei chiostri dei monasteri costruiti in tale epoca. In Figura 2 sono riportati esempi delle tre tipologie.



Figura 2: Tipologie di archi: (a) a tutto sesto; (b) a sesto acuto; (c) a sesto ribassato

Da un punto di vista geometrico, l'arco a tutto sesto è un tipo di arco contraddistinto da una volta a semicerchio, per questo detto anche arco a pieno centro. È la tipologia più semplice di arco e prevede che il centro verso il quale convergono i giunti si trovi sulla linea d'imposta, cioè su quella linea che unisce i punti dove finiscono i sostegni e inizia l'arco. Anticamente *sesto* significava il [compasso](#), per cui un arco a tutto sesto era un arco nel cui disegno il compasso faceva un semigiro

L'arco a sesto acuto, invece, è un arco bicentrico che contempla arcate appartenenti a circonferenze con raggio maggiore o uguale alla base dell'arco stesso.

Infine, un arco si dice ribassato o scemo quando il rapporto fra la freccia ed il raggio è inferiore ad 1, ovvero quando il centro verso il quale tendono i giunti dei cunei si trova più in basso della linea d'imposta.

Nella prima fase di studio riportata in questo capitolo, si valuterà la capacità ultima di archi a tutto sesto per poi ampliare il discorso anche agli archi a sesto acuto e a quelli ad arco ribassato.

In particolare la geometria dell'arco a tutto sesto viene definita in funzione di alcuni parametri geometrici fondamentali :

- Il raggio R
- La luce $2R$
- Lo spessore t
- L'altezza totale H
- L'altezza delle pile h
- La larghezza delle pile B
- La larghezza totale D

In Figura 3 è riportata una schematizzazione dell'arco con le dimensioni fondamentali .

Inoltre sullabase delle ipotesi precedentemente descritte si nota come l'unico meccanismo di collasso possibile è la rotazione dei blocchi adiacenti rispetto un punto comune, cosicché la muratura si comporta come un assemblaggio di corpi rigidi. Il collasso è determinato quindi, dalla

formazione di cerniere tra le diverse parti, localizzate in determinati punti. In questo lavoro, poi, si è fatta un'ulteriore ipotesi semplificatrice:

- d) Le cerniere possono aversi solo alla base dei piedritti, ai punti di connessione piedritto-arco e lungo lo sviluppo dell'arco stesso; ovvero si esclude la possibilità di una rottura a taglio delle pile come riportato in Figura 3.

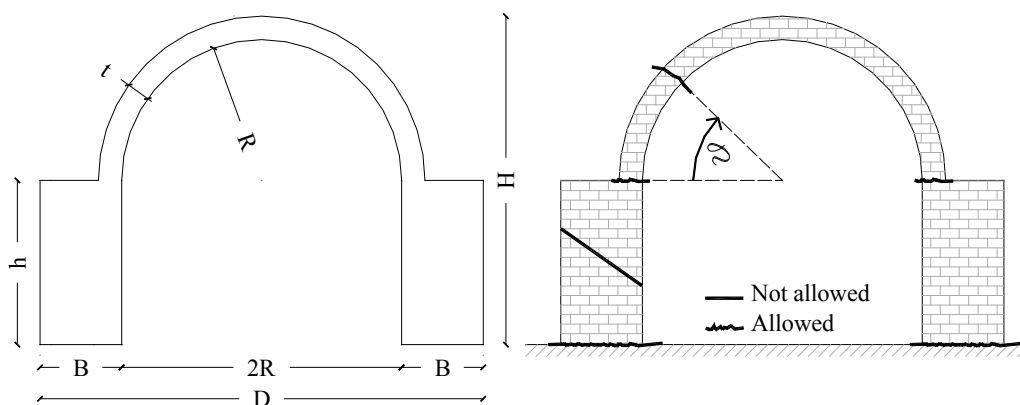


Figura 3: Schema geometrico fondamentale e possibile localizzazione delle cerniere.

3.2.2 Metodologia: Identificazione dei meccanismi di collasso e applicazione del PLV

L'arco è una struttura 3 volte iperstatica e affinché diventi una struttura labile e si attivi un meccanismo cinematico occorre la formazione di 4 cerniere plastiche. Quest'ultime possono formarsi potenzialmente in tutte le sezioni dell'arco quindi risultano numerose le combinazioni delle stesse in gruppi di 4.

I possibili meccanismi cinematici possono essere divisi in tre gruppi:

- Il primo gruppo è quello che prevede la formazione delle 4 cerniere tutte all'interno dell'arco. Tali meccanismi, rappresentati in Figura 5(a), sono definiti di tipo locale o ad arco.

- Il secondo gruppo è invece quello che prevede la formazione di 1 cerniera al piede del piedritto opposto alla direzione della forza orizzontale e 3 cerniere all'interno dell'arco. Tali meccanismi, rappresentati in Figura 5(b), sono definiti di tipo semiglobale o misto.
- Infine il terzo gruppo di meccanismi è quello che prevede la formazione di 2 cerniere ai piedi dei piedritti nello spigolo opposto alla direzione della forza orizzontale e 2 cerniere all'interno dell'arco. Tali meccanismi, rappresentati in Figura 5(c) sono definiti di tipo globale.

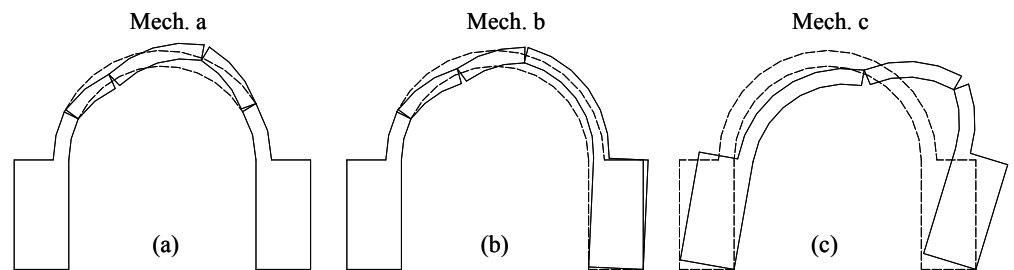


Figura 5: Possibili meccanismi: Meccanismo ad arco; Meccanismo misto e meccanismo globale.

Definiti i tre meccanismi di collasso fondamentali, mediante l'applicazione del PLV sono state disegnate le relative catene cinetiche riportate in Figura 6.

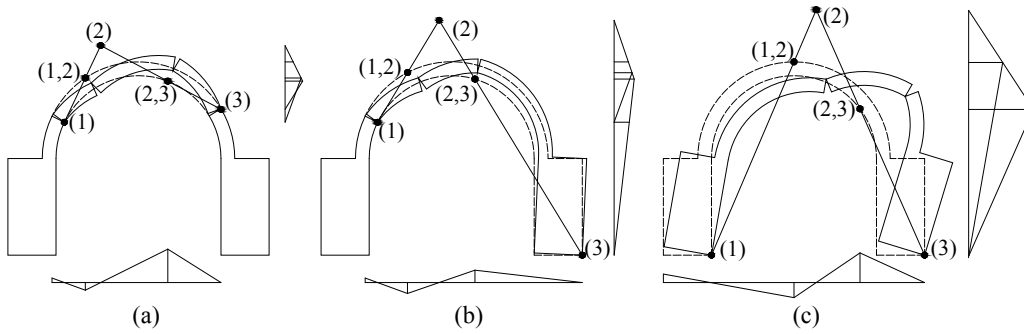


Figura 6: Catene cinematiche per i tre meccanismi fondamentali.

Per il calcolo del moltiplicatore di collasso sono state ipotizzate tre diverse condizioni di carico come riportato in Figura 7. In particolare, tenendo costante l'applicazione del carico verticale relativa al peso proprio della struttura, il carico orizzontale, proporzionale al peso proprio, è stato applicato in un primo caso come una forza distribuita su tutta la struttura; in un secondo caso come una forza concentrata applicata all'altezza delle pile; in un terzo caso come forza concentrata in testa all'arco.

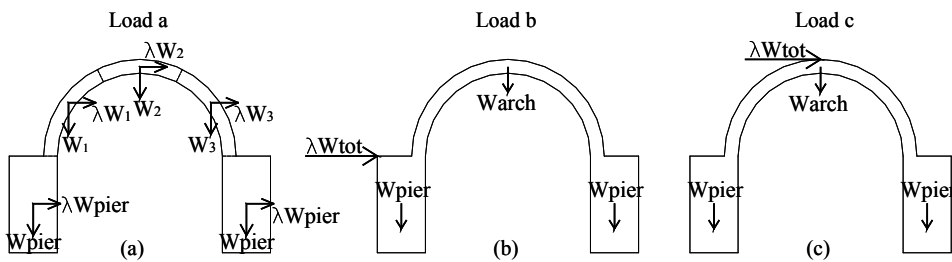


Figura 7: Condizioni di carico: Forza orizzontale distribuita; forza in testa alle pile; forza in testa all'arco.

Attraverso l'applicazione del Principio dei lavori virtuali, indicando con F_i il peso delle singole parti e con λ_{F_i} le forze orizzontali applicate entrambe nei baricentri delle rispettive parti rigide e calcolando per i diversi meccanismi i relativi spostamenti dei baricentri, possiamo determinare dall'equazione dei lavori virtuali il moltiplicatore di collasso λ .

In particolare, l'espressione del moltiplicatore di collasso si ricava dalla seguente espressione:

$$\lambda = \frac{F}{W_{tot}} = \frac{\sum W_i \cdot v_i}{\sum W_i \cdot u_i} [i = 1, 2, 3]$$

dove:

- λ è il moltiplicatore di collasso
- W_i è il peso proprio di ciascuna parte di struttura coinvolta nel meccanismo
- v_i e u_i sono le componenti di spostamento verticale e orizzontale del centro di ogni blocco rigido coinvolto nel cinematisimo.

Questi spostamenti possono essere ricavati dalle catene cinematiche o applicando il teorema di Chasles.

Il nostro approccio è di tipo cinematico, cioè si fa riferimento a tutti i possibili cinematismi di collasso dell'arco e si fa riferimento alle possibili posizioni delle cerniere lungo lo sviluppo dell'arco. È per questo che si rende necessaria la definizione di una legge di variazione delle cerniere lungo lo sviluppo dell'arco. Se è infatti vero che l'arco diventa labile con 4 cerniere, è anche vero che le 4 cerniere possono essere posizionate lungo tutto lo sviluppo dell'arco e in una qualunque posizione.

Tra le infinite configurazioni possibili, seguendo gli studi già affrontati da Como, rispetto al posizionamento delle cerniere, è stata fissata una possibile legge di variazione, pensando di definire una classe di possibili cinematismi a cui potessero corrispondere i più piccoli valori del moltiplicatore di collasso.

Indicando allora con $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ e θ_4 gli angoli che definiscono le posizioni delle cerniere lungo lo sviluppo dell'arco, è stato possibile definire le seguenti combinazioni, ottenute nell'ipotesi che la distanza tra due cerniere fosse multiplo di 30° .

θ_1 = pila di sinistra - 0° - 30° - 60° - 90° - 120°

θ_2 = 0° - 30° - 60° - 90° - 120° - 150°

θ_3 = 30° - 60° - 90° - 120° - 150° - 180°

θ_4 = 60° - 90° - 120° - 150° - 180° - pila di destra.

In Figura 8, 9 e 10 si riportano le possibili combinazioni di cerniere per ciascuna classe di meccanismo, rispettivamente globale, locale e misto.

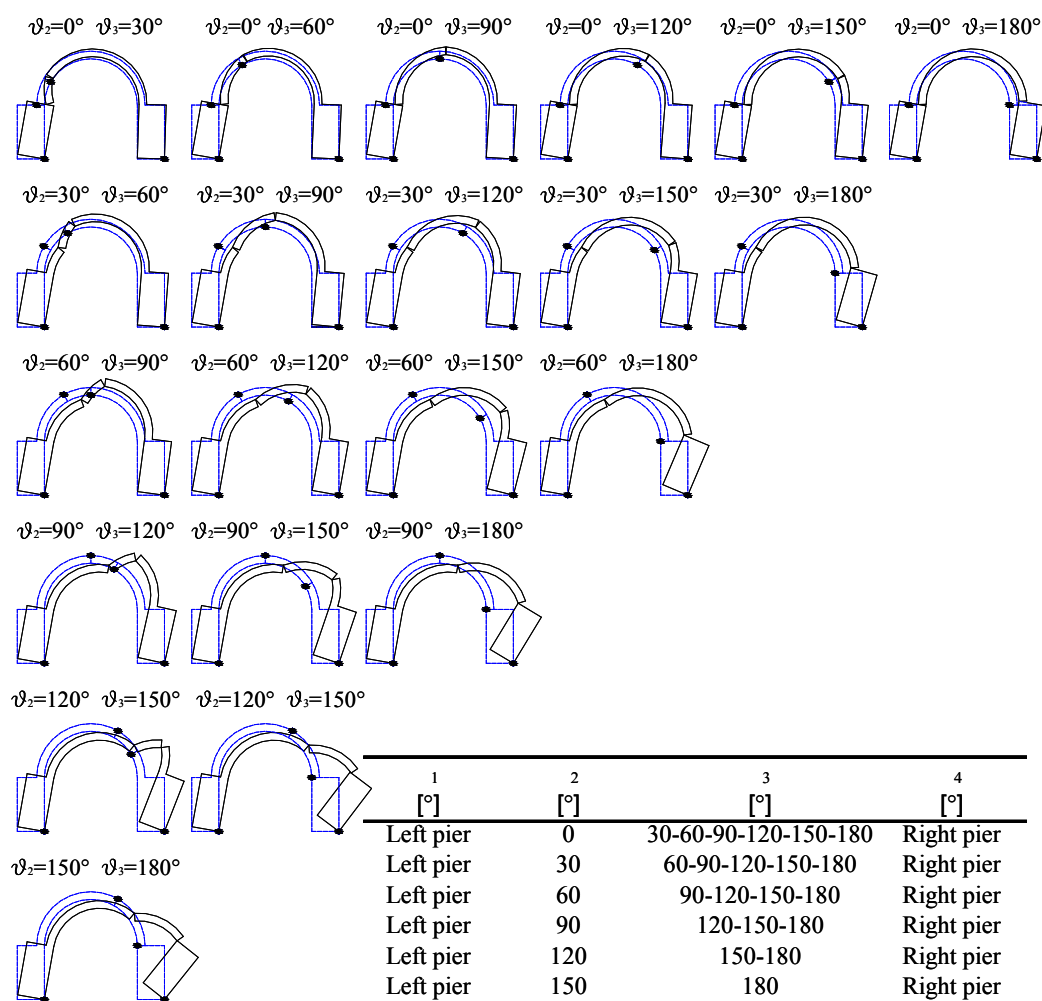
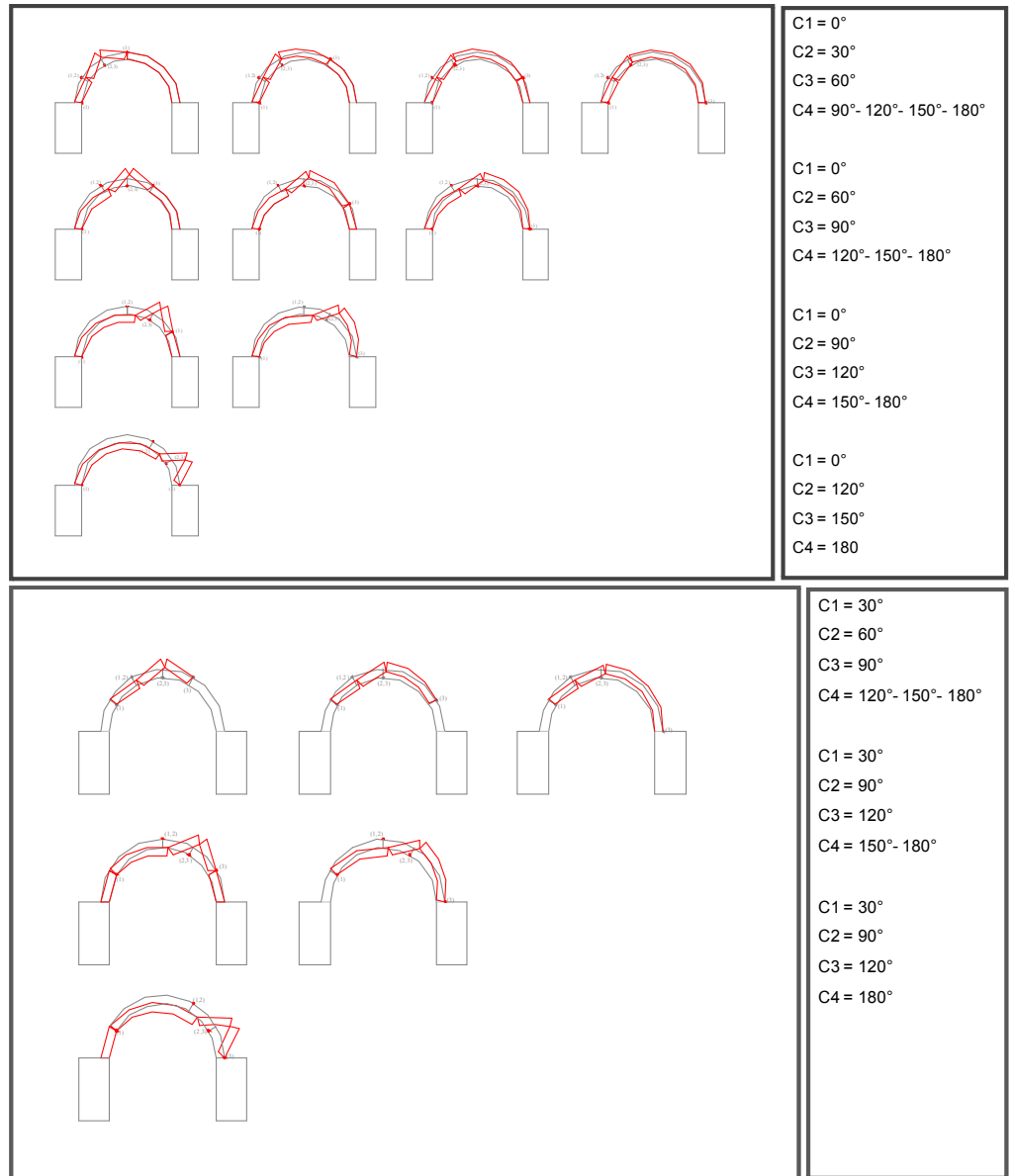


Figura 8: Localizzazione delle cerniere per il meccanismo globale.



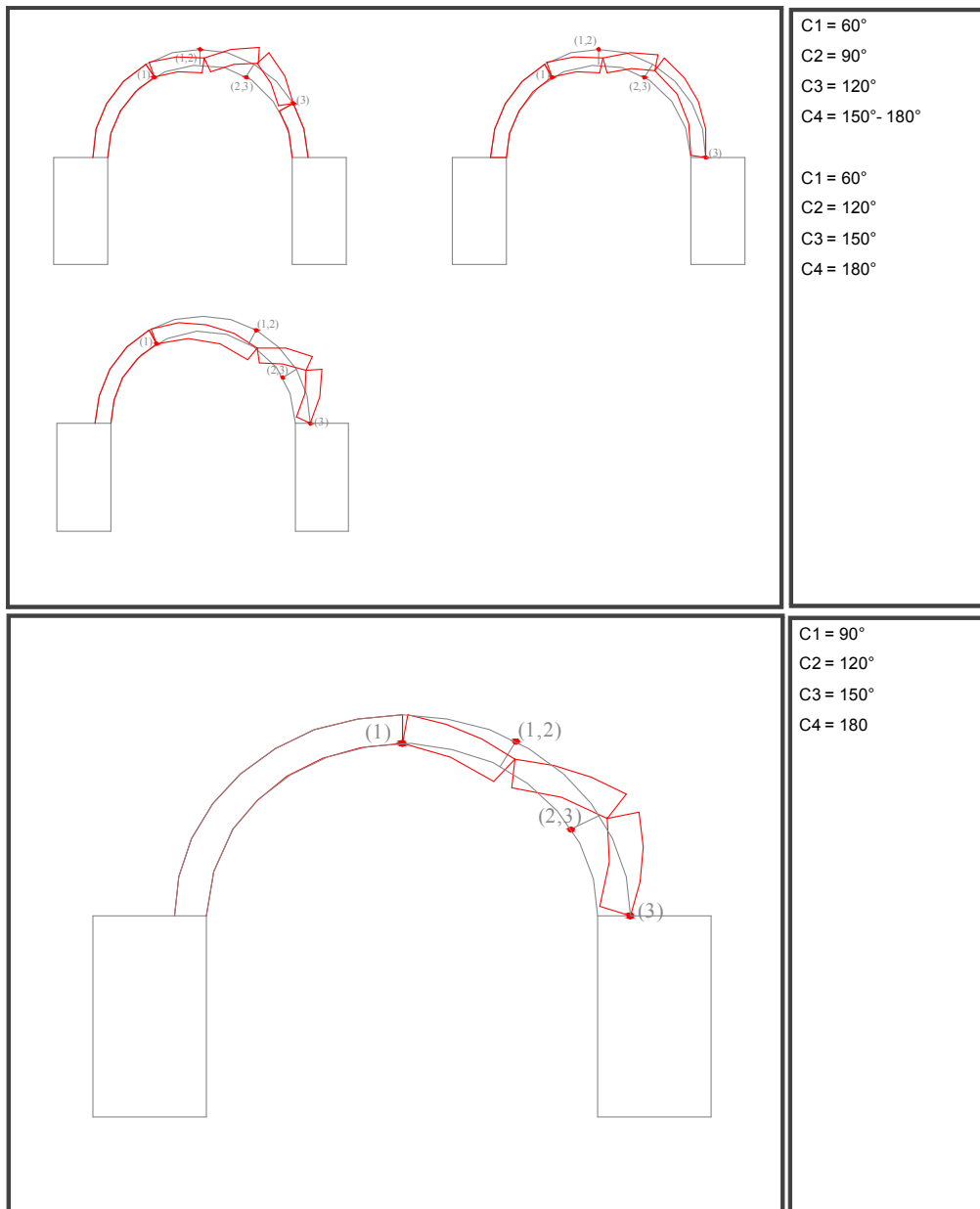

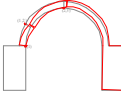
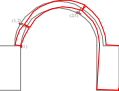

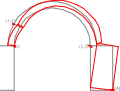
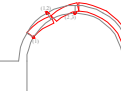
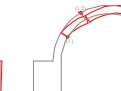



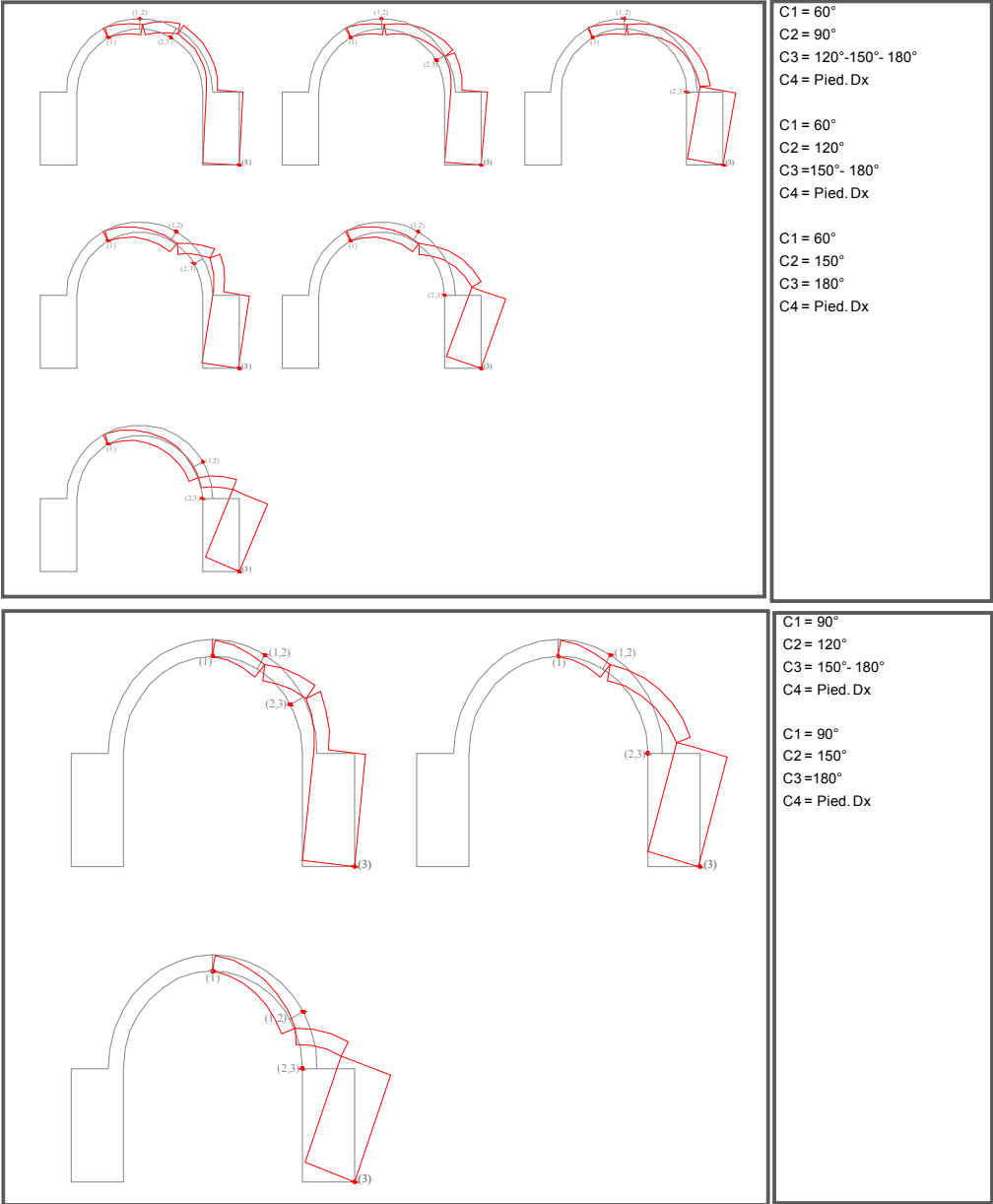


Figura 9: Localizzazione delle cerniere per il meccanismo locale: (a) Prima cerniera 0° ; (b) Prima cerniera 30° ; (c) Prima cerniera 60° ; (d) Prima cerniera 90° .

    	<p>C1 = 0° C2 = 30° C3 = 60°-90°-120°-150°- 180° C4 = Pied. Dx</p> <p>C1 = 0° C2 = 60° C3 = 90°-120°-150°- 180° C4 = Pied. Dx</p> <p>C1 = 0° C2 = 90° C3 = 120°-150°- 180° C4 = Pied. Dx</p> <p>C1 = 0° C2 = 120° C3 = 150°- 180° C4 = Pied. Dx</p> <p>C1 = 0° C2 = 150° C3 = 180° C4 = Pied. Dx</p>
    	<p>C1 = 30° C2 = 60° C3 = 90°-120°-150°- 180° C4 = Pied. Dx</p> <p>C1 = 30° C2 = 90° C3 = 120°-150°- 180° C4 = Pied. Dx</p> <p>C1 = 30° C2 = 120° C3 = 150°- 180° C4 = Pied. Dx</p> <p>C1 = 30° C2 = 150° C3 = 180° C4 = Pied. Dx</p>



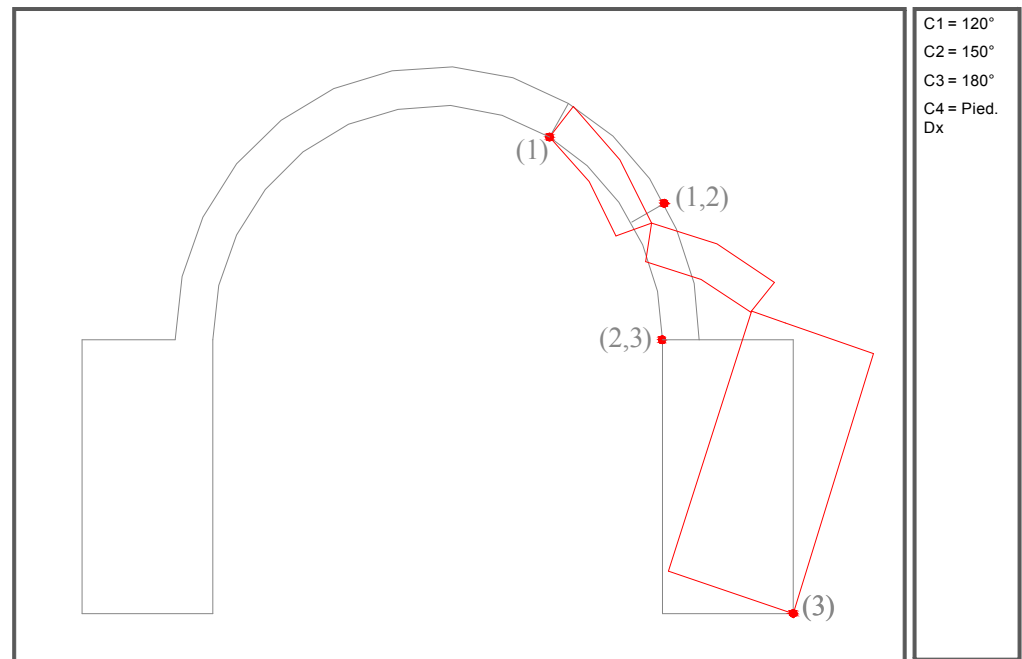


Figura 10: Localizzazione delle cerniere per il meccanismo misto: (a) Prima cerniera 0° ; (b) Prima cerniera 30° ; (c) Prima cerniera 60° ; (d) Prima cerniera 90° ; (e) Prima cerniera 120° .

Dalle figure riportate sopra, si evincono le seguenti considerazioni. Per il meccanismo globale è possibile ottenere la formazione delle cerniere per tutti i possibili casi variando l'angolo tra 0° e 180° . Per il meccanismo locale ovviamente affinché l'arco diventi labile si ottiene l'ultima cerniera ad una posizione massima di 90° , mentre per il meccanismo locale l'ultima posizione è a 120° .

La procedura di calcolo dei moltiplicatori diventa complicata se connessa a tutti i possibili cinematismi, al variare delle tre condizioni di carico possibili e al variare anche dei parametri geometrici fondamentali. Si è resa così necessaria una elaborazione della procedura in un software MATLAB, in modo da poter analizzare tutte i possibili casi. In particolare, per ciascuna configurazione delle possibili cerniere, vengono applicate e definite le catene cinematiche e successivamente calcolato il moltiplicatore di collasso.

3.3 ANALISI PARAMETRICA: 132 SCHEMI GEOMETRICI

L'arco ha una geometria variabile in funzione della variazione dei principali parametri che lo definiscono. In particolare al variare del raggio, della luce, dello spessore, della larghezza delle pile e dell'altezza delle pile è possibile definire infiniti casi di geometria diverse. Si sono allora definiti dei rapporti tra i parametri geometrici fondamentali al variare dei quali è possibile definire schemi ammissibili di geometrie di archi. In particolare:

- B/R , il rapporto tra la larghezza delle pile e il raggio dell'arco
- t/R , rapporto tra lo spessore dell'arco e il raggio
- h/R rapporto tra l'altezza delle pile e il raggio dell'arco.

Si sono fatti variare queste grandezze al fine di ottenere uno studio parametrico, che partisse dalla definizione di schemi possibili di archi in muratura. Nella tabella 1 si riportano i valori dei parametri assunti e per il caso di archi snelli e per il caso di archi tozzi, dove la snellezza è definita rispetto al parametro h/R .

<i>Archi snelli</i>			<i>Archi tozzi</i>		
h/R	B/R	t/R	h/R	B/R	t/R
1.0	0.13	0.04	0.50	0.25	0.20
2.0	0.25	0.08	1.00	0.50	0.40
3.0	0.38	0.12	1.50	0.75	0.60
4.0	0.50	0.16	2.00	1.00	0.80
		0.20		1.25	1.00

Tabella 1. Step di variazione dei rapporti fondamentali

Le due famiglie contengono il caso limite di archi snelli e tozzi., partendo dall'assunzione di base che il R fosse pari a 3.00 m.

Fissando ad esempio R , nella prima famiglia lo spessore passa da un rapporto di uno a cinque rispetto al raggio, mentre nel caso di archi tozzi si arriva a casi estremi in cui il raggio e lo spessore hanno un valore uguale.

Nella Figura 11, si riportano le due famiglie di geometrie possibili al variare dei rapporti fondamentali per un totale di 132 schemi geometrici.

Per ciascuno di questi casi di studio e per tutte e tre le condizioni di carico si sono calcolati i moltiplicatori di collasso, che sono stati graficizzati al

fine di ottenere un confronto e in termini di meccanismi prevalenti e in termini di capacità ultima.

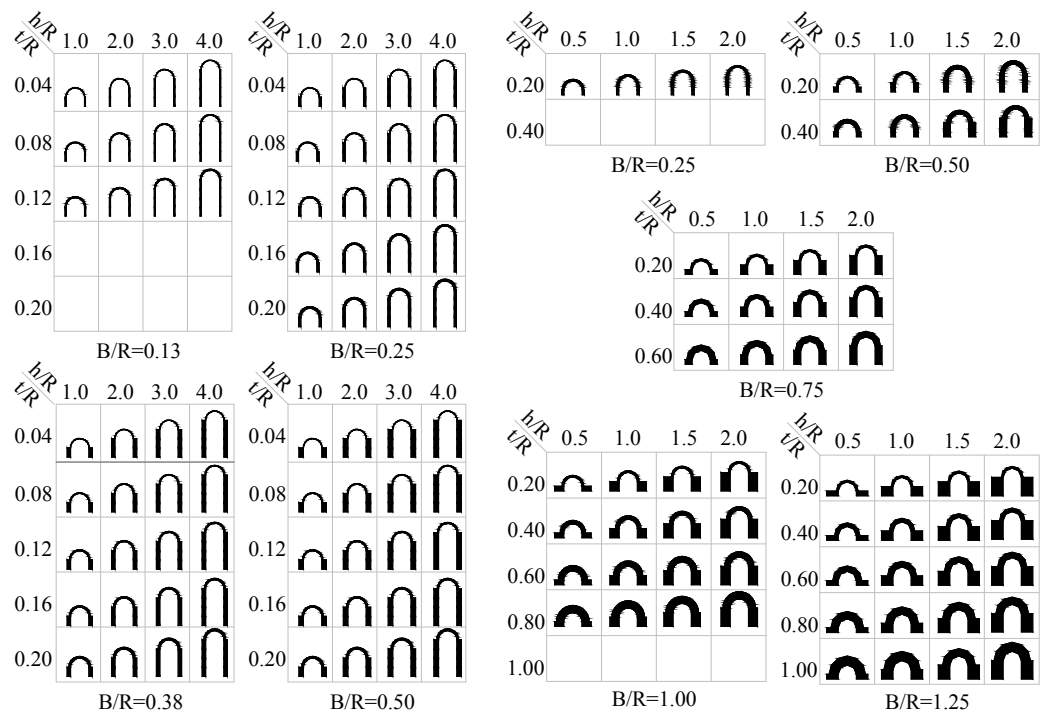


Figura 11: Famiglia snella e famiglia tozza di archi in muratura.

In particolare qui si riporta un esempio in Figura 12, nel caso di forza orizzontale distribuita, del valore dei moltiplicatori di collasso al variare del rapporto B/R fissando il t/R e l' h/R .

Si è osservato come in generale per la famiglia di archi snelli, prevalgano il meccanismo misto e il meccanismo globale ai quali sono connessi i valori di moltiplicatori di collasso più bassi. In generale :

- $B/R \leq 0.13 \rightarrow$ Meccanismo globale ;
- $B/R = 0.25$; $t/R \leq 0.12$; $h/R \leq 3.00 \rightarrow$ Meccanismo globale;
- $B/R = 0.25$; $t/R \geq 0.12$; $h/R \geq 3.00 \rightarrow$ Meccanismo misto;
- $B/R \geq 0.38 \rightarrow$ Meccanismo misto

Nel caso invece della famiglia di archi tozzi, il meccanismo prevalente è quello misto, a cui corrisponde sistematicamente il valore più piccolo di moltiplicatore di collasso, indipendentemente dalla geometria e dalla condizione di carico.

Il meccanismo ad arco, o quello locale, non risulta attivarsi in nessuno dei casi selezionati; ciò si spiega in connessione al fatto che il valore del moltiplicatore è ottenuto normalizzandolo al peso proprio delle sole parti che partecipano al meccanismo di collasso.

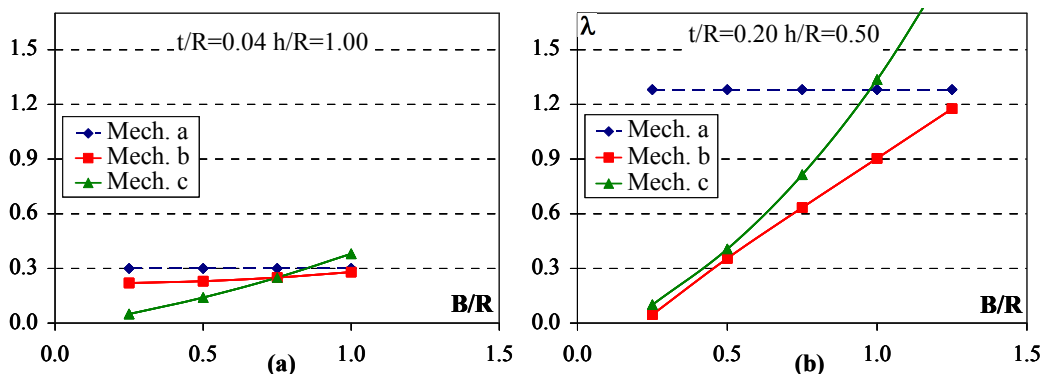


Figura 12: Moltiplicatori di collasso per differenti meccanismi: (a) Famiglia snella; (b) Famiglia tozza

Inoltre si è osservato la posizione delle cerniere rispetto al moltiplicatore di collasso associato ed è stato possibile osservare che per il meccanismo di tipo misto la prima cerniera si forma effettivamente a 30° , la seconda a 60° , la terza a 120° mentre la quarta alla base della pila, mentre per il meccanismo di tipo globale la prima cerniera si forma alla base della pila sinistra, la seconda a 90° , la terza a 150° e la quarta alla base della pila destra.

3.3.1 Abachi per l'individuazione dei moltiplicatori di collasso

I risultati ottenuti e precedentemente descritti dall'analisi parametrica hanno permesso la definizione di alcuni abachi semplificati, attraverso i quali con la conoscenza delle sole dimensioni geometriche fondamentali e la relativa condizione di carico, si potesse desumere il moltiplicatore di collasso. In Figura 13 e 14 sono riportati per tutte e tre le condizioni di carico i diversi moltiplicatori di collasso. Si è cercato inoltre di riportare nell'abaco l'andamento del moltiplicatore all'aumentare del valore.

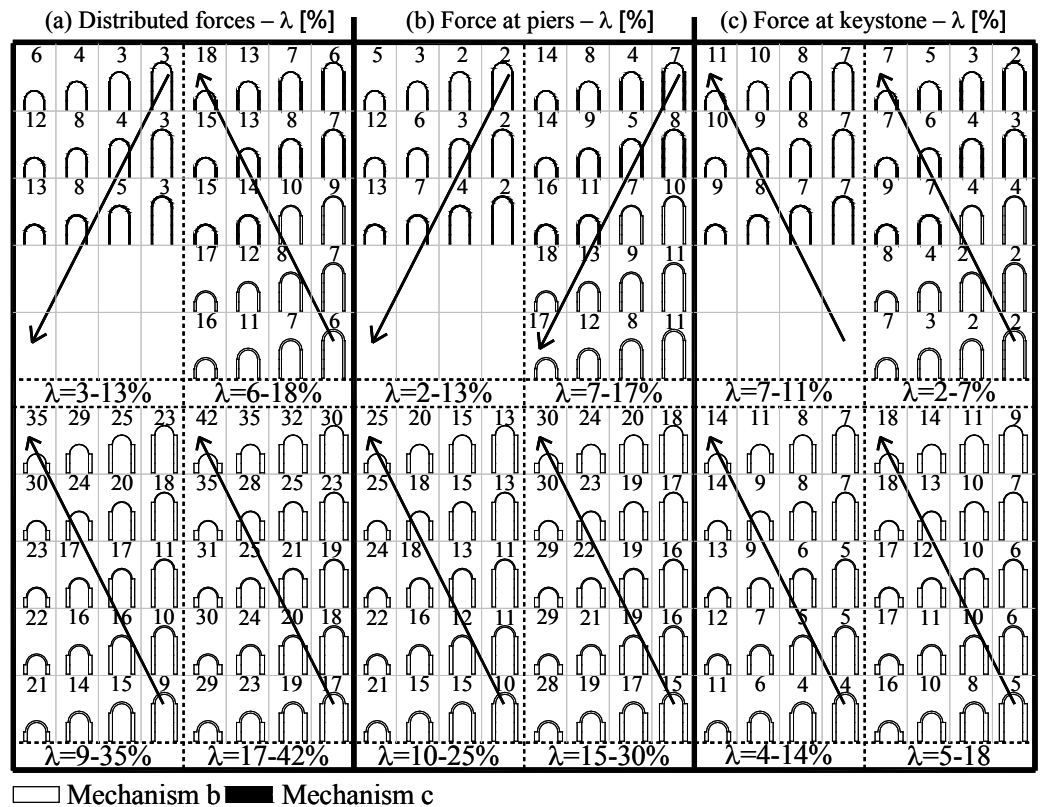


Figura 13: Abaco per la valutazione del moltiplicatore di collasso per le tre diverse condizioni di carico-famiglia di archi snelli.

In prima battuta, si osserva come la condizione di carico connessa alla forza orizzontale concentrata in chiave sia quella più sfavorevole, ottenendo rispetto ad essa i valori più bassi dei moltiplicatori di collasso.

Osservando l'abaco a parte la considerazione banale che agli archi più bassi e tozzi corrispondano, valori di λ più elevati, si vede come ci sia una forte influenza del fattore B/R . Infatti, per archi con dimensioni di base della pila più grandi corrispondono capacità ultime superiori, oltre ad avere una maggiore capacità di resistenza alle spinte indotte dal carico verticale.

Inoltre, per spessori più bassi si ha un decremento del valore di λ , mentre per spessori più elevati i moltiplicatori raggiungono valori più alti.

Non si può non osservare come al variare delle condizioni di carico, varino i valori della capacità ultima connessa. Ad esempio, per la famiglia di archi snelli, il valore di λ varia da un 42% legato ad una forza distribuita, al 30% per la forza applicata in corrispondenza delle pile, al 18% per la forza applicata in chiave. Questa tendenza non è confermata per la famiglia degli archi tozzi, in cui il moltiplicatore varia dal 279% in relazione alla forza applicata alle pile, contro il 117% e il 59% della forza distribuita e della forza in chiave. Questi risultati si spiegano in quanto per la famiglia di archi tozzi il centro dell'area dell'elemento interessato al meccanismo è più alto delle pile.

3.5 EFFETTO DEL CARICO VERTICALE.

Dopo aver ampiamente affrontato il problema della valutazione e del calcolo del moltiplicatore e del meccanismo di collasso associato al carico orizzontale, vogliamo in questo paragrafo valutare l'effetto della presenza del carico verticale sulla capacità ultima degli archi precedentemente descritti. In Figura 15, sono descritte le tre condizioni di carico elementare acui è soggetto l'arco studiato. In particolare, il carico verticale e orizzontale sono legati al peso proprio dell'arco e all'eventuale rinfranco posto sulla testa dell'arco, come spesso avviene nell'edilizia monumentale. Si è valutato l'effetto stabilizzante della presenza del riempimento che

dovrebbe rendere l'arco più stabile e quindi offrire una maggiore resistenza alle azioni del sisma.

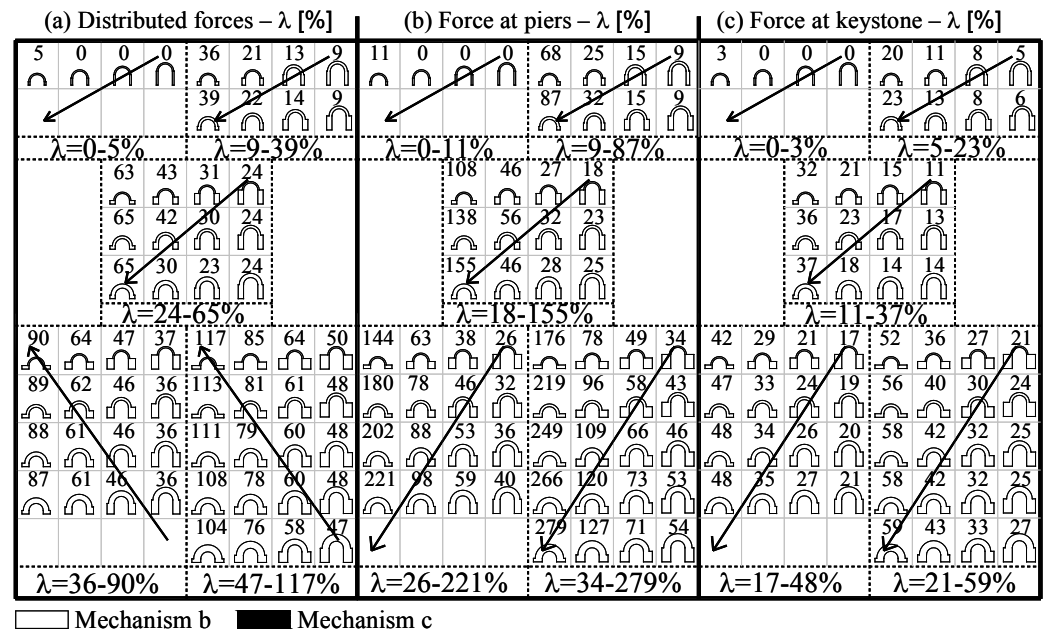


Figura 14: Abaco per la valutazione del moltiplicatore di collasso per le tre diverse condizioni di carico-famiglia di archi tozzi.

Le condizioni di carico sono così indicate:

- VL1: Solo peso proprio
- VL2: Solo carico dovuto al riempimento
- HF1: Forza orizzontale distribuita
- HF2: Forza orizzontale che si genera in relazione alla massa del riempimento.

Si sono allora definite tre condizioni di carico elementari:

- VL1+HF1: Peso proprio+ Forza orizzontale distribuita
- VL1+VL2+HF1: Peso proprio+ Carico Riempimento+ Forza orizzontale distribuita
- VL1+VL2+HF1+HF2: Peso proprio+ Carico Riempimento+ Forza orizzontale distribuita+Forza orizzontale dovuta alla massa del riempimento

Le considerazioni successive sono fatte tenendo conto delle stesse possibili combinazioni di cinematismi precedentemente descritti.

Per la famiglia di archi snelli, il meccanismo prevalente è sempre quello misto e quello globale. Infatti:

$B/R \leq 0,13 \rightarrow$ Meccanismo globale.

$B/R = 0,25; t/R \leq 0,12; h/R \leq 3,00 \rightarrow$ Meccanismo globale.

$B/R = 0,25; t/R \leq 0,12; h/R \geq 3,00 \rightarrow$ Meccanismo misto.

$B/R \geq 0,38 \rightarrow$ Meccanismo misto.

Nel caso , invece, della famiglia di archi tozzi, il meccanismo governante è certamente quello misto , sempre caratterizzato dal minimo valore del moltiplicatore di collasso, indipendentemente dalla geometria e dalla condizione di carico.

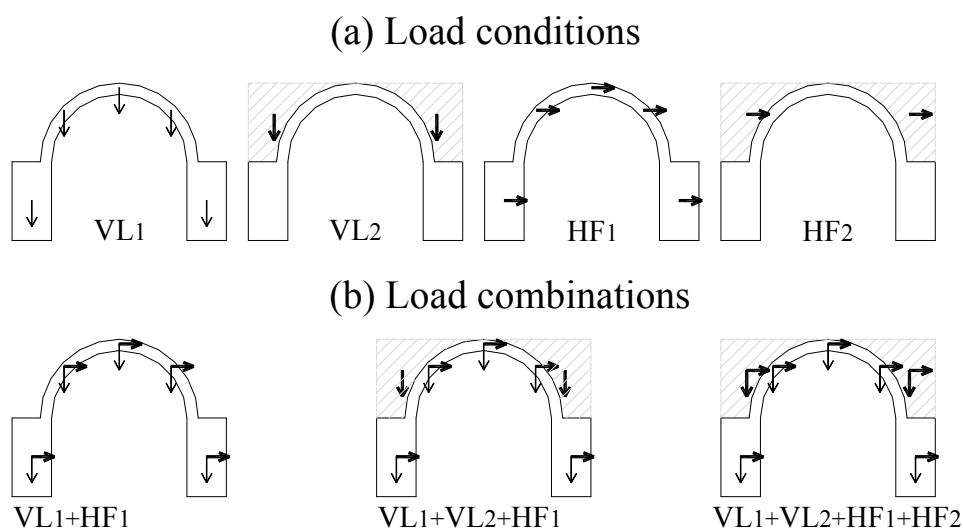


Figura 15: Condizioni e combinazioni di carico.

Per quanto concerne l'effetto delle diverse condizioni di carico, e in particolare del contributo del carico dovuto al riempimento , si possono fare alcune importanti osservazioni. La presenza infatti del carico verticale esterno tende ad aumentare notevolmente la stabilità della struttura, come si evince dalla Figura 16 (a) e (b) dove sono riportati ad esempio due istogrammi , il primo per fissato un B/R 0.50 e un t/R 0.20 si fa variare h/R

per la famiglia di archi snelli, l'altro un B/R 0.75 e un t/R 0.40 si fa variare h/R per la famiglia di archi tozzi. Si vede dalla figura come l'effetto stabilizzante della presenza del rinfranco, che si oppone alla capacità di deformazione orizzontale dell'arco, sia particolarmente elevata negli archi snelli, ma come comunque in ogni caso il valore di λ aumenti sensibilmente rispetto al caso di assenza di carico verticale esterno.

La variazione percentuale della capacità ultima può essere anche letta in termini di incremento percentuale di λ . In Figura 17 (a) e (b), si riporta l'incremento percentuale del moltiplicatore di collasso per le due macofamiglie di archi. In particolare, si può osservare che la variazione per la famiglia di archi snelli decresce all'aumentare di B/R , quindi verso geometria più tozze, mentre per le geometrie con B/R più elevate, la variazione percentuale è meno forte e meno sensibile all'effetto della presenza del rinfranco. L'azione sismica connessa alla massa del riempimento non produce effetti significativi sui valori della portanza ultime degli archi.

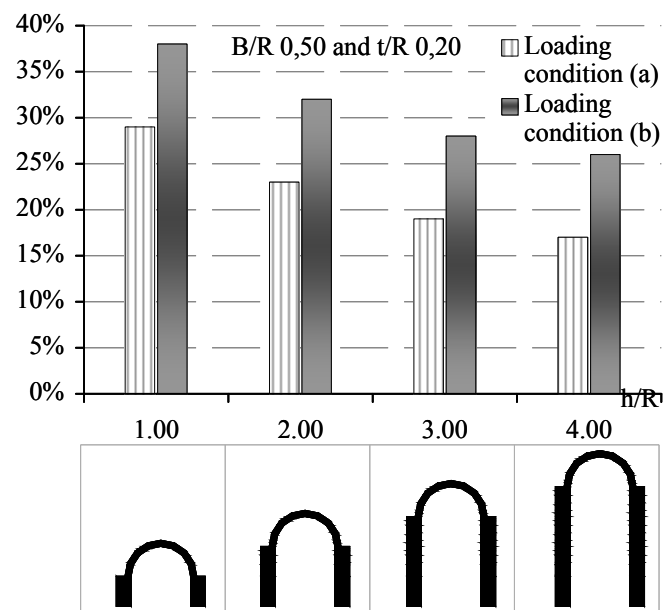


Figura 16(a):Effetto del carico verticale su archi snelli.

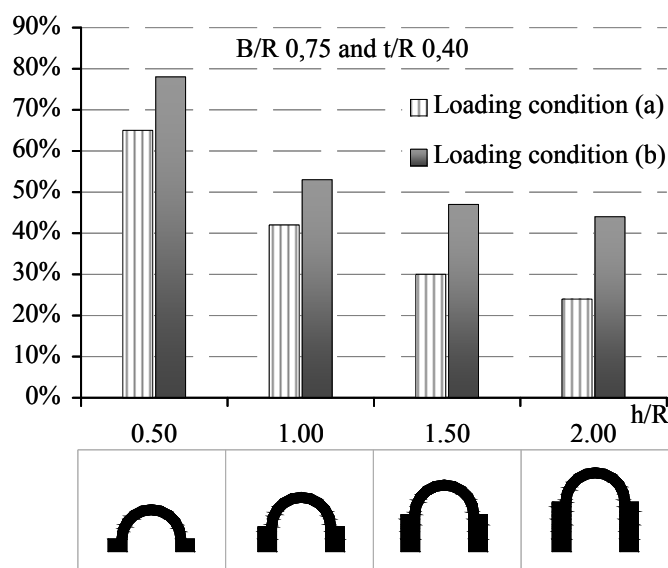


Figura 16(b):Effetto del carico verticale su archi tozzi.

Negli istogrammi di Figura 18 si riportano al variare di B/R e per ogni t/R e H/R i valori dei moltiplicatori a confronto per le condizioni di carico in assenza e in presenza di carico verticale esterno, confermando i risultati precedentemente descritti.

3.6 EFFETTO DELLA GEOMETRIA.

In questo paragrafo si vuole valutare l'effetto della geometria sulla valutazione del moltiplicatore di collasso di archi in muratura. In particolare, la procedura, precedentemente applicata viene estesa anche al caso di geometria di archi a sesto acuto e di archi a sesto ribassato. Seguendo quanto già ricavato dagli autori relativamente al caso dell'arco a tutto sesto, si è applicata la medesima procedura agli archi a sesto acuto e a sesto ribassato, effettuando un confronto incrociato per i tre schemi. In Figura 19, si riportano le tre geometrie a confronto, sottolineando come da un punto di vista geometrico, l'arco a tutto sesto è un tipo di arco

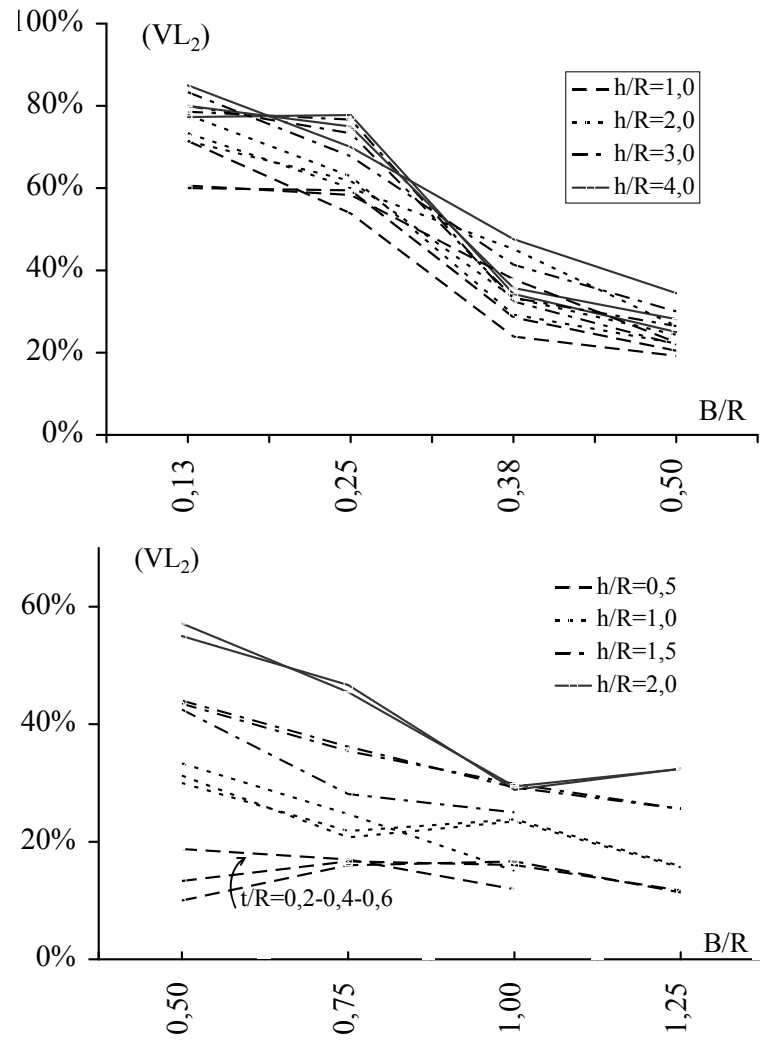


Figura 17(a) e (b): Incremento percentuale di λ dovuto alla presenza del carico verticale

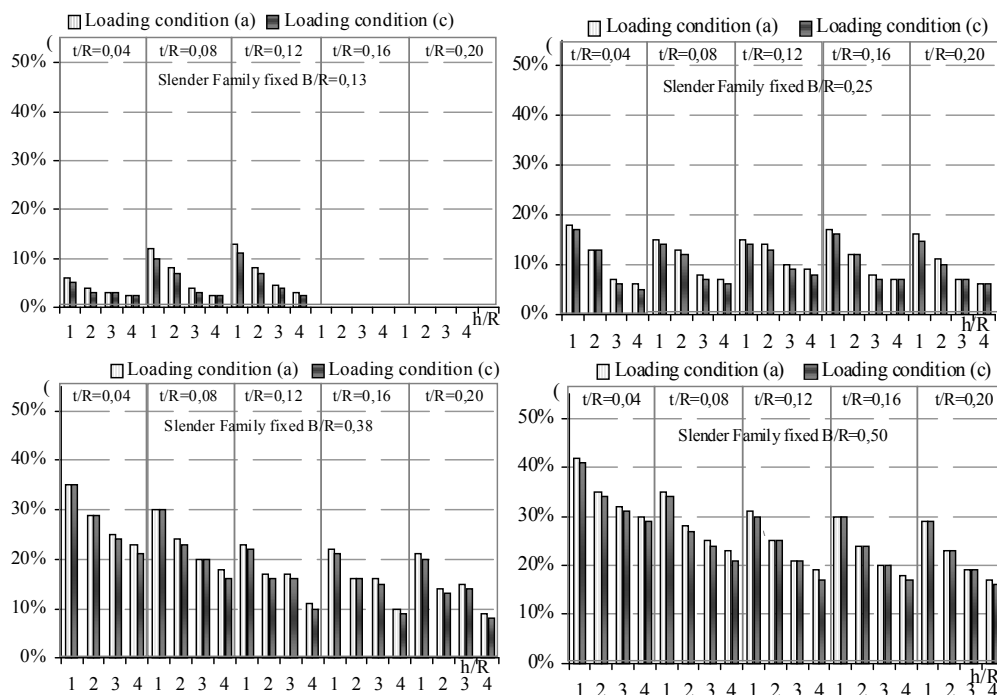


Figura 18: Confronto tra i moltiplicatori di collasso connessi alle diverse condizioni di carico

contraddistinto da una volta a semicerchio, per questo detto anche arco a pieno centro. È la tipologia più semplice di arco e prevede che il centro verso il quale convergono i giunti si trovi sulla linea d'imposta, cioè su quella linea che unisce i punti dove finiscono i sostegni e inizia l'arco. Anticamente *sesto* significava il compasso, per cui un arco a tutto sesto era un arco nel cui disegno il compasso faceva un semigiorno. L'arco a sesto acuto, invece, è un arco bicentrico che contempli arcate appartenenti a circonferenze con raggio maggiore o uguale alla base dell'arco stesso.

Infine, un arco si dice ribassato o scemo quando il rapporto fra la freccia ed il raggio è inferiore ad 1, ovvero quando il centro verso il quale tendono i giunti dei cunei si trova più in basso della linea d'imposta.

Definito sesto il rapporto tra la freccia (f) e la semicorda, ovvero il raggio (R), è possibile individuare la tipologia dell'arco in relazione al valore di tale rapporto. Quando questo è uguale a uno, l'arco viene detto a tutto sesto

o a pieno centro, quando è maggiore di uno, l'arco si dice a sesto acuto, quando è minore di uno l'arco si dice a sesto scemo o ribassato.

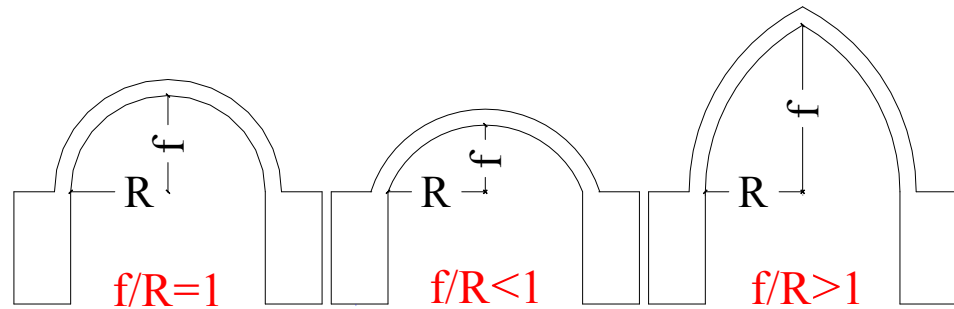


Figura 19. Differenti geometrie analizzate: arco a tutto sesto; arco a sesto ribassato; arco a sesto acuto

Mediante una procedura, che sfrutta il Principio dei Lavori Virtuali implementata in MATLAB, è stato calcolato il moltiplicatore di collasso per una serie di schemi geometrici di entrambe le tipologie di archi, ottenuti variando opportunamente i parametri geometrici che definiscono l'arco stesso.

Si sono definiti come “rapporti fondamentali” le quantità: B/R (larghezza del piedritto sul raggio); t/R (spessore dell'arco sul raggio); h/R (altezza del piedritto sul raggio) ed f/R (freccia dell'arco sul raggio). Come già specificato, il sesto (f/R) fornisce la tipologia dell'arco, mentre gli altri tre rapporti sono stati scelti sulla base di un precedente studio condotto dagli autori sui portali in muratura [Giordano et al. 2006], in cui venivano definite le tre quantità B/D (larghezza della colonna su larghezza globale del portale), t/h (lo spessore della trave sulla larghezza globale), H/D (altezza globale su larghezza globale). Vista la forte similitudine dei due casi, è possibile confrontare il rapporto B/D del portale con $B/2R$ dell'arco-portale, il rapporto t/h con t/R e H/D con h/R . I suddetti rapporti sono stati variati in un'analisi parametrica che ha consentito di raggruppare gli archi in due famiglie: archi snelli ed archi tozzi. I range di variazione sono riportati in Tabella 2, per gli archi ribassati ed in Tabella 3 per quelli a sesto acuto.

ARCHI A SESTO RIBASSATO

<i>Archi snelli</i>				<i>Archi tozzi</i>			
f/R	h/R	B/R	t/R	f/R	h/R	B/R	t/R
0,4	1,00	0,13	0,04	0,4	0,50	0,25	0,20
0,5	2,00	0,25	0,08	0,5	1,00	0,50	0,40
0,6	3,00	0,38	0,12	0,6	1,50	0,75	0,60
0,7	4,00	0,50	0,16	0,7	2,00	1,00	0,80
0,8			0,20	0,8		1,25	1,00
0,9				0,9			
1,0				1,0			

Tabella 2. Range di variazione per l'analisi parametrica degli archi a sesto ribassato

ARCHI A SESTO ACUTO

<i>Archi snelli</i>				<i>Archi tozzi</i>			
f/R	h/R	B/R	t/R	f/R	h/R	B/R	t/R
1,0	1,00	0,13	0,04	1,0	0,50	0,25	0,20
1,2	2,00	0,25	0,08	1,2	1,00	0,50	0,40
1,5	3,00	0,38	0,12	1,5	1,50	0,75	0,60
1,7	4,00	0,50	0,16	1,7	2,00	1,00	0,80
			0,20			1,25	1,00

Tabella 3. Range di variazione per l'analisi parametrica degli archi a sesto acuto.

In particolare, va osservato che tra tutte le configurazioni geometriche possibili dalla variazione dei rapporti fondamentali, sono state scelte soltanto quelle caratterizzate dal minimo spessore dell'arco compatibile con curve delle pressioni di sicurezza, ovvero contenute nello spessore stesso. Infatti, considerare spessori inferiori non avrebbe senso poiché l'arco non potrebbe sostenere il peso proprio. Tale spessore minimo si può facilmente ricavare dalla condizione di equilibrio del concio di apertura infinitesima $d\beta$, mostrato in Figura 20, una volta individuato l'angolo a cui la curva delle pressioni tocca l'intradosso dell'arco [Coulomb]. Si ottiene facilmente:

$$\frac{t}{R} = 2 \frac{(\beta - \sin \beta)(1 - \cos \beta)}{\beta(1 + \cos \beta)}$$

Per $\beta \cong 60^\circ$ si ottiene $t/R = 0,115$. Per questo motivo, si è scelto di prendere in considerazione solo archi con uno spessore minimo rapportato al raggio di 0,2. Infine, sempre nel caso di archi snelli, i valori da attribuire al rapporto h/R sono stati scelti in modo tale da ottenere altezze dei piedritti variabili dai 3m ai 12m. Conseguentemente, il valore di B/R è stato fissato tale che risulti la larghezza B del piedritto pari ad $1/8$ dell'altezza, come indicato dalle regole del Rondelet.

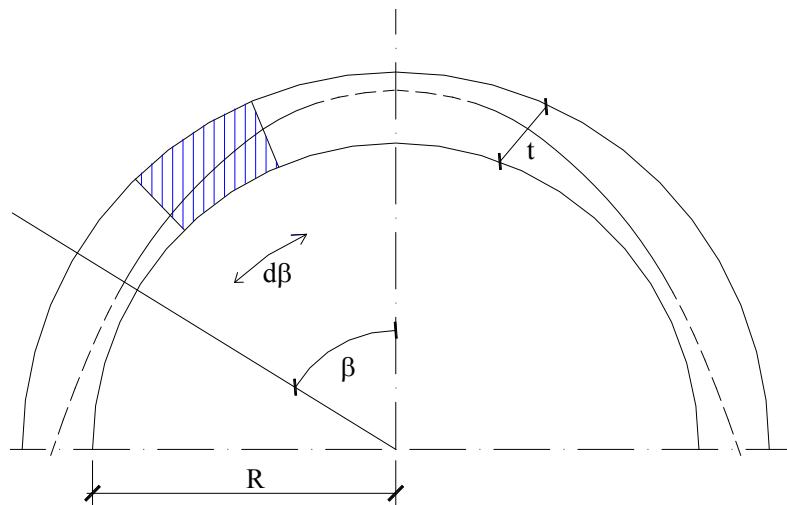


Figura 20. Spessore minimo dell'arco

3.6.1 Condizioni di carico e possibili meccanismi di collasso.

Per quanto concerne le condizioni di carico, sia nel caso di archi a sesto acuto che ribassati, si sono definite tre possibili configurazioni della forza orizzontale, come mostrato in Figura 21. Nel caso (a) le azioni orizzontali

sono uniformemente distribuite, mentre nei casi (b) e (c) sono concentrate rispettivamente ai piedritti ed in chiave. In tutti e tre i casi il carico verticale è dato dal solo peso proprio ed inoltre, le forze orizzontali sono computate come proporzionali ad esso.

Sulla base delle ipotesi fatte nel paragrafo 3 riguardo le caratteristiche del materiale e considerando le condizioni di carico precedentemente definite, per cui sono sufficienti quattro cerniere affinché la struttura diventi labile (al contrario di quanto avviene con il solo carico verticale esterno applicato, per il quale occorrono cinque cerniere), si sono definiti tre possibili meccanismi di collasso, illustrati in Figura 22. Nel caso (a) viene mostrato il primo meccanismo, detto “ad arco”, in cui le quattro cerniere si localizzano tutte nell’arco; nel caso (b) si osserva il meccanismo detto “misto”, in cui ci sono tre cerniere all’interno dell’arco ed una allo spigolo del piedritto e opposto al punto di applicazione della forza ed infine, il caso (c) mostra il cosiddetto meccanismo “globale” con due cerniere alla base dei piedritti e due lungo lo sviluppo dell’arco.

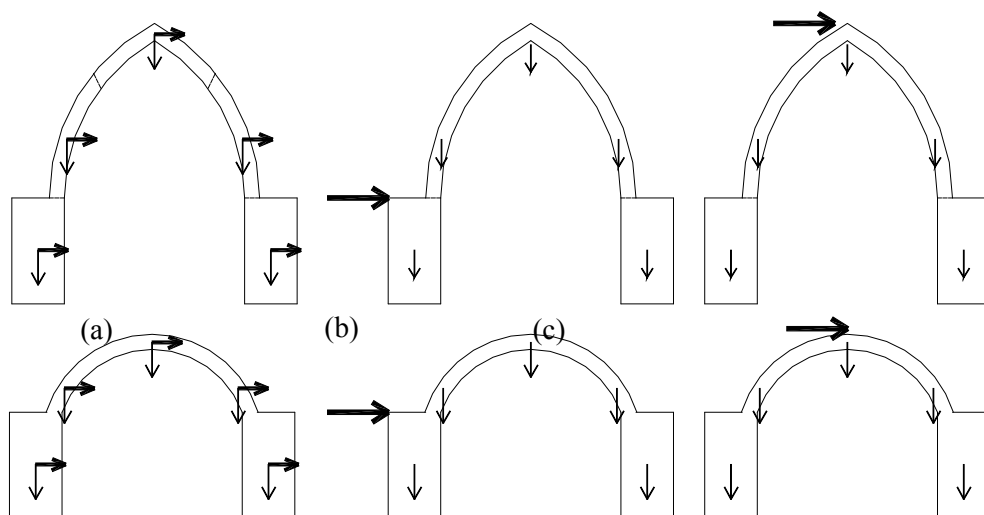


Figura 21. Condizioni di carico: (a) forza distribuita; (b) forza ai piedritti; (c) forza in chiave

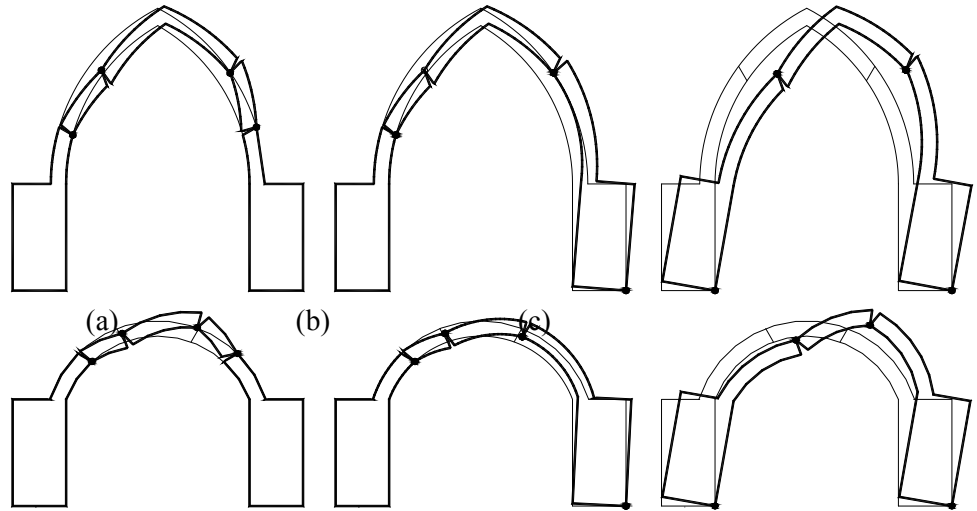
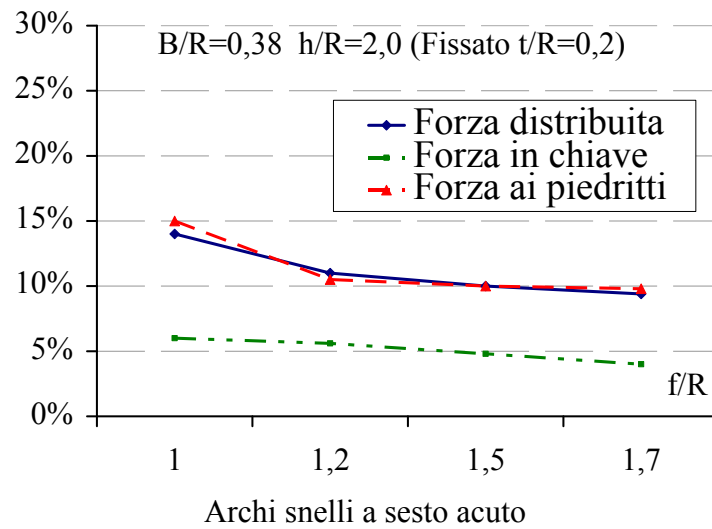
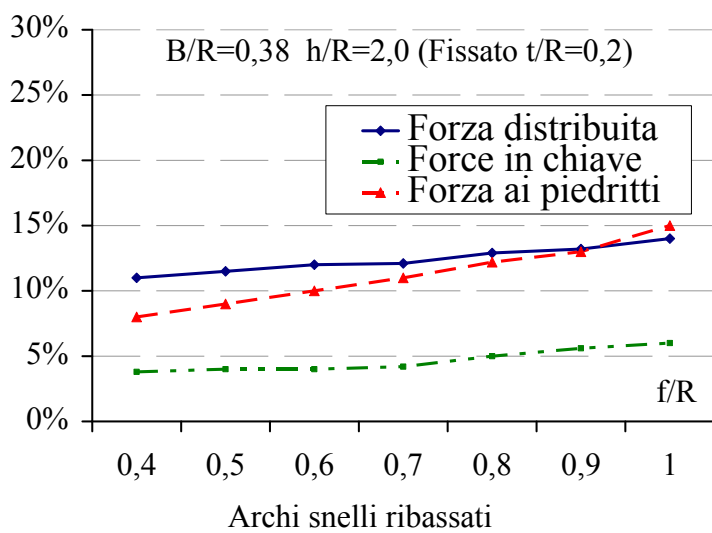
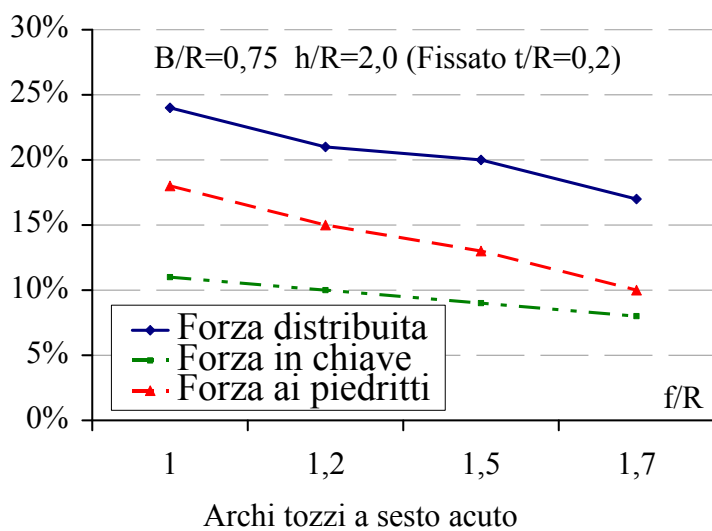


Figura 22. Meccanismi di collasso: (a) meccanismo ad arco; (b) meccanismo misto; (c) meccanismo globale

3.6.2 Risultati sulle diverse geometrie

È stata analizzata una casistica di geometrie estremamente ampia (oltre 250 schemi), derivante dalla variazione di tutti i rapporti geometrici precedentemente definiti.





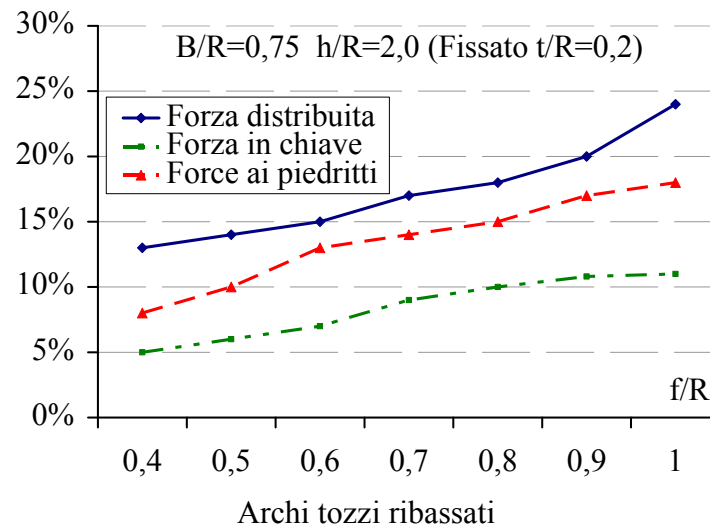


Figura 23. Andamento del valore del moltiplicatore di collasso al variare di f/R per le diverse geometrie

Nella Figura 23 è illustrato l'andamento del valore del moltiplicatore di collasso al variare del rapporto f/R , relativamente alle diverse famiglie di archi a sesto acuto e ribassato, suddivise in casi "snelli" e casi "tozzi", secondo la classificazione precedentemente introdotta. I risultati sono riportati per tutte le condizioni di carico esaminati. Per motivi di sintesi, i risultati raffigurati sono relativi ai casi con il rapporto t/R fissato a 0,2. Si osserva che per gli archi a sesto acuto, sia snelli che tozzi, il moltiplicatore di collasso decresce con il rapporto f/R . Per quanto riguarda la condizione di carico, quella con forza concentrata in chiave risulta sistematicamente la più penalizzante, mentre le altre due sono sostanzialmente equivalenti nel caso snello; nel caso tozzo, invece, la condizione con forze distribuite è meno gravosa di quella con forza ai piedritti. Per gli archi ribassati, come intuitivamente deducibile, i risultati appaiono speculari, nel senso che il moltiplicatore di collasso cresce con il rapporto f/R , restando ancora una volta più penalizzante la condizione con forza in chiave. I moltiplicatori di collasso per gli archi a sesto acuto e ribassato sono stati confrontati con quelli già ottenuti in precedenti lavori per l'arco a tutto sesto. Nelle Figure 23 e 24 vengono mostrati tali confronti, relativamente ai due casi con h/R rispettivamente pari a 1 e 2, al variare di f/R (arco a tutto sesto $\Rightarrow f/R=1$) e

con valori del rapporto B/R compresi tra 0,25 e 1. Risulta evidente che l'arco a tutto sesto presenta stabilmente i valori più elevati del moltiplicatore, e pertanto rappresenta la geometria più favorevole ai fini della capacità orizzontale.

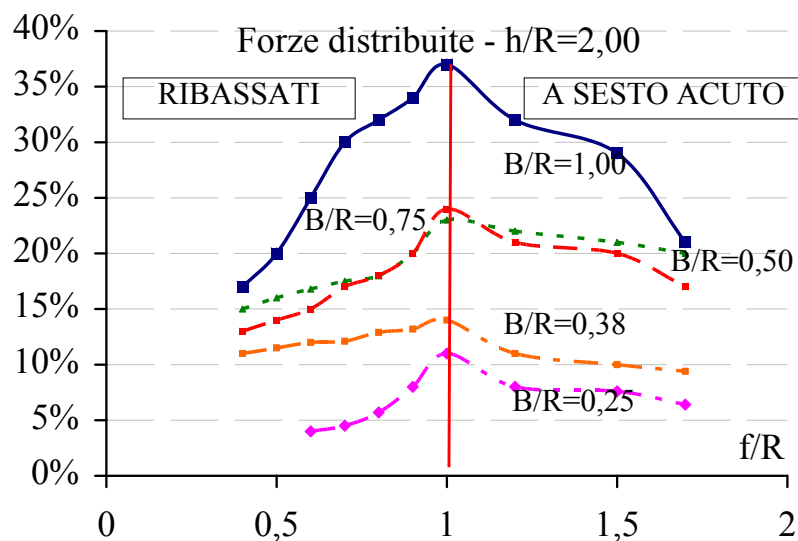


Figura 23. Moltiplicatori di collasso: archi a tutto sesto vs archi ribassati per la condizione di carico con forza distribuita $h/R=2,00$

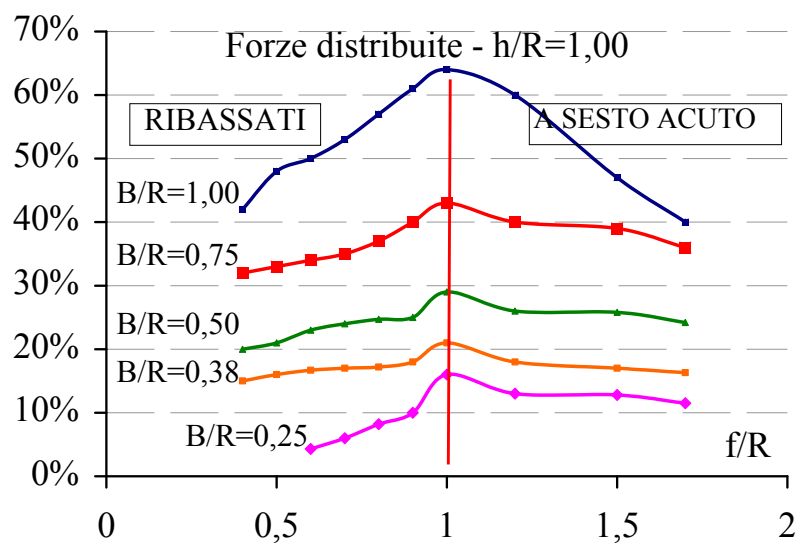


Figura 24. Moltiplicatori di collasso: archi a tutto sesto vs archi ribassati per la condizione di carico con forza distribuita $h/R=1,00$

Tale circostanza è connessa al contributo stabilizzante del peso, che compie lavoro negativo nelle parti in cui i meccanismi comportano una componente verticale dello spostamento orientata verso l'alto. Tale effetto è più rilevante nel caso dell'arco a tutto sesto, determinando così l'andamento rappresentato nelle figure. Al fine di ottenere uno strumento pratico e al tempo stesso efficace, che consenta di valutare velocemente il moltiplicatore di collasso di un generico arco, una volta note le dimensioni fondamentali e stabilite le condizioni di carico, i risultati sopra commentati sono stati raccolti in tavole grafiche contenenti degli abachi sia nel caso degli archi a sesto acuto che ribassati, come già proposto dagli autori [De Luca et al. 2008] per gli archi a tutto sesto.

In Figura 25 si riporta a titolo di esempio uno degli abachi.

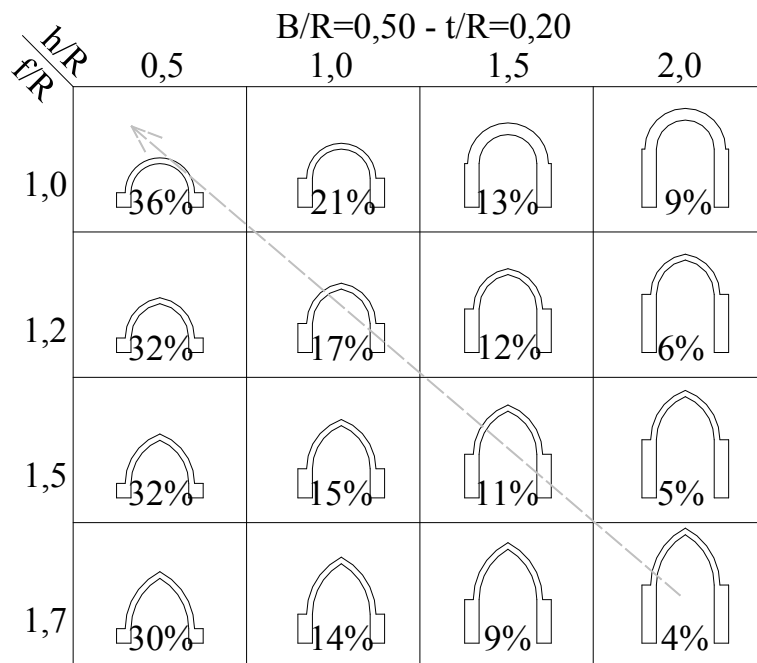


Figure 25. Abaco dei valori del moltiplicatore di collasso: archi a tutto sesto con forze uniformemente distribuite (fissati $B/R=0,2$ e $t/R=0,2$)

3.7 UN CASO REALE.

Il recente evento sismico di L'Aquila avvenuto il 6 aprile del 2009, ha offerto la possibilità di effettuare un'applicazione delle procedure sviluppate nei precedenti lavori ad un caso reale.

Si tratta della Chiesa di S. Maria delle Grazie in località Navelli (AQ), riportata in Figura 26.



Figure 26. Chiesa di S. Maria delle Grazie (Navelli-L'Aquila): archi della navata principale

La chiesa, di modeste dimensioni, a singola navata e con abside rettangolare, è situata al di fuori del contesto urbano e rappresenta uno di quei casi di chiese rurali particolarmente comuni nelle zone con ampi territori dedicati all'agricoltura e alla pastorizia. Per effetto del suo orientamento, l'edificio ha sperimentato l'azione sismica principalmente nella direzione trasversale, con danni assai rilevanti ed estesi crolli parziali. Al fine di determinare il moltiplicatore di collasso dei due archi trionfali illustrati in Figura 25, identici e a tutto sesto, utilizzando gli abachi ricavati

dagli autori in [De Luca et al. 2008], sono stati ricavati rapporti geometrici fondamentali, sulla base del rilievo geometrico effettuato dagli scriventi in sede di verifica di agibilità. Con le notazioni introdotte precedentemente, essendo $B=1,5$ m, $H=7$ m, $t=1$ m, $R=3$ m, $D=9$ m, $h=4$ m, si ha:

$$t/R=0,33$$

$$B/R=0,50$$

$$h/R=1,33$$

Con tali valori, gli abachi restituiscono un moltiplicatore di collasso pari al 23%, con un meccanismo di tipo misto e con la condizione di carico di Figura 21.

È significativo notare che tale meccanismo risulta essere quello realmente attivato, come desumibile e schematizzato in Figura 27, il che conferma l'affidabilità della procedura sviluppata.

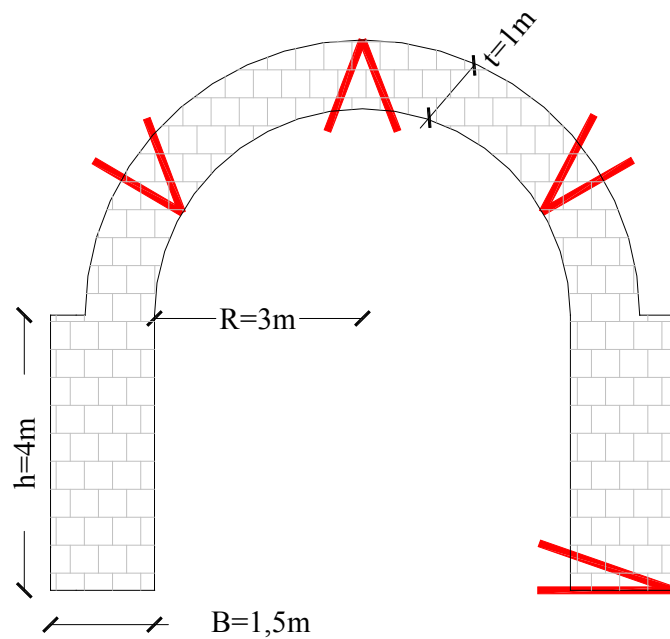


Figure 27. Geometria dell'arco di S. Maria delle Grazie (Navelli-L'Aquila)

A titolo di confronto, si è calcolata in via approssimata l'effettiva forza sismica determinata dall'evento del 6 aprile 2009.

In Figura 28 è raffigurato lo spettro di risposta delle due componenti orizzontali come riportato in [Cosenza et al. 2009].

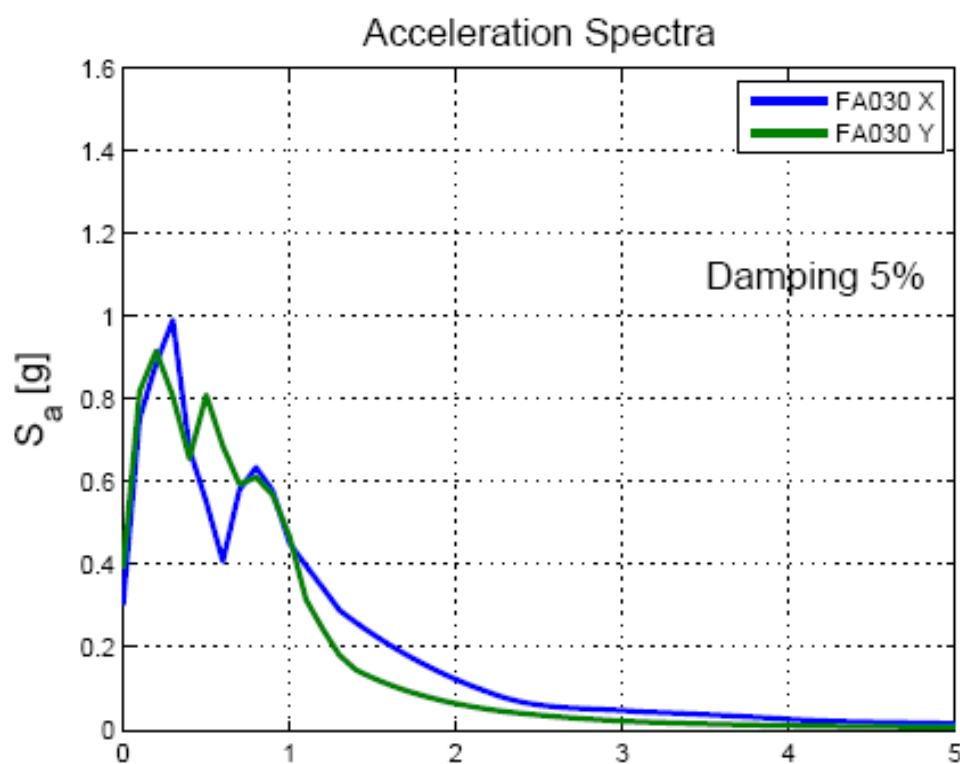


Figure 28. Spettro in accelerazione: sisma L'Aquila del 06/04/2009

Il periodo di vibrazione fondamentale dell'arco, desunto dal modello FEM rappresentato in Figura 29, risulta pari a 0,08sec, ed ad esso è associata una massa partecipante del 75%.

In corrispondenza di tale periodo, l'ordinata spettrale è pari a circa 0,8g come si può facilmente desumere dallo spettro di 'Figura 28.

Se ne deduce che, per passare indenne l'evento sismico, l'arco in esame avrebbe dovuto avere un moltiplicatore di collasso almeno pari a:

$$\lambda = 0,8 * 0,75 = 0,6.$$

Questo spiega il danneggiamento rilevato.

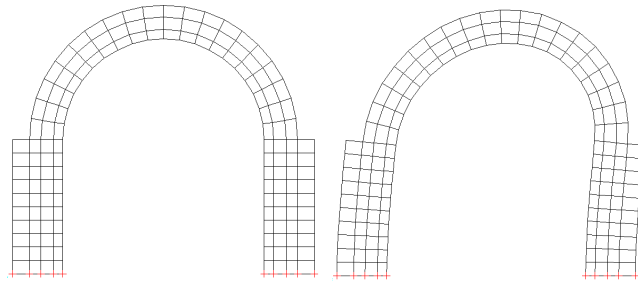


Figure 29. Modello FEM e deformata modale del primo modo di vibrazione dell'arco della chiesa di S. Maria delle Grazie

È d'altro canto da osservare che, per come è definito, il moltiplicatore di collasso da analisi limite “alla Heyman” rappresenta il valore dell'azione sotto il quale si attiva “inizialmente” il meccanismo. Infatti, la posizione delle cerniere, dei centri di rotazione e le catene cinematiche sono definite sulla configurazione indeformata, e del resto il Principio dei Lavori Virtuali vede una variazione infinitesima della configurazione iniziale.

La motivazione per la quale molte strutture, pur soggette a valori di azioni sismiche decisamente più elevati, superano l'evento sia pure con esteso danneggiamento, risiede essenzialmente nella natura dinamica dell'azione stessa, ovvero sia per la presenza delle forze inerziali e di quelle dissipative che rendono possibile l'equilibrio anche oltre la soglia di resistenza. In questo senso, quello che normalmente viene definito moltiplicatore di collasso dovrebbe più correttamente chiamarsi moltiplicatore di prima attivazione del meccanismo.

In quest'ottica risulta senz'altro corretto l'approccio all'analisi limite cosiddetta “non-lineare” proposto dalle recenti norme, secondo il quale si opera in maniera incrementale sulla configurazione variata e non su quella iniziale.

3.9 CONCLUSIONI

Nel presente lavoro vengono riportati i risultati, ottenuti mediante l'approccio dell'analisi limite, circa la capacità sismica di archi in muratura del tipo a tutto sesto, a sesto acuto e ribassato espresso in termini di moltiplicatore di collasso.

E' stata applicata una procedura che implementata in Matlab, ha permesso di valutare meccanismi di collasso di archi al variare della geometria e delle condizioni di carico al fine di definire in maniera univoca il valore del moltiplicatore di collasso.

è stato inoltre valutato l'effetto della presenza del carico verticale , osservando come questo, specialmente per le famiglie di archi snelli induca un'effettos stabilizzante sulla portanza ultima degli archi in muratura.

E' stato inoltre valutato l'effetto delle diverse geometrie di archi.

Dallo studio condotto risulta evidente come la forma dell'arco a tutto sesto risulta quella caratterizzata dai valori più elevati del moltiplicatore di collasso e, conseguentemente, è quella più resistente sotto forze orizzontali. Questo risultato è indipendente dalla condizione di carico scelta e deriva essenzialmente dal minor contributo stabilizzante offerto dal peso, quando questo compie lavoro negativo. Inoltre, l'arco a sesto ribassato presenta una capacità inferiore a quello a sesto acuto, risultando in questo senso il peggiore tra le tre tipologie.

Lo studio di un caso reale offerto dai danneggiamenti rilevati dopo il sisma abruzzese del 6 aprile 2009 ha mostrato la validità delle procedure sviluppate dagli autori, in questo e in precedenti lavori, sia in termini di tipo di meccanismo attivato che di valore del moltiplicatore di collasso.

*Capitolo IV**APPLICABILITA' DEGLI ELEMENTI FINITI PER
L'ANALISI NON LINEARE DI STRUTTURE IN
MURATURA***4.1 PREMESSA**

L'applicazione di procedure agli elementi finiti alle strutture in muratura ha sempre ottenuto larga attenzione da parte della comunità scientifica, per le indubbie possibilità che essi offrono nello studio della risposta non lineare, in particolare in ambito sismico. Alle ampie potenzialità fanno da contraltare ben noti problemi di carattere computazionale, a carico da un lato della robustezza delle strategie di soluzione del problema non lineare, dall'altro della applicabilità dei vari modelli costitutivi a configurazioni geometrico-meccaniche caratterizzate quasi sempre da notevole complessità intrinseca, anisotropia e comportamento marcatamente non lineare, quando non specificatamente instabile. Tradizionalmente, la letteratura scientifica propone due grandi famiglie di approcci, che si differenziano nella modalità con la quale si tiene conto dell'effettiva tessitura della compagine muraria. In particolare, nei cosiddetti "micro-modelli", i blocchi ed i giunti di malta vengono modellati separatamente, con una discretizzazione che segue la

reale distribuzione di blocchi e giunti, e ad essi vengono attribuite proprietà meccaniche e modelli costitutivi differenziati. Nei “macro-modelli”, invece, la discretizzazione non segue la tessitura muraria, ma risponde ai criteri propri del metodo degli elementi finiti, e le proprietà meccaniche vengono definite in maniera media, con riferimento ad un volume significativo, utilizzando svariate tecniche di omogeneizzazione.

Quest’ultima strategia di modellazione ha indubbiamente il pregio di fornire una descrizione sintetica del comportamento, cogliendo gli aspetti globali della risposta senza l’onere computazionale richiesto dai micro-modelli, e quindi di consentire entro certi limiti l’analisi di strutture reali. Di contro, essi richiedono una particolare taratura dei parametri che governano i modelli costitutivi, oltre che specifica attenzione alle questioni di carattere topologico sulla mesh ad elementi finiti, per mediare tra le opposte esigenze di accuratezza ed agilità del modello.

Attesa, quindi, la complessità meccanica e morfologica delle più comuni tipologie murarie, in questo capitolo, l’approccio macroscopico viene utilizzato per studiare la risposta di elementi strutturali ricorrenti nelle strutture in muratura, in particolare monumentali, confrontandone poi i risultati con il classico metodo dell’analisi limite [Heyman, 1966; Giordano et al. 2006] . Viene valutata l’applicabilità degli elementi finiti per l’analisi non lineare di strutture in muratura attraverso diversi modelli costitutivi, confrontandone i risultati con quelli ottenibili tramite l’applicazione dei principi dell’analisi limite.

In particolare si analizza la risposta di portali in muratura attraverso un approccio a fessurazione diffusa (smeared cracking model) disponibile nel codice di calcolo ABAQUS ed un modello di danno implementato nel codice Opensees. La calibrazione del modello viene effettuata attraverso una preliminare analisi di sensibilità ai principali parametri di natura topologica e meccanica, quali dimensione della mesh, variazione della resistenza a compressione, della resistenza a trazione, fomr adella superficie di rottura.

I modelli succitati sono stati utilizzati per analizzare un gran numero di casi, confrontandone i risultati con quanto ottenibile tramite l’applicazione dei principi dell’analisi limite, sia in termini di moltiplicatori di collasso che di meccanismi cinematici.

4.2 MODELLAZIONE NUMERICA

La modellazione numerica di strutture murarie presenta oggettive difficoltà legate a due distinte problematiche:

da un lato le caratteristiche tipologiche degli edifici in muratura non permettono di rifarsi a schemi statici semplificati, dall'altro le proprietà meccaniche del materiale conducono ad un comportamento largamente non lineare, la cui predizione può essere ingannevole. Inoltre, l'incompleta caratterizzazione sperimentale del materiale, dovuta alla scarsità di dati affidabili, rende incerta la calibrazione di modelli numerici.

Le strutture in muratura sono costituite da blocchi di pietra connessi da giunti di malta. Per effetto di questa intrinseca complessità, che ovviamente si riflette

nell'onere computazionale richiesto, è necessario assumere un materiale opportunamente omogeneizzato ed effettuare le analisi attraverso il metodo degli elementi finiti (FEM), quando il comportamento globale dell'intera struttura è studiato. Al contrario, quando un singolo elemento è analizzato, l'effettiva distribuzione di blocchi e giunti può essere portata in conto. In questo caso, due approcci appaiono efficienti: il metodo degli elementi finiti con elementi discontinui, o di "interfaccia", (FEMDE), e il metodo degli elementi discreti (DEM).

Nel presente lavoro tali tre strategie di analisi numerica sono illustrate, mostrando i risultati di analisi comparative effettuate su un modello in scala reale, che rappresenta un sottoinsieme di edificio storico esistente.

4.2.1 Modellazione

La presenza di giunti di malta verticali ed orizzontali determina l'anisotropia della muratura. Fondamentalmente, due differenti approcci sono stati utilizzati per tener conto di tale anisotropia: il "micromodello", o modello "a due materiali", e il "macromodello", o approccio con "materiale equivalente". Nel modello a due materiali, la discretizzazione segue l'effettiva geometria del sistema, adottando modelli costitutivi differenti per i blocchi lapidei e per i giunti di malta. Particolare attenzione deve essere

posta nella modellazione dei giunti, dato che gli scorrimenti a livello dei giunti spesso determinano l'attivazione e la propagazione delle fessure.

Sebbene tale approccio possa sembrare molto ragionevole, il suo maggior svantaggio consiste nel numero estremamente elevato di elementi da generare quando la struttura si fa via via più importante e complicata. Ciò rende improbabile l'utilizzo dei micromodelli per l'analisi di grossi elementi strutturali, meno che mai di interi edifici, anche considerando il fatto che l'effettiva distribuzione dei blocchi e dei giunti può essere davvero difficile, se non impossibile, da identificare, a meno di non eseguire indagini invasive e costose.

Il macromodello, invece, assume che la struttura in muratura sia un continuo

omogeneo da discretizzare con un reticolo di elementi finiti che non copia l'effettiva organizzazione della fabbrica muraria, ma obbedisce a criteri propri del metodo. Il singolo elemento, pertanto, avrà un modello costitutivo che deve essere in grado di rappresentare un comportamento "medio" di un insieme congruo di blocchi e giunti. Questa assunzione altera la natura fisica del problema. Ciononostante, i modelli con materiali equivalenti si sono mostrati in grado di cogliere degli aspetti della risposta globale senza il numero di parametri e l'onere computazionale di cui necessitano i micromodelli.

4.2.2 Modellazione FEM

In questo approccio, i blocchi sono modellati utilizzando elementi continui convenzionali, lineari o non lineari, mentre i giunti di malta sono simulati attraverso elementi di interfaccia, i cosiddetti "joint elements", costituiti da due file di nodi sovrapposti (Figura 1) che seguono una legge di tipo attritivo. L'introduzione di siffatti elementi in un programma FEM è facile da implementare, poiché le incognite nodali sono le stesse sia per gli elementi continui che per quelli di interfaccia, sebbene per questi ultimi il tensore di tensione deve essere espresso in termini di spostamenti nodali piuttosto che di componenti di deformazione.

Due limitazioni importanti bilanciano l'apparente semplicità di questo approccio (Beer, 1995):

- le mesh di blocchi e giunti devono essere compatibili, il che è possibile solo se i nodi appartenenti al singolo elemento continuo e al giunto sono posizionati identicamente. Questa compatibilità è molto difficile da realizzare quando si devono gestire strutture complesse, come nel caso tridimensionale.
- Il giunto è intrinsecamente atto a modellare il contatto soltanto in campo di piccoli spostamenti. In presenza di grandi spostamenti non è possibile fornire una strategia di ridefinizione della mesh per aggiornare i contatti esistenti o formarne di nuovi.

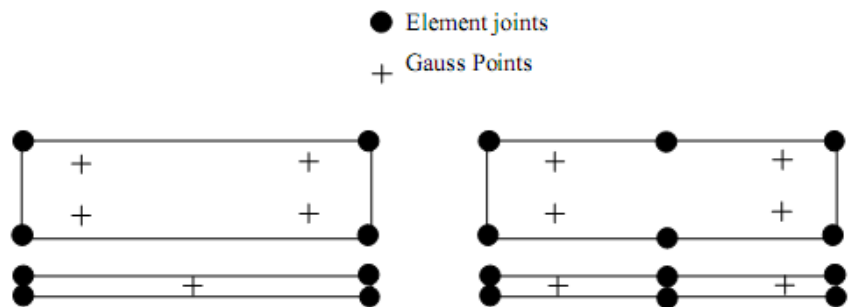


Figura 1: degenerazione di un elemento continuo in un elemento di interfaccia.

4.2.3 Modellazione DEM

Le limitazioni menzionate sono superate dal Metodo degli Elementi Discreti. In questo approccio, la struttura è considerata come un assemblaggio di blocchi distinti, rigidi o deformabili, che interagiscono mediante contatti

unilaterali elesto-plastici che seguono un criterio attritivo alla Coulomb per simulare le forze di contatto. Il metodo è basato su di una formulazione in grandi spostamenti, per i giunti, e piccole deformazioni per i blocchi, e può correttamente simulare meccanismi di collasso dovuti a scorrimenti, rotazioni e impatti. I contatti non sono fissi, come nel FEMDE, sicchè durante le analisi i blocchi possono perdere i contatti esistenti e formarne di nuovi. Una volta che ogni blocco è stato modellato sia geometricamente che meccanicamente e le forze di superficie e di volume sono note, la storia temporale degli spostamenti del blocco è determinata risolvendo in maniera esplicita le

equazioni differenziali del moto.

Il principale vantaggio di tale approccio è la possibilità di seguire gli spostamenti e determinare i meccanismi di collasso di strutture virtualmente costituite da qualsivoglia numero di blocchi (Cundall, 1988).

Di contro, va considerato che gli elementi utilizzati per discretizzare internamente i blocchi, quando questi vengono considerati deformabili, mostrano scarse prestazioni, sicchè il metodo non è adatto allo studio dello stato tensionale all'interno dei blocchi, cosa per la quale altri metodi sono più indicati.

4.3 DUE DIVERSI CODICI DI CALCOLO.

Le analisi illustrate nel presente lavoro sono state effettuate ricorrendo a due diversi modelli costitutivi, il primo commercialmente disponibile nel diffuso software ABAQUS, il secondo implementato in De Felice et al. [2007] nel codice open source OPENSEES.

4.3.1 Abaqus: Approccio a fessurazione diffusa.

La meccanica computazionale della strutture fragili è stata in passato approcciata in due modi differenti: il modello a fessurazione discreta e quello a fessurazione diffusa. Nel primo, la fessurazione è portata in conto

modificando la geometria mentre le zone interne del corpo vengono mantenute lineari elastiche, il secondo considera fissata la geometria e introduce il processo fessurativo interamente attraverso la legge costitutiva. L'approccio a fessurazione diffusa, o "smeared cracking approach", è preferito rispetto a quello discreto poiché nelle strutture grandi e/o complesse risulta arduo, se non impossibile, seguire ciascuna lesione individuale. Viceversa, nei modelli "diffusi" la fessurazione entra in gioco nelle calcolazioni costitutive nella misura in cui essa influenza la rigidità del materiale al punto di integrazione. Originariamente, è stato assunto che, una volta attinta la resistenza a trazione, si verificasse una completa perdita di coerenza nella direzione della tensione principale maggiore.

Questo modello "fisso" è stato successivamente modificato per tener conto di importanti fenomeni come il "tension stiffening" e il degrado della resistenza a taglio. Ulteriori sviluppi hanno poi consentito la formazione di lesioni in altre direzioni o il cambiamento della direzione delle fessure, generando così i modelli a fessure multiple fisse o a fessure rotanti. Infine, sono stati introdotti modelli di danno e modelli basati sulla teoria della plasticità, con incrudimento isotropo o cinematico. Per tutti questi modelli, possono essere previsti tratti "softening" sia in compressione che in trazione.

È ben noto in letteratura che una tale caratteristica determina la perdita di ellitticità del problema, discontinuità del primo ordine nel capo degli spostamenti (localizzazione), oltre ad una forte dipendenza dalla mesh nella soluzione numerica.

Due diversi tipi di dipendenza dalla mesh possono essere evidenziati:

dipendenza dalla organizzazione della mesh: meccanismi di localizzazione possono essere "catturati" o "indirizzati" dalla topologia degli elementi

dipendenza dalla dimensione della mesh: la soluzione dipende fortemente dalla dimensione degli elementi quando si instaurano i fenomeni di localizzazione.

La dipendenza dalle dimensioni può essere evitata ponendo in relazione i parametri costitutivi del modello con la dimensione degli elementi attraverso una caratteristica del materiale, come l'energia di frattura, che deve rimanere costante. D'altra parte la dipendenza dalla topologia non può essere evitata utilizzando il trucco dell'energia di frattura. Molte tecniche di regolarizzazione sono state proposte, ciascuna delle quali incorpora una dimensione fisica nel modello costitutivo.

4.3.1.1 *Il modello “concrete” di ABAQUS*

L'ABAQUS è dotato di un modello di materiale per il calcestruzzo e gli altri materiali fragili, sotto carichi relativamente monotoni e basse pressioni di confinamento. La fessurazione viene considerata il più importante aspetto del comportamento, e domina il modello.

Si assume che la fessurazione venga attinta quando lo stato tensionale raggiunge una superficie di rottura, che chiameremo “crack detection surface”. Questa superficie è una semplice retta di Coulomb, scritta in termini del primo e secondo invariante di tensione, p e q , che definiremo più avanti. Per altro, la fessurazione introduce un significativo effetto di anisotropia nel comportamento reale, per cui un modello che ne tenga conto è intrinsecamente in grado di considerare questa anisotropia.

Quello in esame è un modello di fessurazione “a macchia”, nel senso che esso non traccia “macro” lesioni individuali; piuttosto le calcolazioni costitutive sono effettuate indipendentemente ad ogni punto di integrazione del modello ad elementi finiti, e la presenza delle lesioni è tenuta in conto in queste calcolazioni nella misura in cui esse influenzano le tensioni e la rigidità del materiale associate con il punto di integrazione.

Varie obiezioni sono state mosse nei riguardi di tali schematizzazioni “a macchia”. L'argomentazione principale è che questo tipo di approccio alla modellazione introduce contestualmente una sensibilità alla mesh nelle soluzioni, nel senso che i risultati non convergono a valori unici. Per esempio, poiché la fessurazione è associata ad un effetto di “strain softening”, l'adozione di una mesh più fitta può portare alla determinazione

di bande di fessurazione più vicine. Questo aspetto è stato analizzato approfonditamente da Crisfield (1986), il quale ha concluso che, comunque, una tale trattazione è perfettamente adeguata agli scopi pratici. Per semplicità di dizione, useremo il termine “crack” per indicare una direzione nella quale è stata individuata la fessurazione al singolo punto di integrazione nella calcolazione costitutiva: fisicamente, ciò significa che esiste un continuo di micro lesioni in quel punto, orientate come definito dalla soluzione delle relative equazioni.

Quando le componenti principali di tensione sono sostanzialmente di compressione, la risposta del materiale è modellata con una teoria elasto-plastica, che utilizza una semplice superficie di plasticizzazione scritta in termini dei primi due invarianti di tensione. Sono portati in conto il flusso associato ed un incrudimento isotropo. Queste assunzioni semplificano notevolmente il comportamento effettivo: la considerazione del solo flusso associato generalmente porta a sovrastimare l'aliquota plastica della deformazione volumetrica; una superficie di rottura semplice, poi, non incontra perfettamente tutti i punti sperimentali (il terzo invariante di tensione dovrebbe essere considerato per migliorare questo aspetto del modello); per altro, specialmente quando il materiale è deformato oltre il valore corrispondente alla massima tensione, l'assunzione di una rigidità elastica costante non riproduce l'osservazione che la risposta in fase di scarico è significativamente “indebolita”, cioè il comportamento elastico del materiale appare “danneggiato”. Questo comportamento non è stato implementato nel modello. Nonostante questi limiti, il modello fornisce affidabili previsioni per una varietà di problemi che comportano escursioni in campo plastico, confermando che l'aspetto più importante del comportamento dei materiali fragili, come appunto la muratura, è la fessurazione. Le semplificazioni di cui abbiamo accennato sono state introdotte per ragioni di efficienza computazionale. In particolare, trascurare il flusso non associato porta ad una sufficiente simmetria nella matrice Jacobiana del modello costitutivo (la “matrice di rigidità del materiale”), cosicché la soluzione delle equazioni di equilibrio globali in genere può essere condotta con gli algoritmi usuali. Tutte queste limitazioni potrebbero, in realtà, essere a costo di un certo

impegno addizionale di risorse computazionali. Le risposte a compressione e a trazione incorporate nel modello sono illustrate dalla Figura 2.

Quando il materiale “concrete” è sollecitato a compressione, esso manifesta inizialmente un comportamento elastico. A partire da un certo valore del carico in poi, si verificano delle deformazioni non recuperabili, e la rigidità (pendenza della curva tensione-deformazione) diminuisce, finché, attinto un valore massimo del carico si imbuca un ramo discendente che termina con la rottura vera e propria. Se il carico viene rimosso in un qualsiasi punto del tratto inelastico, la fase di scarico è caratterizzata da una minore pendenza rispetto al tratto elastico iniziale: questo effetto è ignorato dal modello. Se un provino è sollecitato in regime uniassiale di trazione, esso risponde elasticamente fin che, per valori del carico tipicamente pari al 7-10% della resistenza a compressione, la fessurazione procede con tale rapidità che, anche con le macchine di prova più rigide, è molto difficoltoso seguire il comportamento reale. Per implementare il modello, gli sviluppatori dell’ABAQUS hanno assunto che il materiale perda resistenza attraverso un meccanismo di “softening”, di “danneggiamento”, rappresentato dall’apertura delle lesioni che comportano una perdita di rigidità

Trascurando ogni deformazione permanente associata con la fessurazione, il modello prevede la possibilità che le lesioni si richiudano completamente se lo sforzo diviene di compressione.

In stato di tensione multiassiale queste osservazioni possono essere generalizzate attraverso il concetto di superficie di rottura e di resistenza ultima nello spazio delle tensioni. Queste superfici sono mostrate nelle Figure 3 e 4.

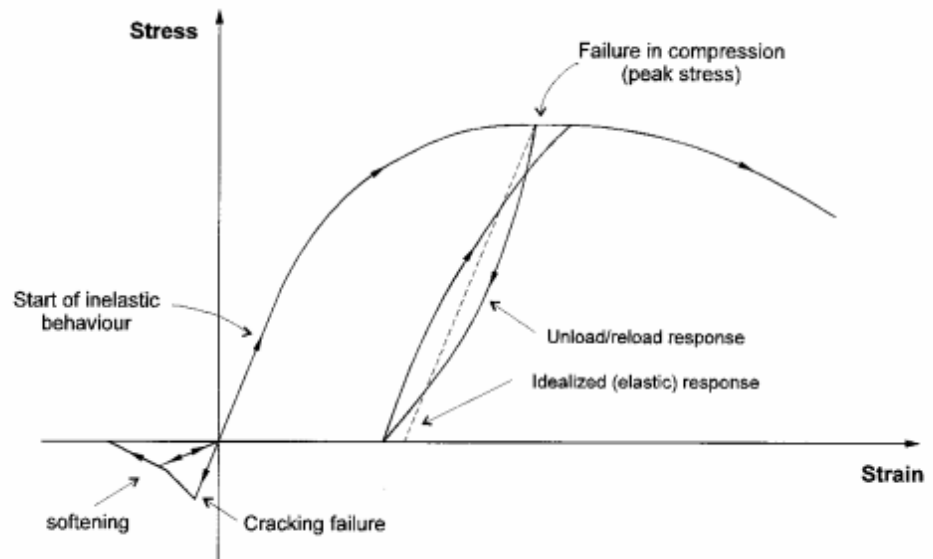


Figura 2: Comportamento monoassiale assunto dal modello.

Poiché Abaqus è un codice basato sulle proprietà di rigidità, e le calcolazioni necessarie per definire il comportamento del materiale “concrete” vengono eseguite indipendentemente ad ogni punto di integrazione della parte di modello costituito da questo materiale, la soluzione è nota all’inizio dell’incremento, mentre le calcolazioni devono fornire appunto i valori delle tensioni e delle rigidità alla fine dell’incremento. Nota quindi la formulazione corrente delle relazioni costitutive, è possibile ottenere le deformazioni. Quando sia stato individuato un “crack”, tutte le grandezze vettoriali e tensoriali vengono ruotate in modo da farle giacere nel sistema di riferimento locale definito dall’orientamento della fessura. L’uso di un tale sistema di riferimento locale semplifica notevolmente le computazioni.

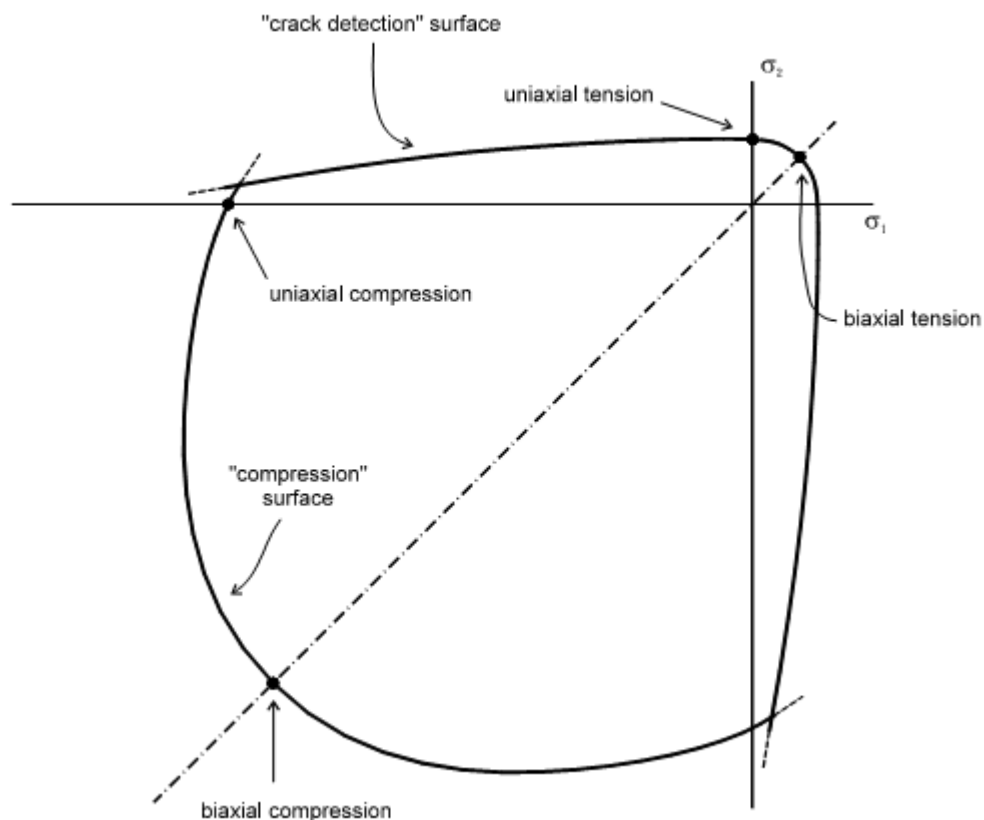


Figura 3: Superficie di rottura in stato piano di tensione.

In definitiva, quindi, il modello prevede una superficie di plasticizzazione/flusso per simulare la risposta del materiale in stato tensionale prevalentemente di compressione, insieme all'elasticità danneggiata per rappresentare la fessurazione. La formazione di quest'ultima è definita da una "crack detection surface" che è considerata parte del comportamento elastico.

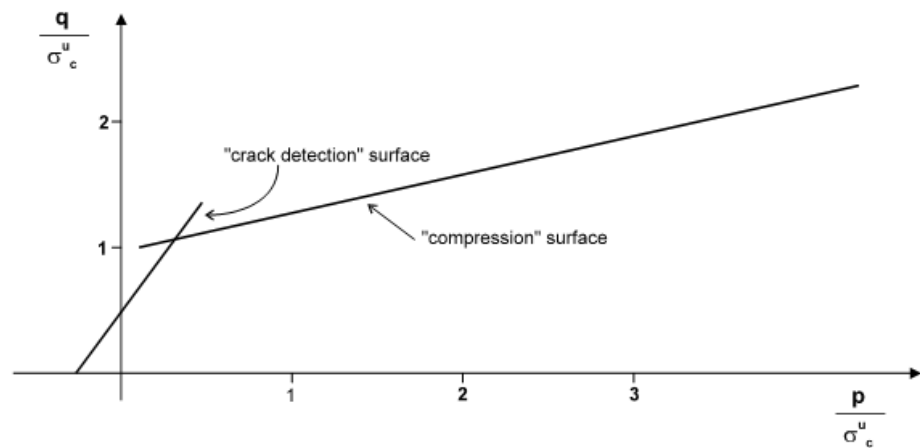


Figura 4: Superficie di rottura nel piano (p-q).

Analiticamente i concetti esposti possono essere formulati nella seguente maniera:

4.3.1.2 Modello elasto-plastico per il materiale “concrete”.

Il modello utilizza i classici concetti della teoria della plasticità; vale a dire:

decomposizione delle componenti di deformazione in un'aliquota elastica ed un plastica, plasticizzazione, flusso, ed incrudimento.

Decomposizione del vettore delle componenti di deformazione: in termini incrementali si ha:

$$\delta \varepsilon = \delta \varepsilon^{\text{elas}} + \delta \varepsilon_c^{\text{pl}}$$

dove :

- $\delta \varepsilon$ è l'incremento del vettore delle componenti di deformazione, di cui $\delta \varepsilon^{\text{el}}$ è l'aliquota elastica (che include le deformazioni dovute al cracking, che abbiamo detto entrare in gioco attraverso un comportamento ad elasticità danneggiata)
- $\delta \varepsilon_c^{\text{pl}}$ è l'aliquota plastica associata alla superficie in compressione.

Assumiamo che la quota elastica della deformazione sia comunque piccola, cosicché l'equazione (1) può essere integrata nella:

$$\varepsilon = \varepsilon^{\text{elas}} + \varepsilon_c^{\text{pl}}$$

Plasticizzazione in compressione.

La superficie di plasticizzazione è definita da :

$$f_c = q - \sqrt{3}a_o p - \sqrt{3}\tau_c = 0$$

dove p è la pressione effettiva, definita come:

$$p = -\frac{1}{3} \sum_i \sigma_i$$

e q è la tensione deviatorica equivalente di Mises:

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} \bar{S} : \bar{S}}$$

dove $\bar{S} = \sigma + pI$ è il vettore delle componenti deviatoriche di tensione; a_o è una

costante che dipende dal rapporto tra la resistenza ultima in stato di compressione biassiale e quella monoassiale; $\tau_c(\lambda_c)$ è un parametro di incrudimento (τ_c rappresenta l'intersezione della superficie di plasticizzazione con l'asse q, ovvero la tensione di plasticizzazione in taglio puro, quando tutte le componenti di tensione sono nulle eccetto $\sigma_{12} = \sigma_{21} = \tau_c$). L'incrudimento è definito dal parametro λ_c , e la relazione $\tau_c(\lambda_c)$ è definibile dall'utente.

Questa semplice superficie descritta in Figura 4 è una retta nel piano (p-q) e fornisce un buon accordo con i dati sperimentali su un'ampia scala di valori della pressione applicata (fino a 5 volte la massima tensione di compressione sopportabile in stato uniassiale).

Inoltre la forma utilizzata comporta che, al variare dell'incrudimento, le superfici nel piano (p-q) risultino affini, e quindi, ad esempio, il rapporto tra il flusso in stato biassiale e quello in stato monoassiale è costante a tutti i livelli di flusso. Questa proprietà sembra non essere contraddetta dalle sperimentazioni, per cui è sufficiente la sola a_0 per definire la forma della superficie.

In compressione uniassiale si ha $p = 1/3\sigma_c$ e $q = \sigma_c$, essendo σ_c il valore della tensione, per cui la $f_c=0$ si scrive:

$$\frac{\tau_c}{\sigma_c} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{a_0}{3} \right)$$

In compressione biassiale, essendo $p = 2/3\sigma_{bc}$ e $q = \sigma_{bc}$, con σ_{bc} il valore delle componenti principali di tensione non nulle:

$$\frac{\tau_c}{\sigma_{bc}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2a_0}{3} \right)$$

Infine si ha:

$$a_0 = \sqrt{3} \frac{1 - r_{bc}^{\sigma}}{1 - 2r_{bc}^{\sigma}}$$

Incrudimento

Nel modello "concrete" è necessario fornire un legame costitutivo monoassiale (per altro qualsiasi) attraverso i valori della tensione σ_{11} in funzione dell'aliquota plastica

della deformazione ε_{11} . Questi dati vengono utilizzati per definire la relazione $\tau_c(\lambda_c)$

come segue. In compressione monoassiale si ha $p = 1/3\sigma_c$ e $q = \sigma_c$. Durante la fase

plastica si ha ovviamente $f_c=0$, e quindi otteniamo immediatamente:

$$\tau_c = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{a_0}{3} \right) \sigma_c$$

Flusso.

Il modello, come già detto, utilizza il flusso associato, cosicché, se $f_c = 0$ e $d\lambda_c > 0$, risulta:

$$d\varepsilon_c^{pl} = d\lambda_c \left[1 + c_0 \left(\frac{p}{\sigma_c} \right)^2 \right] \frac{\mathcal{J}_c}{\partial \sigma_c}$$

In questa formula c_0 è una costante che dipende dal rapporto r_{bce} tra la componente di deformazione ε_{11}^{pl} a rottura in stato biassiale di compressione e quella analoga in stato monoassiale; questo rapporto, è specificato nell'opzione *FAILURE RATIOS (valori tipici attorno a 1.28). L'espressione di c_0 si ricava poi dal gradiente del potenziale di flusso. Trascurando i passaggi analitici si ottiene:

$$c_0 = 9 \frac{r_{bc}^{\varepsilon} (\sqrt{3} - a_0) + (a_0 - \sqrt{3}/2)}{r_{bc}^{\varepsilon} (a_0 - \sqrt{3}) + (r_{bc}^{\sigma})^2 \cdot (2\sqrt{3} - 4a_0)}$$

“Cracking” ed elasticità danneggiata.

Il “cracking” domina il comportamento del materiale quando lo stato tensionale è prevalentemente di trazione. Il modello utilizza una superficie di “individuazione della fessurazione” (“crack detection surface”) nello spazio delle tensioni per determinare quando avviene la fessurazione, e l'orientamento delle lesioni.

L'elasticità danneggiata è poi usata per descrivere il comportamento del materiale dopo la rottura.

Numericamente, l'ABAQUS utilizza la superficie di crack detection nell'incremento nel quale la fessurazione si verifica, e successivamente l'elasticità danneggiata, una volta che le lesioni ed il loro orientamento sono stati individuati.

Riguardo all'orientamento delle lesioni, vari ricercatori hanno proposto tre modelli:

- modello fisso con lesioni ortogonali
- modello rotante
- modello fisso con lesioni multidirezionali.

Nel primo, la normale alla prima lesione che si forma in generico punto è

parallela alla massima tensione principale di trazione. Il modello “ricorda” questa direzione, per cui le lesioni successive possono formarsi solo in direzione ortogonale alla prima.

Nel modello rotante in ogni punto si può formare una sola lesione, parallela alla direzione della tensione principale, perciò la direzione della lesione singola ruota insieme all’asse principale di tensione. Non si conserva alcuna memoria della precedente fessurazione. Infine, il modello multidirezionale permette la formazione di un qualsiasi numero di lesioni in ogni punto, quando la direzione della tensione principale di trazione cambia al variare del carico. Il modello ricorda tutte le lesioni. Abaqus utilizza il modello fisso con lesioni ortogonali, per cui il massimo numero di lesioni in un punto è limitato dal numero di componenti di tensioni presenti nello schema ad elementi finiti (per esempio, un massimo di tre nei problemi tridimensionali, assialsimmetrici o in stato piano di deformazione, di due nei problemi in stato piano di tensione). Una volta che una lesione sia stata individuata in un punto, tutte le grandezze vettoriali e tensoriali calcolate vengono ruotate in modo da farle giacere nel sistema di riferimento locale definito dall’orientamento della fessura. Il modello assicura che tale riferimento sia triortogonale. Inoltre si possono verificare aperture e chiusure delle lesioni lungo le direzioni degli assi locali.

Decomposizione del vettore delle componenti di deformazione.

in termini incrementali, analogamente a quanto visto precedentemente, si ha:

$$\delta \varepsilon^{\text{elas}} = \delta \varepsilon^{\text{el}}_{\text{d}} + \delta \varepsilon^{\text{el}}_{\text{t}}$$

Dove $d\varepsilon^{\text{el}}$ è l’incremento totale di deformazione nel fenomeno fessurativo, $d\varepsilon^{\text{el}}_{\text{d}}$ è l’aliquota elastica dell’incremento $d\varepsilon^{\text{pl}}_{\text{t}}$ è l’incremento plastico associato con la superficie di individuazione.

Plasticizzazione.

La superficie di individuazione della fessurazione è la retta di Coulomb:

$$f_t = \hat{q} - \left(3 - b_0 \frac{\sigma_t}{\sigma_u} \right) \hat{p} - \left(2 - \frac{b_0}{3} \cdot \frac{\sigma_t}{\sigma_u} \right) \sigma_t = 0$$

dove σ_u^t è la tensione di rottura in trazione uniassiale è una costante definita dal valore della tensione di rottura a trazione in stato biassiale, quando l'altra

componente principale non nulla è pari al valore di rottura in stato di compressione monoassiale. Le grandezze p^* e q^* sono definite nella stessa maniera delle p e q , eccetto per il fatto che tutte le componenti di tensione nelle direzioni tangenti e

normale alle lesioni non sono incluse perché invarianti. σ_t , infine, funzione di λt

secondo una relazione definibile dall'utente, è un parametro di incrudimento.

Un'altro aspetto molto importante del modello è il cosiddetto effetto di "TENSION STIFFENING", che consiste nell'ipotizzare che una volta attinta la tensione di rottura a trazione, la resistenza non si perda repentinamente, ma la curva tensione-deformazione vada a zero percorrendo un tratto discendente rettilineo oppure curvo, definibile dall'utente (Figura 5.). Per una più approfondita trattazione di tale proprietà, rimandiamo alla consultazione dei testi di Crisfield riportati in bibliografia.

In definitiva, quindi, l'utilizzazione del modello "concrete" in ABAQUS richiede la

definizione da parte dell'utente dei seguenti parametri:

- modulo di elasticità E
- modulo di Poisson ν
- legame costitutivo (qualsiasi) assegnato per valori della tensione e corrispondenti aliquote plastiche della deformazione
- "TENSION STIFFENING" ovvero modalità di decadimento della

resistenza

a trazione, una volta attinta la rottura

- "FAILURE RATIOS":

⇒ rapporto tra la resistenza ultima in stato biassiale di compressione e quella in stato uniassiale

⇒ valore assoluto della rapporto tra la tensione uniassiale di rottura a trazione e quella a compressione

⇒ rapporto tra la componente principale della deformazione plastica a rottura in stato biassiale di compressione e quella

in stato monassiale
 \Rightarrow rapporto tra la tensione principale di trazione in
condizioni
di fessurazione, in stato piano di tensione, e la tensione di
rottura in trazione uniassiale.

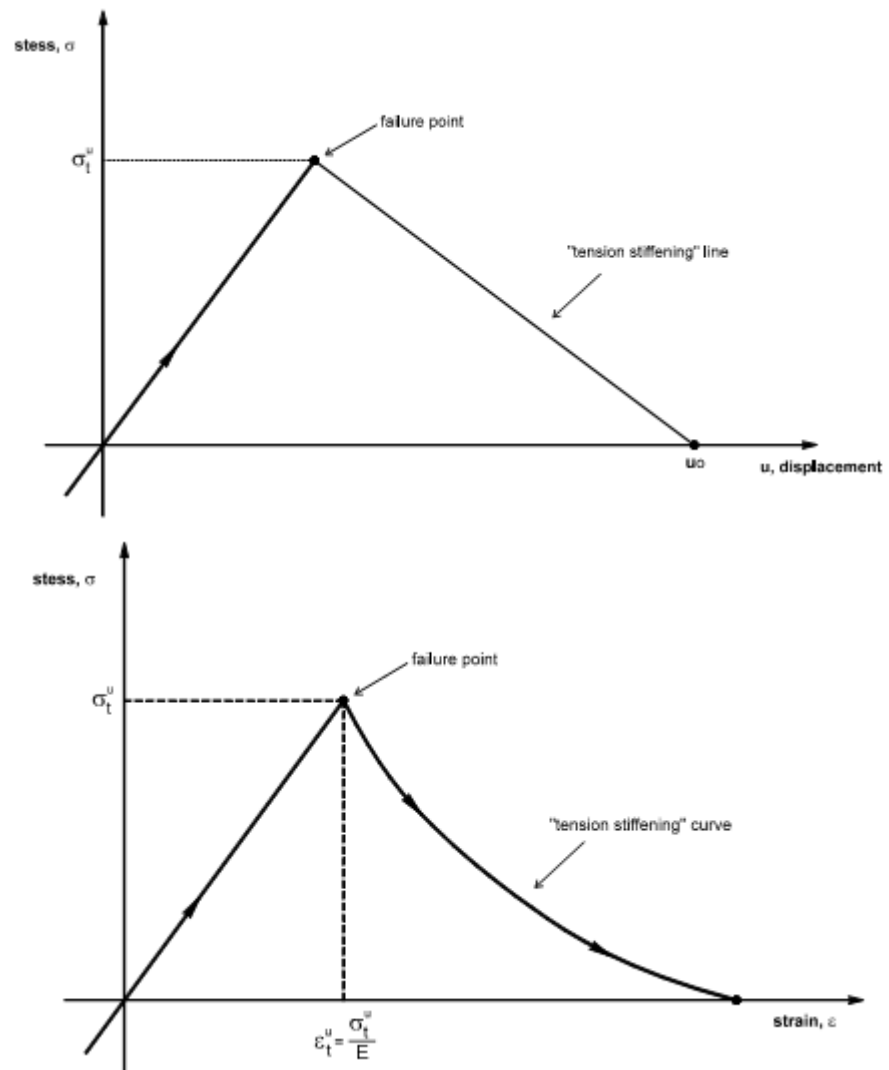


Figura 6: "tension stiffening" in alto tipo "displacement", in basso tipo "strain".

È da mettere in evidenza come il modello risulti estremamente sensibile ai parametri elencati. In particolare, quelli che sembrano influenzare maggiormente i risultati, sono i “failure ratios”, come del resto era logico aspettarsi per la formulazione matematica del modello, nel quale la forma delle superfici di rottura può cambiare significativamente a seconda dei valori adottati. È da sottolineare, come del resto suggerito dallo stesso manuale del programma, che la modalità più corretta per determinare gli appropriati valori da utilizzare sarebbe quella di effettuare delle prove sperimentali mirate su provini di dimensioni tali da simulare il comportamento di un organismo murario. In un secondo momento, si potrebbe tentare di ricavare delle relazioni che forniscano i valori dei rapporti di rottura in funzione delle resistenze dei blocchi e della malta, ovvero del pannello considerato come macroelemento, come alcuni autori e normative hanno proposto per quanto riguarda la determinazione dei moduli di elasticità. In ogni caso non è possibile prescindere almeno dalle prove di resistenza a compressione e a trazione. Per altro, attese l’aleatorietà delle caratteristiche meccaniche della muratura e la forte sensibilità dei risultati numerici alle variazioni dei rapporti di rottura, è nostra opinione che l’esecuzione di prove mirate sia quantomeno consigliata, soprattutto in esecuzione di calcoli di verifica di fabbricati esistenti e/o storici. Al fine di calibrare correttamente i parametri del modello, una procedura di curve-fitting è stata fatta da Giordano et al. (2002) utilizzando i risultati di vari test sperimentali effettuati presso la Divisione Prove Statiche dell’ISMES di Bergamo su pannelli in muratura di tufo costituiti da blocchi derivanti dalla demolizione d’edifici napoletani antichi. I pannelli sono stati sottoposti a varie storie di carico, sia monotone che cicliche, al fine di determinare i moduli elastici e la resistenza ultima. Questi dati sono stati utilizzati nel modello agli elementi finiti per definire i parametri del materiale per quanto riguarda la curva σ - ϵ . Estese analisi di sensibilità sono state condotte da Giordano et al. (2002) per determinazione l’insieme di parametri che permette la migliore corrispondenza tra i risultati sperimentali e quelli ottenuti numericamente. Il modello, applicato a murature con valori di resistenza molto bassi, appare estremamente sensibile a variazioni anche piccole dei parametri richiesti da ABAQUS per la definizione del modello.

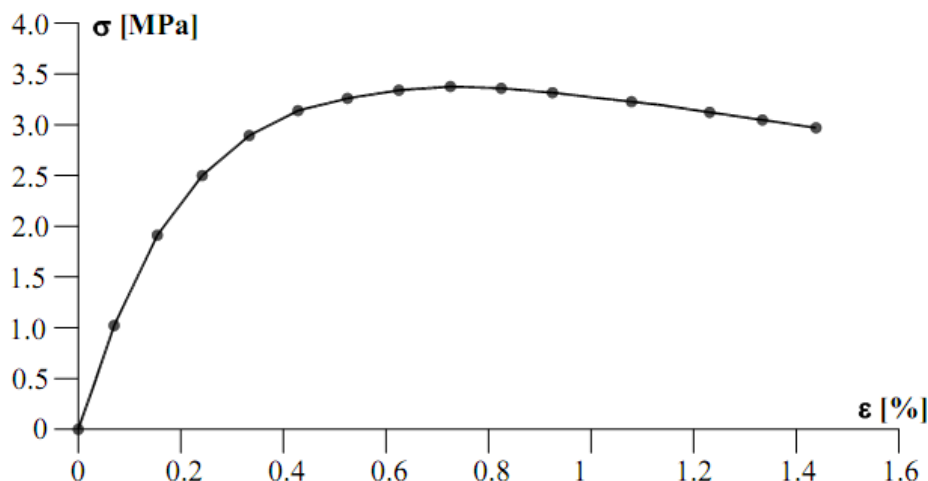
Per quanto riguarda l'opzione "tension stiffening", sebbene potrebbe sembrare non avere senso nel caso della muratura, una bassa resistenza a trazione è stata comunque mantenuta al procedere della fessurazione al fine di stabilizzare l'algoritmo numerico. Inoltre, è opinione dell'autore che l'effetto di "tension stiffening" può modellare in maniera approssimata i fenomeni attritivi e la perdita di coerenza che di solito si riscontrano nel comportamento sperimentale.

L'algoritmo di Riks modificato è stato poi utilizzato per spingere l'analisi verso il ramo discendente della curva di carico, senza dover effettuare delle simulazioni in controllo di spostamento. Analisi di sensibilità aggiuntive sono state necessarie al fine di regolare opportunamente la procedura "arc length". Sulla base dei risultati del lavoro condotto da Giordano et al. (2002), per il modello "concrete" di ABAQUS, si sono adottati i seguenti parametri:

- modulo di elasticità $E = 1.1E+9 \text{ N/m}^2$
- modulo di Poisson $\nu = 0.1$;
- legame costitutivo assegnato per valori della tensione e corrispondenti aliquote plastiche della deformazione (Figura 5.2);
- "tension stiffening": spostamento = 3mm;
- "failure ratios":
 - $R1 = 1.16$ (valore di default);
 - $R2 = 0.03$ (0.09 di default);
 - $R3 = 1.33$ (1.28 di default);
 - $R4 = 0.3$ (0.33 di default).

Per la modellazione dei macroelementi sono stati utilizzati elementi shell a 4 nodi con integrazione ridotta (elementi S4R5), con 5 punti d'integrazione nello spessore degli elementi.

Particolare attenzione è stata posta nell'assicurare una sufficiente regolarità nella mesh, in modo da non includere nel modello elementi con fattori di forma eccessivamente elevati, che avrebbero potuto attivare meccanismi di localizzazione, tipici dei modelli fessurativi.



Legame costitutivo adottato per le murature.

4.3.2 *Opensees: Un nuovo modello di danno*

In questo lavoro viene sviluppato ed implementato in un codice agli elementi finiti un modello costitutivo di danno originariamente proposto in (Faria et al. 1998) e poi esteso al caso ortotropo in (Berto et al. 2002). Il modello è in grado di descrivere le non linearità meccaniche di mezzi quasi fragili, quali la muratura, caratterizzati da due direzioni principali di ortotropia in uno stato piano di tensione. Per la modellazione agli elementi finiti viene impiegato l'approccio di tipo misto già formulato in (Malena 2006), per l'analisi di pareti murarie, facendo ricorso all'elemento finito misto a 4 nodi e 5 parametri di tensione proposto da Pian et al. (1984). D'altra parte, il ricorso ad un approccio misto, rispetto ad un approccio più tradizionale agli spostamenti, presenta indubbi vantaggi in accuratezza ed onere computazionale come dimostrato in (Bilotta et al. 2002) in campo lineare.

4.3.2.1 Base variazionale e modello fem

La formulazione variazionale impiegata per lo sviluppo dell'elemento finito misto deriva dal funzionale di Hellinger-Reissner (Pian *et al.* 1984; Bilotta *et al.* 2002):

$$\Pi_{HR}[u, \sigma] := \int_{\Omega} \left\{ -\frac{1}{2} \sigma^T C^{-1} \sigma + \sigma^T Du \right\} - W[u]$$

dove u e σ sono, rispettivamente, i campi di spostamento e di tensione, C la matrice costitutiva elastica, D l'operatore di compatibilità che definisce il campo di deformazioni $\varepsilon := Du$ associate a u e $W[u]$ il lavoro dei carichi esterni. Il modello ad elementi finiti si ottiene interpolando i campi di spostamento e tensione nel generico elemento finito:

$$u_e := N d_e, \quad \sigma_e := S \beta_e$$

essendo N e S le matrici delle funzioni di interpolazione adottate, d_e e β_e i vettori dei parametri discreti; sostituendo le (2) nel funzionale (1) ed imponendo le condizioni di stazionarietà rispetto ai parametri d_e , β_e si ottengono le equazioni di equilibrio e di compatibilità cinematica:

$$A(Q_e^T \beta_e - p_e) = 0, \quad H_e \beta_e - Q_e d_e = 0$$

dove A è l'operatore di assemblaggio e:

$$p_e := \int_{\Omega_e} N^T b + \int_{\partial\Omega_e} N^T t, \quad Q_e := \int_{\Omega_e} S^T D N, \quad H_e := \int_{\Omega_e} S^T C^{-1} S$$

in cui b , t sono rispettivamente le forze di volume e di superficie. Condensando i parametri di tensione a livello dell'elemento finito, la

formulazione discreta assume la forma usuale dell'approccio agli spostamenti:

$$A(K_e \beta_e - p_e) = 0, \quad K_e = Q_e^T H_e^{-1} Q_e$$

4.3.2.2 Elementi a quattro nodi misto

L'elemento finito utilizzato è un elemento misto a 4 nodi, già formulato per l'analisi in campo elastico da Pian *et al.*(1984), le cui funzioni di interpolazione dei campi di spostamento u e di tensione σ hanno la forma:

$$u = \begin{bmatrix} u[\xi, \eta] \\ v[\xi, \eta] \end{bmatrix} := Nd = \begin{bmatrix} N_1[\xi, \eta] & 0 & \dots & N_4[\xi, \eta] & 0 \\ 0 & N_1[\xi, \eta] & \dots & 0 & N_4[\xi, \eta] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \dots \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x[\xi, \eta] \\ \sigma_y[\xi, \eta] \\ \sigma_{xy}[\xi, \eta] \end{bmatrix} := S\beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1^2 \eta & a_3^2 \xi \\ 0 & 1 & 0 & b_1^2 \eta & a_3^2 \xi \\ 0 & 0 & 1 & a_1 b_1 \eta & a_3 b_3 \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \dots \\ \beta_5 \end{bmatrix}$$

dove

$$\begin{aligned} N_1[\xi, \eta] &:= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) & N_2[\xi, \eta] &:= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\ N_3[\xi, \eta] &:= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) & N_4[\xi, \eta] &:= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \end{aligned}$$

ξ, η sono le coordinate adimensionali dell'elemento e $a_i, b_i, i=0,1,2,3$ i coefficienti geometrici che dipendono dalle coordinate $x_i, y_i, i=1,2,3,4$ dei nodi connessi dall'elemento (Figura. 1):

$$\begin{bmatrix} a_0 & b_0 \\ a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{bmatrix} := \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix}$$

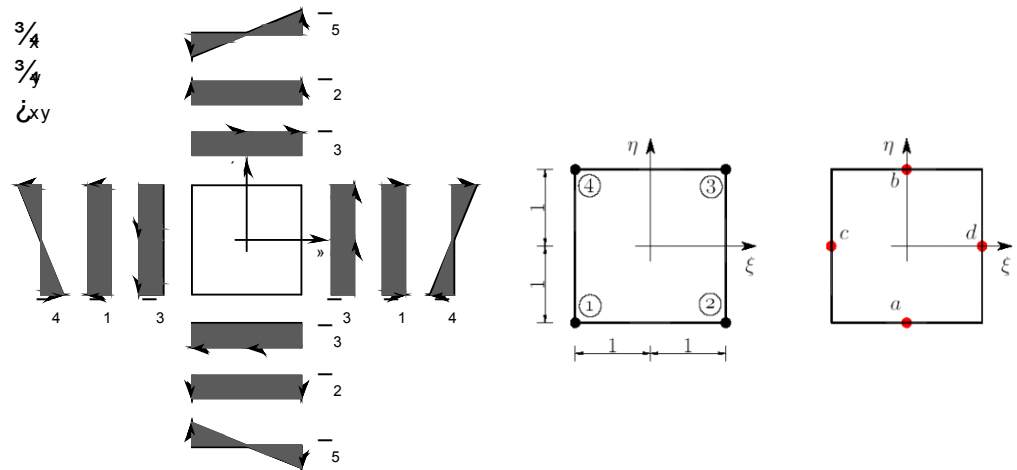


Figura 7. Elemento a quattro nodi misto: interpolazione del campo di tensione; coordinate adimensionali; punti di controllo.

4.3.2.3 Modello costitutivo di danno

Il comportamento non lineare del materiale è descritto da un modello di danno isotropo o ortotropo in relazione alle caratteristiche della muratura.

Modello di danno isotropo

Il modello isotropo è definito attraverso due variabili di danno, d^+ e d^- che descrivono lo stato di danneggiamento, rispettivamente, a trazione e a compressione (Scotta 1997, Faria *et al.* 1998); i corrispondenti criteri di danno introdotti nel modello sono:

$$\bar{\tau}^+ \leq r^+ \quad \bar{\tau}^- \leq r^-$$

dove le variabili r^+ e r^- rappresentano le soglie di danno, che dipendono dalla storia di deformazione e controllano l'evoluzione delle superfici di danno. Allo stato vergine del materiale, essi assumono i valori r_0^+ e r_0^- che dipendono dalle caratteristiche meccaniche della muratura. Le tensioni equivalenti $\bar{\tau}^+$ di trazione e $\bar{\tau}^-$ di compressione sono definite dalle:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}^+ &= \sqrt{\bar{\sigma}^{+T} \bar{\sigma}^+}, & \bar{\sigma}^+ &= \langle \bar{\sigma} \rangle \\ \bar{\tau}^- &= \sqrt{\sqrt{3} \left(K \bar{\sigma}_{oct}^- + \bar{\tau}_{oct}^- \right)}, & \bar{\sigma}^- &= \langle -\bar{\sigma} \rangle \end{aligned}$$

dove $\bar{\sigma}_i$ rappresenta la i -esima tensione principale e $\langle . \rangle$ è l'operatore di MacAuley[†]; le tensioni ottaedrali $\bar{\sigma}_{oct}^-$ e $\bar{\tau}_{oct}^-$ sono ottenute a partire dal tensore $\bar{\sigma}^-$, mentre K è una costante che dipende del materiale (Scotta 1997). La legge di evoluzione della variabile di danno a trazione d^+ (Oliver 1989) si scrive nella forma:

$$d^+ = 1 - \frac{r_0^+}{\bar{\tau}^+} \exp \left(A^+ \left(1 - \frac{\bar{\tau}^+}{r_0^+} \right) \right)$$

dove l'espressione del parametro A^+ :

$$A^+ = \left(\frac{g_f E}{f_t^2} - \frac{1}{2} \right)^{-1}$$

esprime la dipendenza dal valore dell'energia specifica dissipata durante tutto il processo di danneggiamento del materiale. La legge di evoluzione del danno a compressione (Faria *et al.* 1989) si esprime nella forma:

$$d^- = 1 - \frac{r_0^-}{\bar{\tau}} (1 - B^-) - B^- \exp \left[A^- \left(1 - \frac{\bar{\tau}^-}{r_0^-} \right) \right]$$

con A^- e B^- parametri del materiale.

Il modello di danno ortotropo

Il modello ortotropo è definito tramite quattro variabili di danno, fra loro indipendenti, distinte rispetto alle due direzioni di ortotropia della muratura, x e y , ed ai meccanismi di danno a trazione e compressione (Berto *et al.* 2002, Berto 2003).

La condizione di attivazione del danno viene formulata sulla base delle quattro relazioni:

$$\begin{aligned} \bar{k}_x^+ &\leq r_x^+ & \bar{k}_y^+ &\leq r_y^+ \\ \bar{k}_x^- &\geq r_x^- & \bar{k}_y^- &\geq r_y^- \end{aligned}$$

dove le tensioni equivalenti elastiche nelle due direzioni x ed y , per trazione \bar{k}_x^+, \bar{k}_y^+ e per compressione \bar{k}_x^-, \bar{k}_y^- , sono definite dalle:

$$\begin{aligned} \bar{k}_x^+ &= \bar{\sigma}_x + |\bar{\sigma}_{xy}| / \tan \phi_x & \bar{k}_y^+ &= \bar{\sigma}_y + |\bar{\sigma}_{xy}| / \tan \phi_y \\ \bar{k}_x^- &= \bar{\sigma}_x - |\bar{\sigma}_{xy}| / \tan \phi_x & \bar{k}_y^- &= \bar{\sigma}_y - |\bar{\sigma}_{xy}| / \tan \phi_y \end{aligned}$$

e valutate a partire delle componenti di tensione elastica $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\sigma}_{xy}$. Gli angoli di attrito ϕ_x e ϕ_y , e, il valore iniziale delle soglie di attivazione del danno, $r_{x0}^+, r_{x0}^-, r_{y0}^+, r_{y0}^-$ sono dei parametri meccanici del materiale. Le leggi di evoluzione delle variabili di danno sono del tutto simili a quelle indicate per il modello di danno isotropo, esplicitate in funzione delle caratteristiche meccaniche del materiale nelle due direzioni x e y .

4.4 CALIBRAZIONE DEL MODELLO: ANALISI DI SENSIBILITÀ.

È ben noto come i modelli qui brevemente richiamati risultino estremamente sensibili anche a limitate variazioni dei parametri governanti, sia di natura meccanica che topologica. Per questa ragione, al fine di calibrare correttamente i modelli, è stata effettuata in prima battuta un'analisi di sensibilità ai parametri fondamentali del modello, quali la dimensione della mesh, il rapporto tra resistenza a compressione e resistenza a trazione, forma della superficie di rottura o di danno.

La configurazione geometrica di riferimento per l'analisi di sensibilità è quella di un portale, estratta dall'abaco delle geometrie riportate nel Capitolo II.

In Figura 8 si riporta la geometria del portale con le dimensioni di massima e la condizione di carico utilizzata.

La condizione di carico utilizzata per la schematizzazione del carico sismico è quella del tipo shell edge load, in cui il carico viene schematizzato come una forza distribuita in testa alla struttura, e che permette di evitare concentrazioni di tensione nel punto di applicazione della forza.

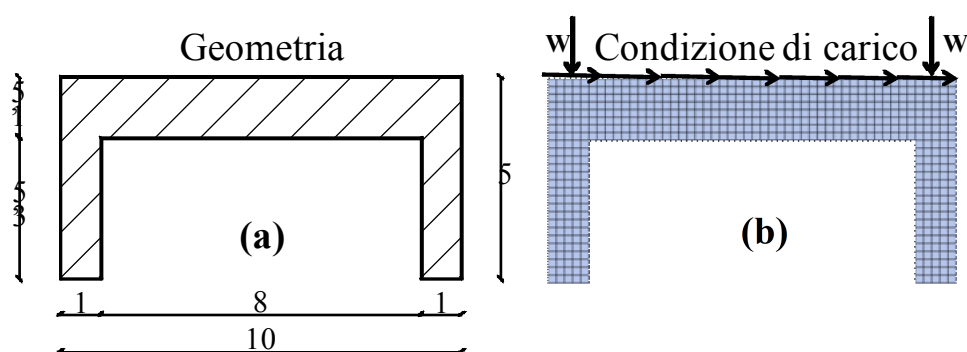


Figura 8.(a) Geometria e (b) carichi assunti per il modello di portale utilizzato per l'analisi di sensibilità.

Si noti che, per evitare la crisi del materiale nella zona centrale della fascia di piano, il carico verticale è stato applicato corrispondenza delle sole pile, mentre l'azione orizzontale è stata “spalmata” lungo la fascia di piano in modo da non avere concentrazioni locali di tensioni, così come riportato in Figura 8(b).

4.4.1 Modellazione con abaqus: sensibilità alla dimensione della mesh

Tutti i modelli che implementano gli approcci a fessurazione diffusa sono affetti da fenomeni di localizzazione più o meno marcati, sebbene la maggioranza di essi, e tra questi quello di Abaqus, utilizzino strategie varie per minimizzarne gli effetti, come il cosiddetto “fracture energy trick” descritto in [manuale ABAQUS]. Dalla Figura 9 è possibile valutare la sensibilità del modello alla dimensione della mesh, già preventivamente regolarizzata e strutturata.

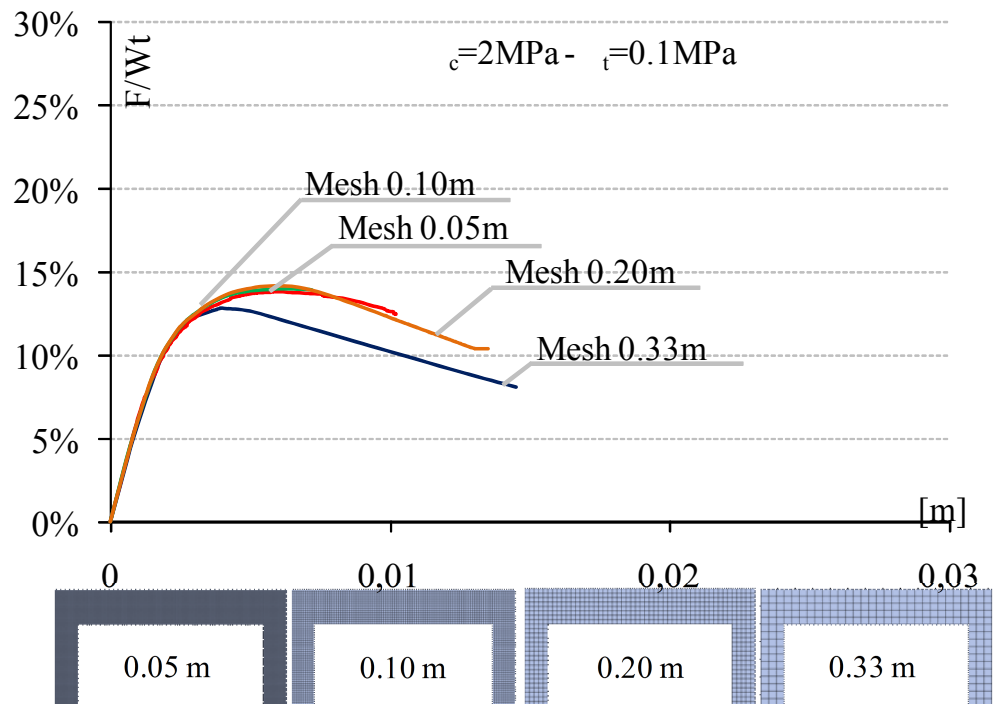


Figura 9. Calibrazione del modello: Analisi di sensibilità alla Mesh.

Fissati i due parametri di resistenza a compressione, σ_c pari a 2MPa, e di resistenza a trazione, σ_t pari a 0.1MPa, si è variata la dimensione della mesh in un range tra 0.05 m-0.33 m, corrispondenti ad un rapporto tra la dimensione media della mesh e la lunghezza complessiva del portale murario pari allo 0.5%-3.3 %.

Le curve riportate in figura descrivono la relazione ottenuta tra la forza orizzontale totale (F) rapportata al peso totale (Wt) e lo spostamento in sommità δ . Così come riportato in Lourenço (1996), al variare della dimensione della mesh non si notano grosse incrementi della resistenza massima, mentre l'aumentare della dimensione dell'elemento comporta significative variazioni in termini di spostamento ultimo. Si nota come al variare della dimensione della mesh non si abbiano grosse variazioni in termini di moltiplicatori di collasso, mentre man mano che la dimensione dell'elemento aumenta ha una maggiore capacità da parte dell'analisi di seguire le deformazioni plastiche del portale. Infatti, si ha anche un incremento di spostamento ultimo tra la curva relativa alla mesh di 0.10m e quella di 0.33m.

4.4.2 Modellazione con Abaqus: sensibilità alla resistenza a compressione

In Figura 10,11 12 , sono riportate le curve relative all'analisi di sensibilità alla variazione della resistenza a compressione. La resistenza a compressione viene introdotta attraverso una curva tensione - aliquota plastica della deformazione. Fissata la σ_t pari a 0.1MPa, e la dimensione della Mesh pari al 2 % della lunghezza complessiva, la resistenza a compressione si è posta pari a 2, 4 e 6MPa. Ovviamente, la resistenza massima della struttura si ottiene per il massimo valore della resistenza a compressione del materiale, benché non sussista un legame di proporzionalità tra di essi. Tale effetto dipende essenzialmente dalla forma della superficie di rottura riportata in Figura 2 ed in particolare dal rapporto tra la resistenza a compressione e la resistenza a trazione.

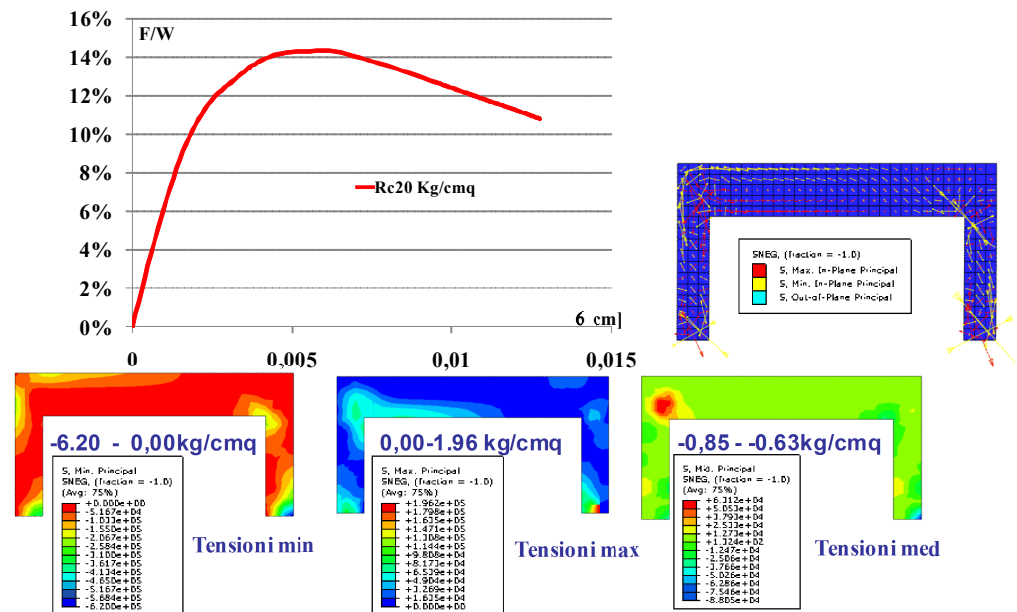


Figura 10. Sensibilità alla resistenza a compressione con Rc 20 Kg/cm².

Dalla Figura 10, per il caso di Rc 20 Kg/cm², si riportano il tensore delle deformazioni plastiche e le tre mappe tensionali relative alle tensioni min, max e med. Il Meccanismo che viene fuori dall'analisi FEM, è quello a telaio, ossia si ha la formazione di cerniere alla base e all'attacco orizzontale tra la trave e le colonne. Il valore massimo del moltiplicatore di collasso è del 14.1 % mentre lo spostamento ultimo è pari 0.013 cm. In Figura 11 si riporta la curva carico-spostamento, il tensore delle tensioni plastiche e le mappe tensione per il caso di Rc fissata a 40Kg/cm².

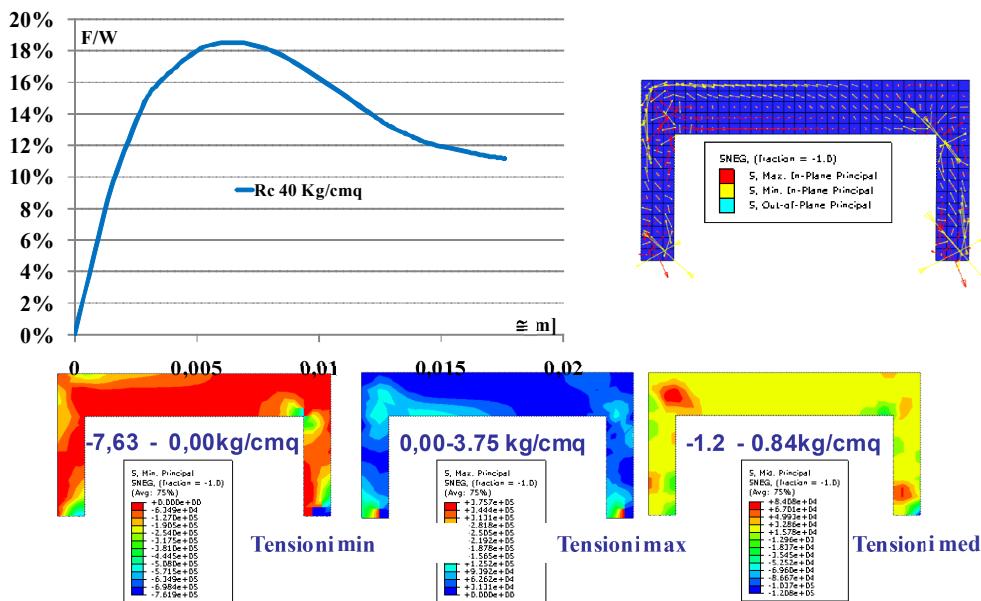


Figura 11. Sensibilità alla resistenza a compressione con $R_c 40 \text{ Kg/cm}^2$.

Il moltiplicatore di collasso tende ad aumentare di circa il 4%, così come la curva mostra la capacità all'aumentare della resistenza a compressione di seguire le deformazioni plastiche del portale.

Banalmente, si nota che i valori delle tensioni massime tendono ad aumentare.

In figura 12 si riportano i risultati del caso $R_c = 60 \text{ Kg/cm}^2$. Si può notare come non vi sia una diretta proporzionalità nell'aumento del F/W all'aumentare delle R_c . Infatti con un valore di R_c pari a 60 Kg/cm^2 il valore del moltiplicatore di collasso aumenta del 6% rispetto al primo caso analizzato. Questo effetto è legato alla presenza del rapporto tra la σ_τ e la σ_c , che influenza la forma della superficie di rottura del materiale.

Si nota come la forma della curva sia pressoché la stessa come si vede anche in Figura 13 dove sono riportate le tre curve insieme.

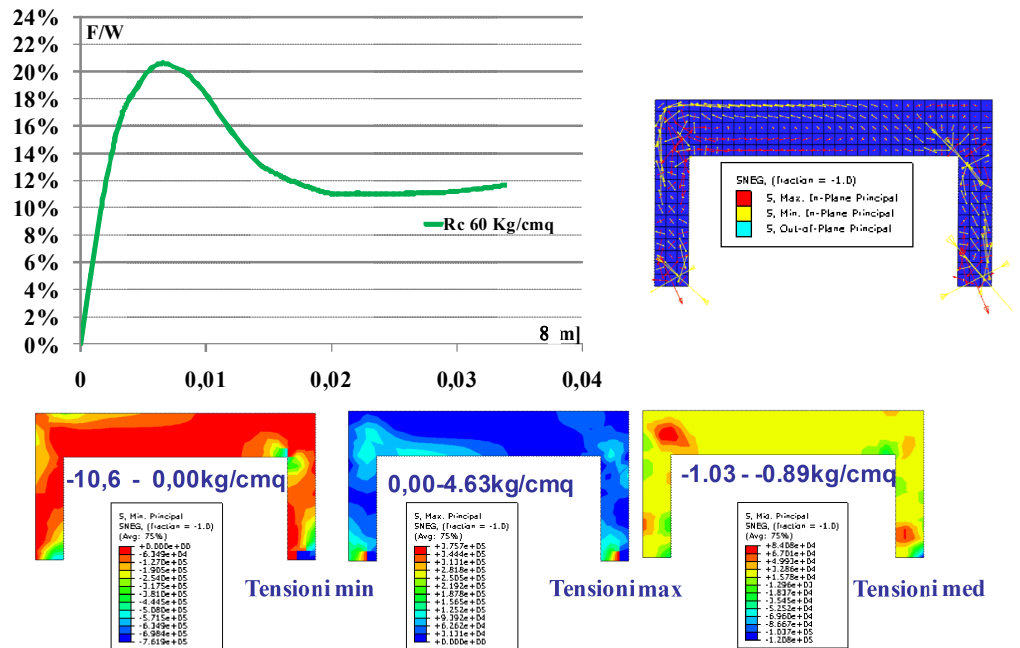


Figura 12. Sensibilità alla resistenza a compressione con $R_c 60 \text{ Kg/cm}^2$.

4.4.3 Modellazione con Abaqus: sensibilità alla resistenza a trazione

Il parametro più importante per la calibrazione della modellazione di strutture in muratura è il valore di Resistenza a trazione, in quanto sappiamo che la muratura non sopporta stati tensionali di trazione. Inoltre, poiché il nostro parametro di riferimento sono i risultati ottenuti con l'analisi limite sui portali in muratura, si poneva la necessità di ridurre al primo step dell'analisi il valore della resistenza a trazione. Ma, ponendo un valore nullo di R_t , non è consentito ottenere risultati dall'analisi non lineare a causa della mancata convergenza del programma.

Le analisi sono state effettuate variando la σ_t in un intervallo compreso tra 0.2 Kg/cm^2 e 2 Kg/cm^2 . La σ_c viene fissata a 20 Kg/cm^2 , mentre la dimensione della Mesh è posta pari al 2% della dimensione caratteristica dell'elemento strutturale. In Figura 14, 15 e 16 sono riportate le curve singole per i casi caratteristici di R_t pari 0.4 , 1 e 2 Kg/cm^2 .

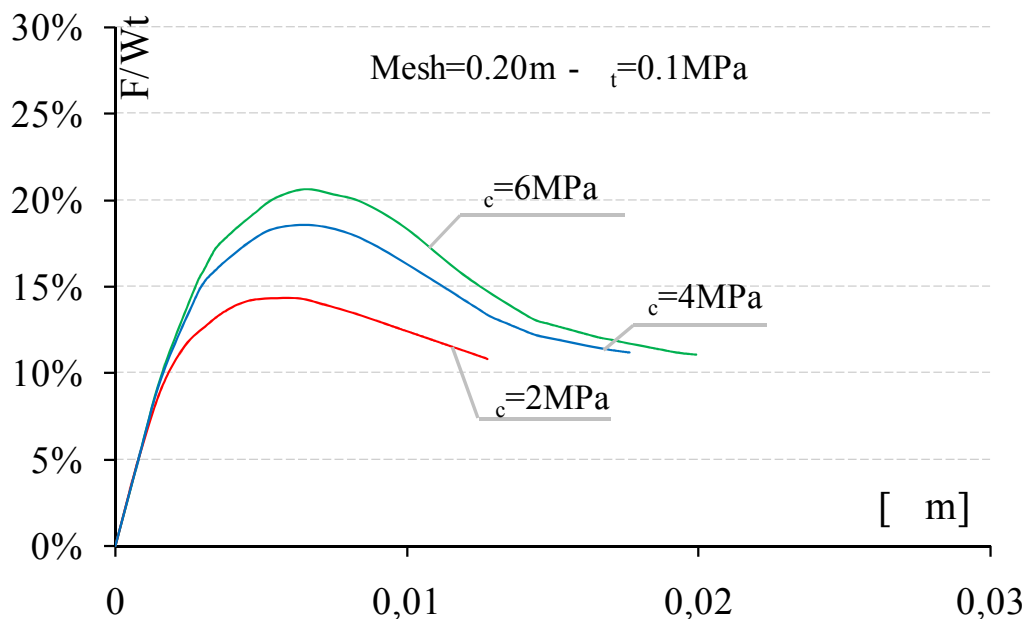


Figura 13. Sensibilità alla resistenza a compressione

In particolare si osserva come si abbia un influenza fortissima sul valore della capacità ultima al variare del valore della R_t così come per il valore di spostamento ultimo. Infatti, si vede come nel passare da 0.4 Kg/Cmq di R_t a 2Kg/Cmq, si passi dal 8% al 25% di portanza e da 0.015cm di spostamento a 0.03 cm. Ovviamente, aumentando la forza aumentano di conseguenza anche i valori tensionali come si evince dalle mappe cromatiche, mentre il tensore delle deformazioni plastiche risulta essere sensibilmente lo stesso. In Figura 17 vengono riportate tutte le curve dell'output. Confermando quanto detto in precedenza, i risultati delle analisi in termini di curve push-over mostrano come l'incremento della resistenza a trazione da un lato determina un

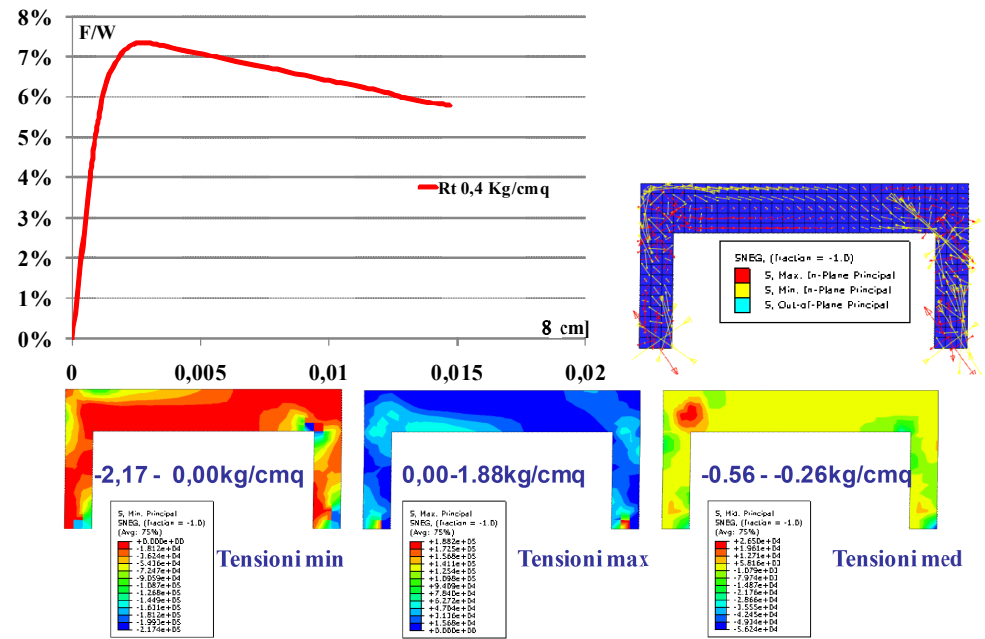


Figura 14. Sensibilità alla resistenza a trazioni $R_t 0.4 \text{ Kg/cm}^2$

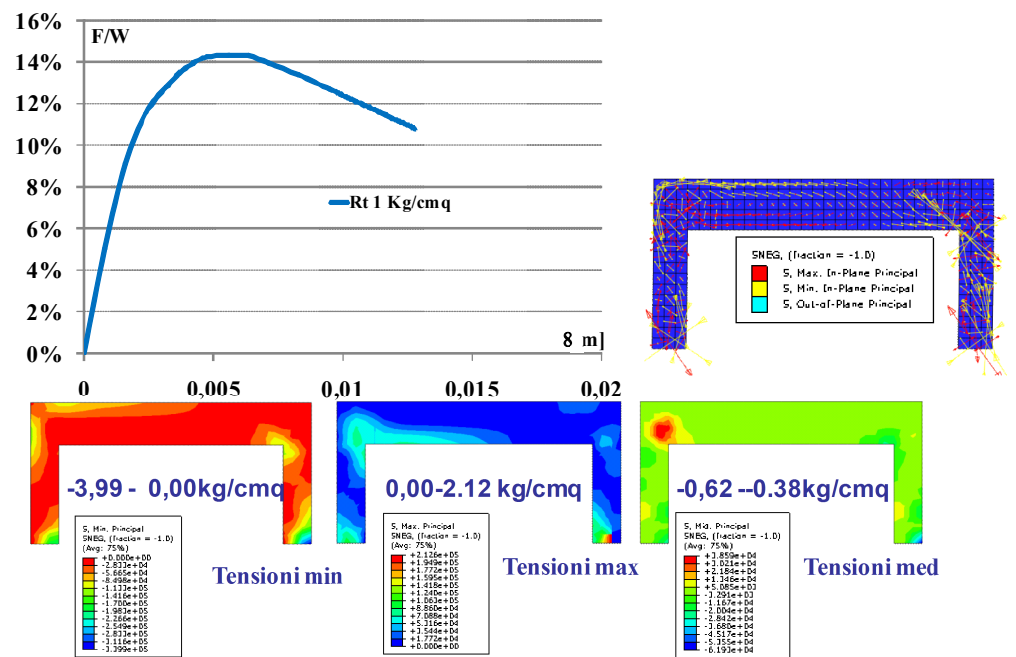


Figura 15. Sensibilità alla resistenza a trazioni $R_t 1 \text{ Kg/cm}^2$

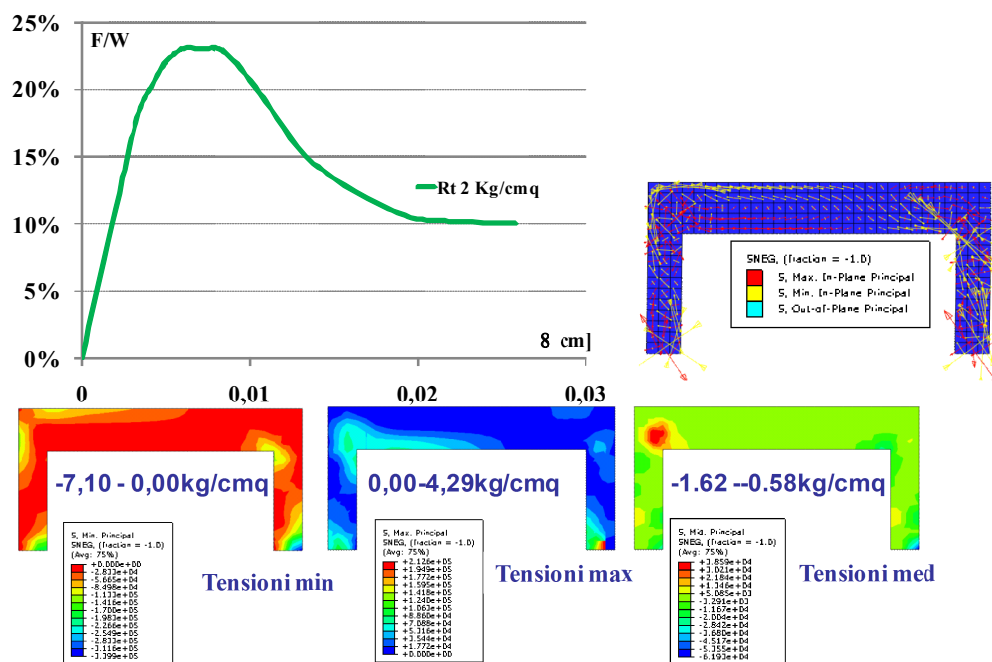


Figura 16. Sensibilità alla resistenza a trazioni R_t 2 Kg/cm q

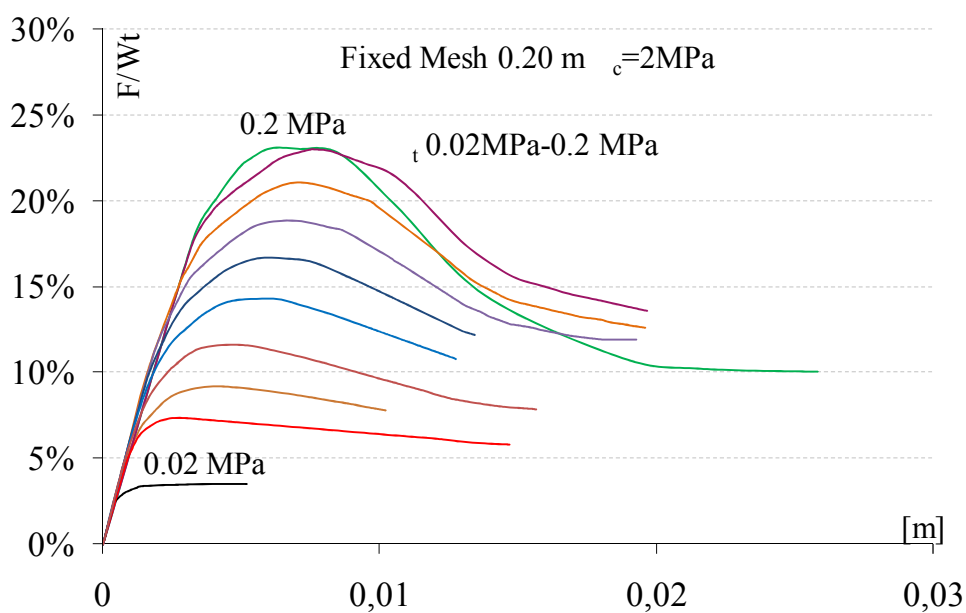


Figura 17. Sensibilità alla resistenza a trazioni

incremento della resistenza massima, dall'altro fa aumentare sensibilmente lo spostamento ultimo.

4.4.4 Modellazione con Opensees: sensibilità alla resistenza a compressione

Scelta una mesh simile a quella utilizzata per le analisi di sensibilità con il modello Abaqus, sono state calcolate le curve di risposta non lineare al variare della resistenza a compressione, per lo stesso modello di Figura 8. L'effetto della variazione del parametro di resistenza a compressione è analogo a quello riscontrabile nel modello Abaqus, benché i valori dei moltiplicatori di collasso risultino lievemente superiori, mentre si riducono fortemente gli spostamenti massimi come si evince dalle curve riportate in Figura 18.

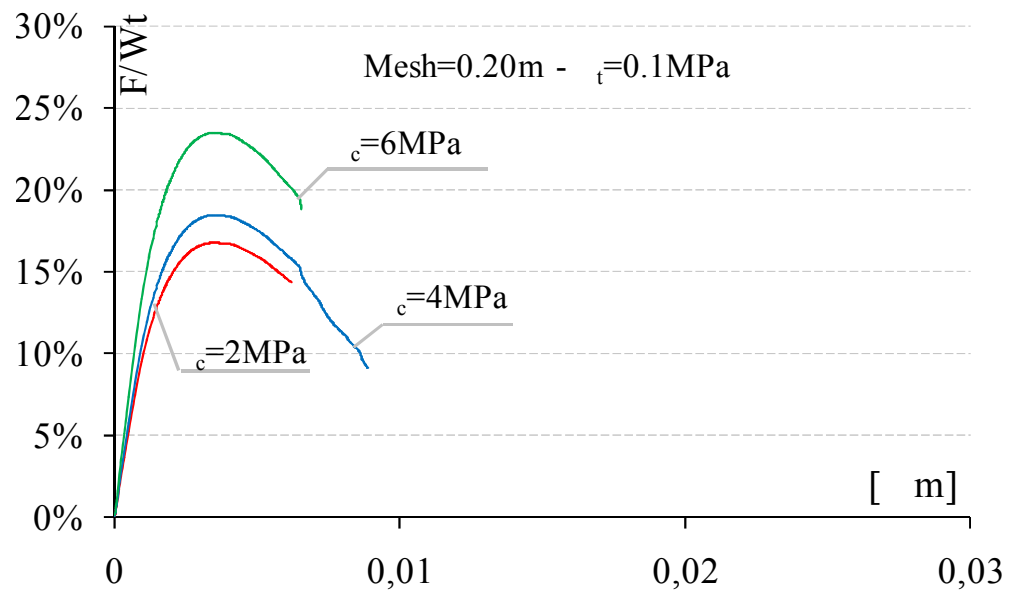


Figura 17. Sensibilità alla resistenza a compressione modello di Opensees.

4.4.5 Modellazione con Opensees: sensibilità alla resistenza a trazione

I range di variazione dell'analisi di sensibilità alla resistenza a trazione hanno previsto tre step con valori di σ_t pari a 0.04, 0.1 e 0.2MPa. Dalla Figura 19, che riporta i risultati delle analisi, si registrano valori leggermente superiori a quelli ottenuti con ABAQUS e valori di spostamento ultimo inferiori, ovvero una minore duttilità, per altro con un comportamento più marcatamente softening.

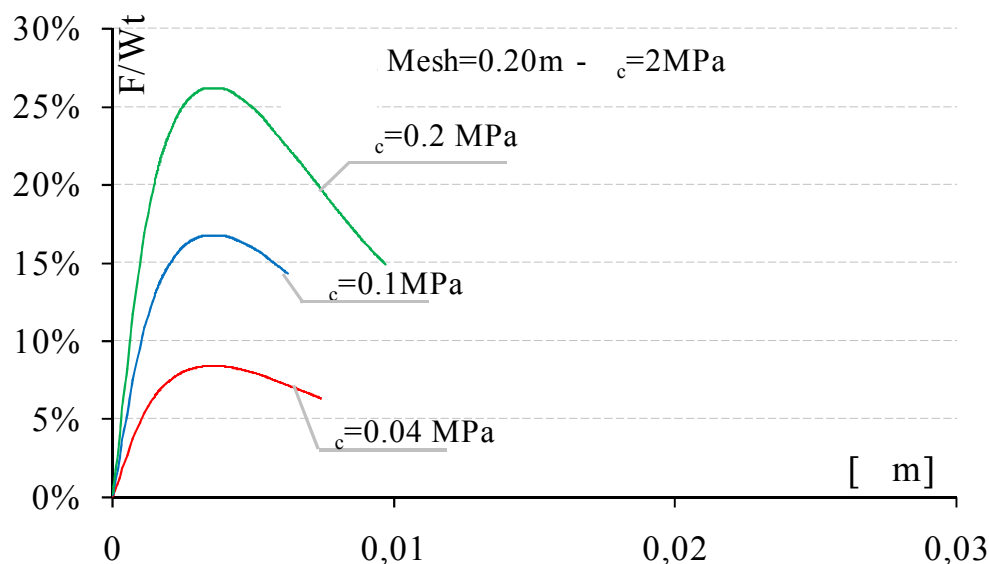


Figura 18. Sensibilità alla resistenza a trazione modello di Opensees.

4.4.6 Abaqus VS Opensees: confronto tra i risultati ottenuti

Sulla base dei risultati su illustrati, si può osservare come i due modelli costitutivi impiegati restituiscano valori sovrapponibili della resistenza massima, mentre nel caso dell'approccio a fessurazione diffusa si registra una maggiore duttilità (qui intesa come rapporto tra lo spostamento ultimo e quello in corrispondenza della resistenza massima) ed un andamento della ramo post-critico caratterizzato da un minore softening.

Per altro, la strategia di soluzione del problema non lineare implementata in Abaqus è risultata in tutti casi molto più efficiente, con tempi di calcolo di un ordine di grandezza inferiori a quelli di Opensees.

Per questi motivi, nelle analisi successive, si è scelto di utilizzare soltanto Abaqus, una volta fissata la dimensione della mesh al 2% della lunghezza complessiva e i valori di σ_c e di σ_t pari rispettivamente a 2MPa e a 0.1MPa. I risultati ottenuti vengono poi confrontati con quelli derivanti dall'applicazione dei principi dell'analisi limite.

4.5 CONFRONTO TRA L'ANALISI FEM E L'ANALISI LIMITE.

Nel capitolo II e III del seguente lavoro di tesi, sono stati presentati i risultati dell'applicazione della metodologia dell'analisi limite per il calcolo della capacità ultima sotto azioni sismiche di portali e archi in muratura.

Al fine di effettuare una reciproca validazione dei risultati ottenuti con l'analisi FEM e precedentemente esposti e al fine di verificare l'affidabilità del metodo dell'analisi non lineare per la valutazione della capacità sismica di strutture murarie, si è proceduto ad un confronto tra i risultati ottenuti con l'applicazione dell'analisi FEM e quelli ottenuti con l'analisi limite.

In particolare, sono stati analizzati con ABAQUS in prima battuta quattro portali e quattro archi desunti dagli abachi citati in precedenza nei capitoli precedenti.

Come esempio, in Figura 19 si riportano i risultati dettagliati per il caso di studio descritto in Figura 8. La figura mostra il confronto tra la curva di push-over ottenuta dall'analisi FEM e i valori dei moltiplicatori di collasso calcolati mediante le formule semplificate proposte in De Luca et al.(2006); inoltre, vengono raffigurati i meccanismi di collasso individuati sia con l'analisi FEM che con l'analisi limite.

Dall'osservazione della rappresentazione vettoriale del tensore delle deformazioni plastiche mostrato in figura 19 a, si nota che i meccanismi sono diversi. Tale differenza è dovuta a due ragioni: la prima risiede nel fatto che i modelli di calcolo agli elementi finiti tengono in conto le caratteristiche meccaniche del materiale mentre l'analisi limite considera

l'elemento strutturale come composizione di semplici blocchi rigidi; la seconda dipende dal fatto che la rappresentazione del tensore di deformazione plastica è relativa ad una condizione di rottura con spostamenti rilevanti nella struttura, mentre l'analisi limite vede la sola attivazione del meccanismo, nello spirito di applicazione del principio dei lavori virtuali. In Figura 10 sono riportati i valori dei moltiplicatori relativi entrambi i meccanismi relativi alla formula semplificata. La perfetta rispondenza tra il valore dell'analisi FEM e quello dell'analisi limite permette di confermare, in questo caso l'applicabilità del modello costitutivo adottato.

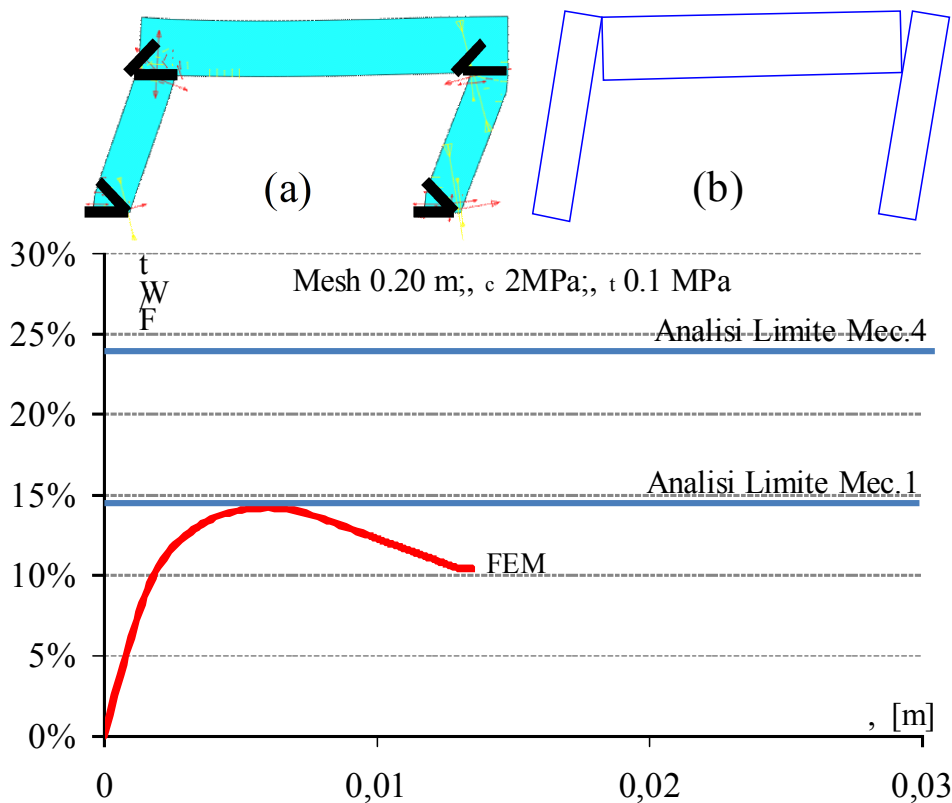


Figura 19. Tensore plastico(a); Meccanismo individuato dall'analisi limite(b); Curva forza-spostamento vs analisi limite.

4.5.1 Capacità ultima di quattro portali in muratura.

Nello spirito di quanto su riportato, si sono analizzate ulteriori geometrie, rappresentate in Figura 20. Sono stati scelti quattro casi diversi per geometria e per comportamento. Il caso 1 riporta un portale descritto dai seguenti parametri geometrici: $B/D=0.10$; $H/D=1.0$; $t/H=0.08$. Si tratta di una geometria in cui le dimensioni delle pile e quelle dello spessore della trave sono molto simili tra di loro e comunque di un portale globalmente snello.

Il caso 2, caratterizzato da $B/D=0.20$, $H/D=1.5$ un t/H pari 0.3, è indicativo di un portale globalmente snello ma con una dimensione in termini di spessore della trave abbastanza elevato, con un'altezza anche maggiore rispetto al caso 1.

Il terzo caso ci riporta nella casistica di portali tozzi con rapporti $B/D=0.30$; $H/D=1.5$ e $t/H=0.4$, mentre il quarto caso raffigura un portale molto vicino alla schematizzazione di parete piena, presentando una percentuale di apertura rispetto al percentuali dei pieni particolarmente bassa ($B/D=0.40$; $H/D=2.0$; $t/H=0.4$.)

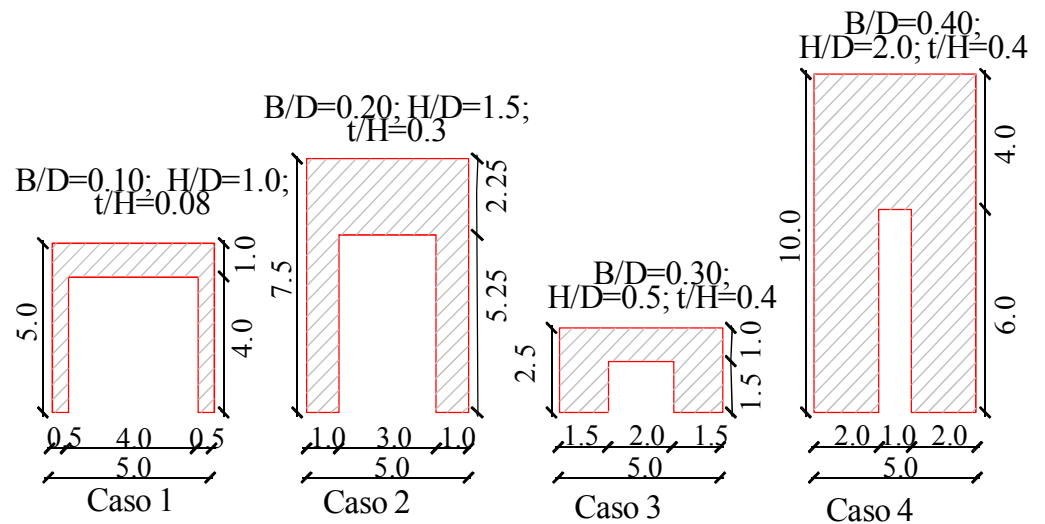


Figura 20. Geometria dei quattro casi di studio selezionati.

In Figura 21 sono riportati i risultati del caso 1. In particolare, nella Figura 21(a) si riporta il tensore delle deformazioni plastiche in corrispondenza dell'attingimento della resistenza massima. L'analisi Fem ci fornisce un

meccanismo distingue un meccanismo di piano (Meccanismo 4), al contrario, dell'analisi limite per la quale il meccanismo a cui è associato il più piccolo valore di moltiplicatore di collasso è il meccanismo di trave o anche Meccanismo I (Figura 21(b)).

I valori dei moltiplicatori sono all'incirca coincidenti, come si evince dalla Figura 21(c), ma se riportiamo anche il valore di λ calcolato rispetto al meccanismo 4, che appare quello relativo all'analisi FEM, si nota la grossa discordanza in termini di valori. Il moltiplicatore di collasso è pari al 6% nel primo caso 9% nel secondo.

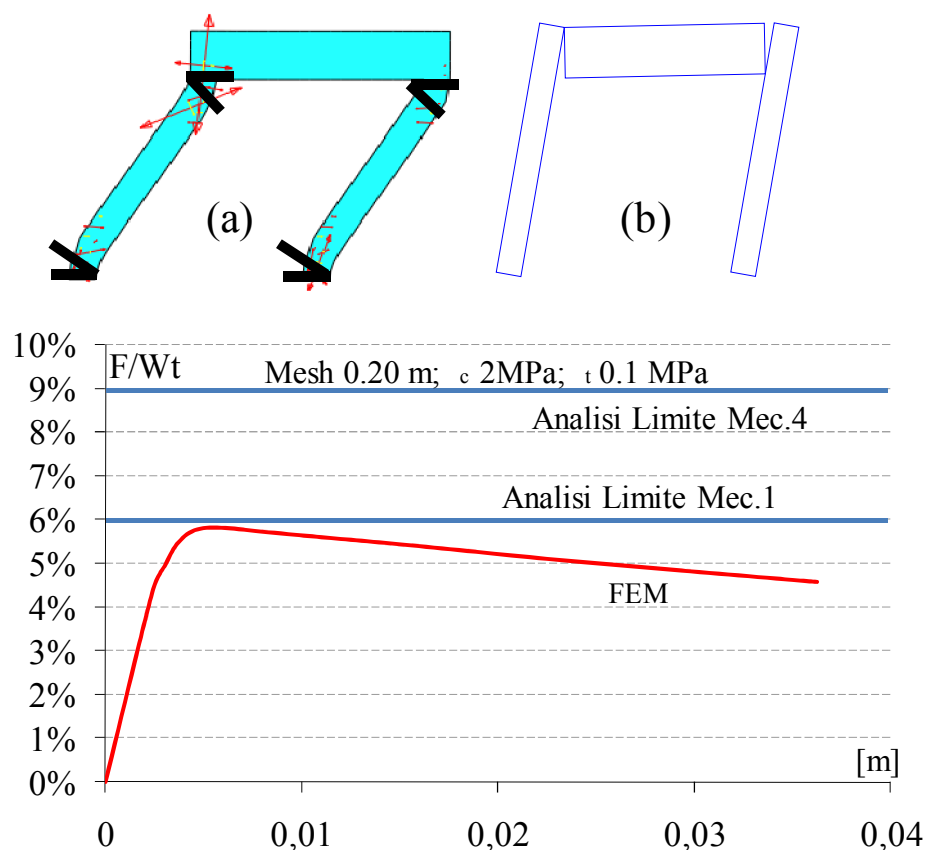


Figura 21. Caso 1: Tensore delle deformazioni plastiche (a); meccanismo di collasso individuate dall'analisi limite (b); curva forza-spostamento vs analisi limite e formula semplificata.

La curva mostra un abbattimento immediato della rigidezza fino al raggiungimento di uno spostamento pari a 0.04 m.

Il confronto per il caso 2 è riportata in Figura 22.

Il portale in Figura è stato analizzato mediante le due tipologie di analisi, e i due meccanismi di collasso evidenziati dai due approcci risultano essere sensibilmente differenti.

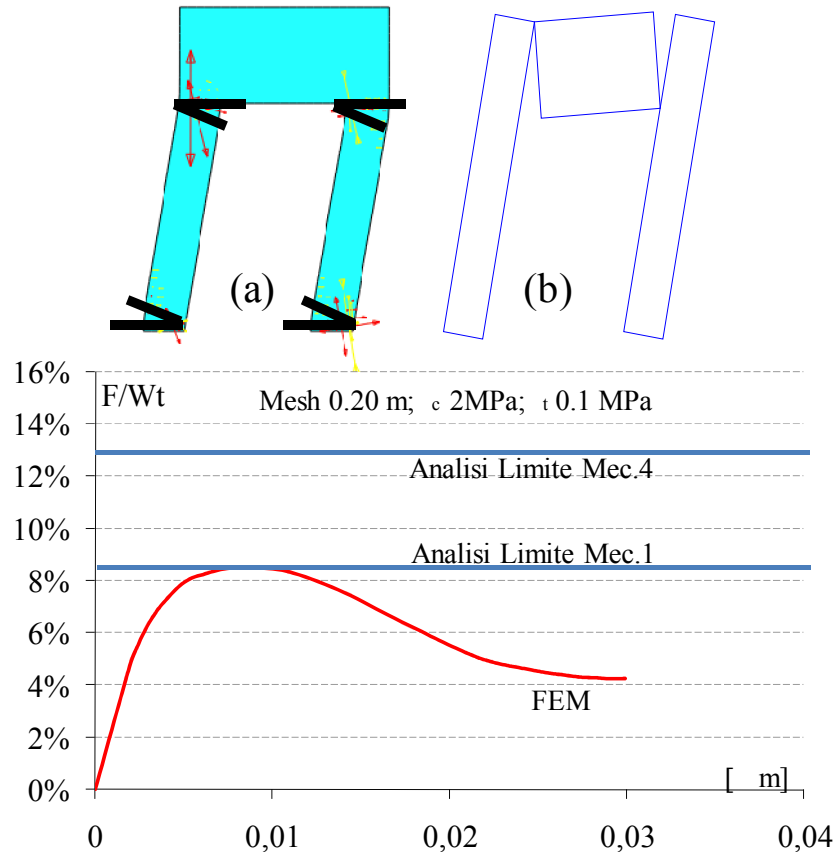


Figura 22. Caso 2: Tensore delle deformazioni plastiche (a); meccanismo di collasso individuate dall'analisi limite (b); curva forza-spostamento vs analisi limite e formula semplificata.

L'analisi FEM ci indica come meccanismo di collasso prevalente quello di piano, con formazione di cerniere all'attacco tra la trave e le colonne, mentre l'analisi limite ci indica che il meccanismo di collasso prevalente

per questa geometria associata al più piccolo moltiplicatore di collasso è quella Meccanismo 1 come si deduce dal confronto tra la Figura 22(a) con la Figura 22(b). Per quanto riguarda il valore della capacità ultima, il moltiplicatore dell'analisi non lineare è pari al 8.5%, così come per l'analisi limite che ci fornisce un valore pari a 8.4%, mentre il moltiplicatore relativo all'effettivo meccanismo è molto più alto e paria al 13%.

Per i due casi di studio analizzati, lo spessore della trave è più grande dello spessore delle pile, e per questa ragione il più probabile meccanismo reale, anche da un punto di vista fisico, è quello di tipo 4, evidenziato dall'analisi FEM.

In Figura 23 è riportata l'analisi condotta sulla geometria del Caso 3. Ancora una volta i meccanismi sono diversi; infatti, l'analisi limite ci fornisce il più piccolo moltiplicatore di collasso relativamente al Meccanismo 3, mentre l'analisi FEM evidenzia un meccanismo di tipo 1, come mostrato in Figura 23(a) e (b).

Per questo portale, nell'analisi FEM, dove la rottura è connessa al raggiungimento del massimo valore della tensione di trazione alla base delle pile, il moltiplicatore di collasso risulta essere sensibilmente differente. L'analisi limite ci fornisce il valore di moltiplicatore pari al 67%, mentre l'analisi FEM restituisce un valore del 50%, con un valore nettamente anche più elevato rispetto ai casi di studio precedenti. Questa condizione si spiega osservando la geometria del portale. Infatti per la classe dei portali tozzi, nel considerare la capacità alla resistenza di azioni orizzontali, non si può prescindere dal considerare che interviene certamente anche la resistenza a taglio, che in geometrie come queste è fortemente condizionante. Il tensore plastico relativo al meccanismo dell'analisi non lineare infatti mostra plasticizzazioni meno diffuse negli elementi principali.

L'ultimo caso viene illustrato in Figura 24(a) e (b). Il portale in questione presenta una morfologia molto simile a quella di una parete piena che indurrebbe a pensare che il meccanismo prevalente sia quello a ribaltamento con un moltiplicatore di collasso calcolato in via semplificata con l'espressione

$$F/W=B/2h$$

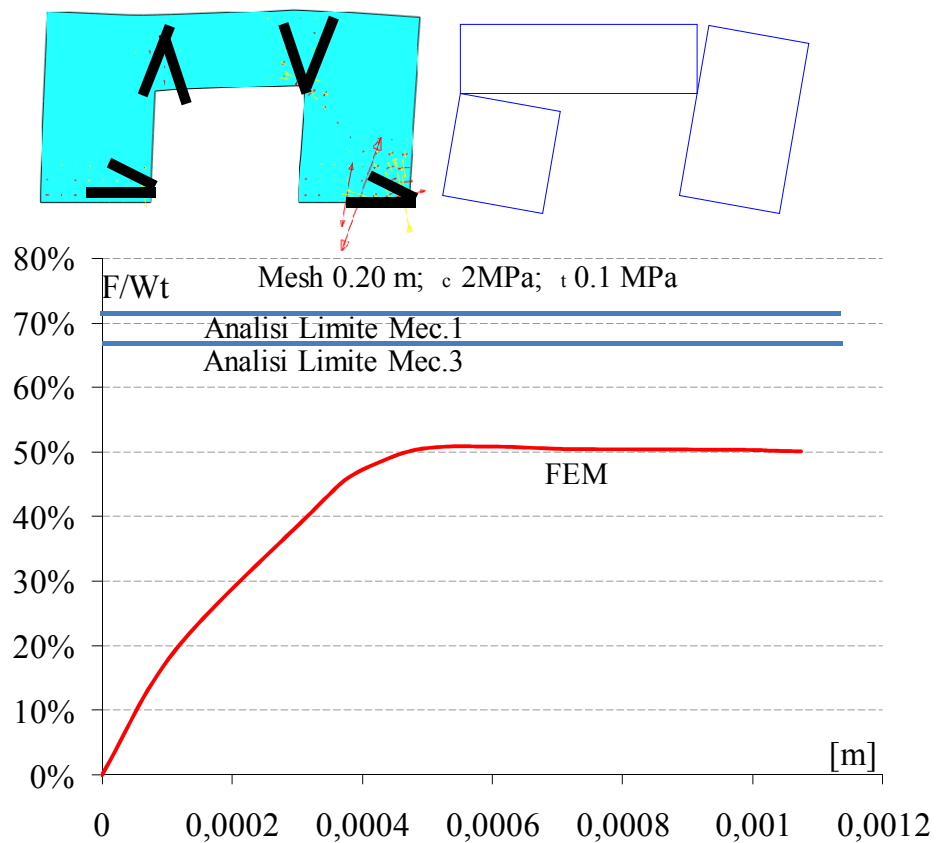


Figura 23. Caso 3: Tensore delle deformazioni plastiche (a); meccanismo di collasso individuate dall'analisi limite (b); curva forza-spostamento vs analisi limite e formula semplificata.

Infatti, il Meccanismo evidenziato dall'analisi FEM, Figura 24(a), è molto vicino al meccanismo di ribaltamento della parete, dovuto in maniera preponderante all'esiguo rapporto tra l'area piena e l'area dei vuoti.

Si nota, inoltre, anche la differenza tra i moltiplicatori di collasso dei due approcci: 12% per l'analisi FEM contro un 23% dell'analisi limite. In quest'ultimo caso, ci troviamo nella classe di portali in cui il meccanismo

prevalente per l'analisi limite è un meccanismo di tipo misto o di tipo 3. Si riporta anche la linea relativa al calcolo del moltiplicatore calcolato con la formula semplificata per la parete piena, che risulta essere pari al 25% del peso totale.

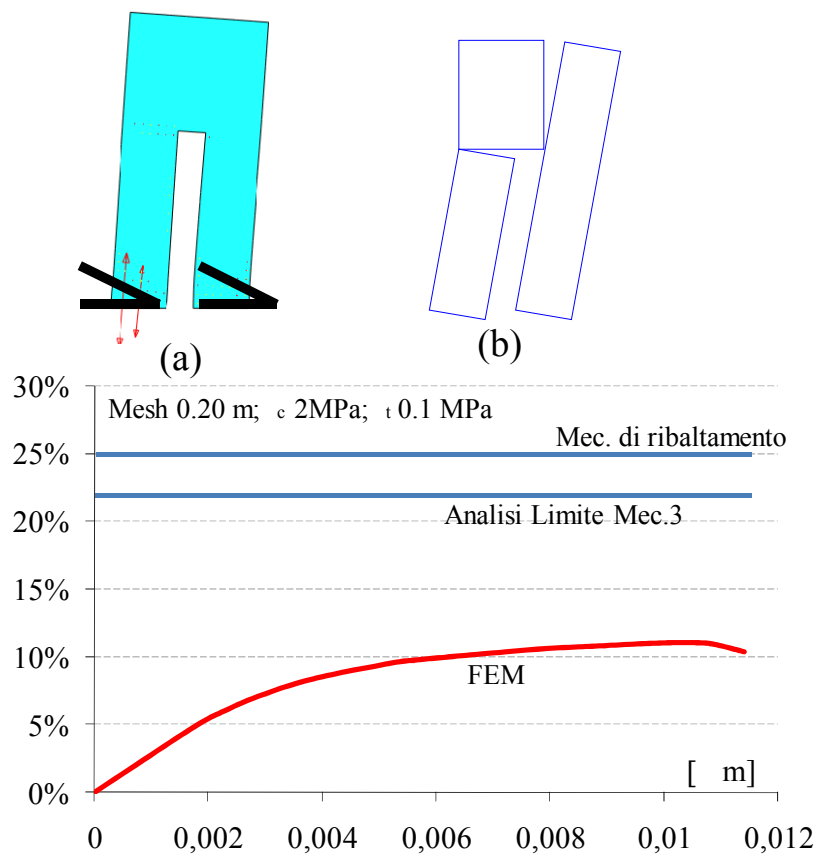


Figura 24. Caso 4: Tensore delle deformazioni plastiche (a); meccanismo di collasso individuate dall'analisi limite (b); curva forza-spostamento vs analisi limite e formula semplificata.

Con l'intento di confermare le differenze e le analogie tra i due diversi metodi di valutare la capacità orizzontale di portali in muratura, sono stati analizzati tutti i portali dell'abaco descritto nel capitolo II.

4.5.2 *Analisi di tutti i portali dell'abaco.*

Nel capitolo II abbiamo valutato e attentamente osservato l'andamento e le differenze tra i moltiplicatori di collasso dell'abaco delle geometrie dei portali. In particolare si è condotta un'analisi parametrica che ci ha permesso di ottenere 80 casi di studio di portali in muratura. Gli stessi portali sono stati analizzati ora mediante lo strumento degli elementi finiti al fine di ottenere un riscontro tra le due metodologie e al fine di mettere in luce le differenze che esistono tra i due. E' stato necessario al fine di avere un immediato riscontro nella lettura dei risultati, numerare i portali come si legge dalla Figura 25.

Le analisi sono state condotte tutte con riferimento ai parametri desunti dalla analisi di sensibilità, ossia tenendo conto di una resistenza a compressione pari a 20 Kg/Cmq e una resistenza a trazione pari a 1Kg/cmq. In Figura 26 sono riportate le tabelle che contengono i valori numerici dei moltiplicatori di collasso relativi a tutti e quattro i possibili meccanismi attivabili. Sappiamo, infatti che solo il più piccolo è l'effettivo moltiplicatore di collasso. Nella tabella sono stati evidenziati i valori relativi ai moltiplicatori più bassi. Nell'ultima colonna delle tabelle si legge poi il moltiplicatore ottenuto con l'analisi FEM, per avere un immediata lettura del confronto tra i moltiplicatori.

In Figura 27, si riportano dei diagrammi di confronto evidenziando l'andamento del moltiplicatore di collasso calcolato con le due metodologie per i portali con $B/D = 0.10$ al variare di H/D e di t/H .

Osservando le linee di tendenza dei moltiplicatori, si nota come in genere l'analisi FEM per queste geometrie dia sempre valori di capacità nettamente superiori rispetto a quelli indicati dall'analisi limite, seppur l'andamento del moltiplicatore sia pressochè lo stesso. Nei diagrammi mancano alcuni valori relativi a rapporti $B/D = 0.10$ e per $H/D = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ e per t/H pari a 0.10.

Questo avviene perché le analisi si arrestano per collasso del portale per solo carico verticale e quindi non è possibile ottenere la percentuale di portanza

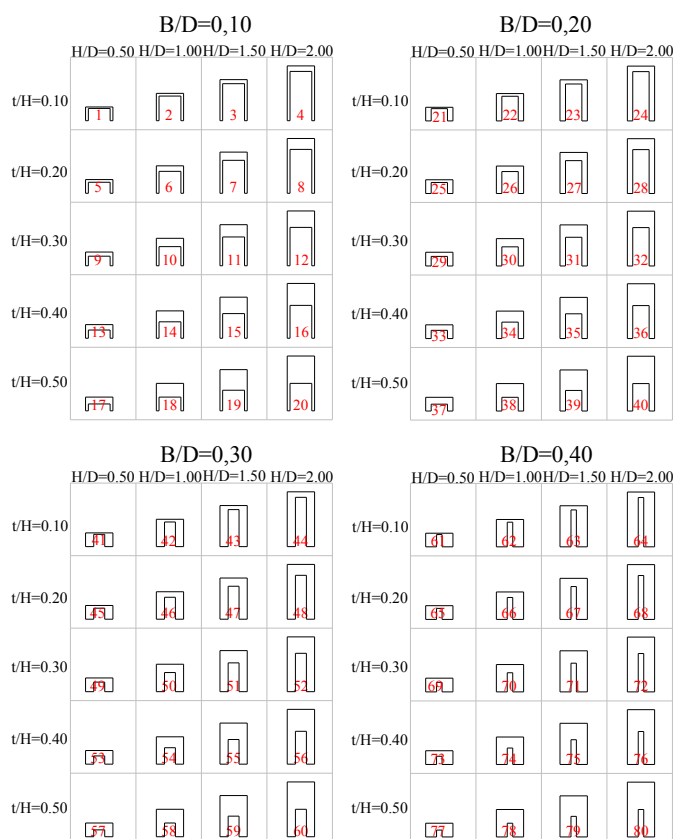


Figura 25. Abaco con numerazione delle geometrie analizzate.

rispetto al peso proprio. In Figura 28, i valori vengono confrontati anche con un istogramma in cui vengono raccolti i valori dei moltiplicatori. Si aggiunge nell'istogramma una barra in più relativa al valore del moltiplicatore corrispondente al meccanismo individuato da Abaqus e calcolato con l'analisi limite, laddove esiste questa differenza.. Si nota come i valori dei moltiplicatori si avvicinino a quelli della FEM soprattutto per il caso dei portali con geometrie più snelle. Infatti, cosa che verrà confermata anche

		PORTALE	λ (Mecc. 1)	λ (Mecc. 2)	λ (Mecc. 3)	λ (Mecc. 4)	Mecc. Prev.	λ
B/D=0.10	1		10,8%	11,3%	14,6%	15,0%	1	11%
	2		5,4%	5,6%	7,0%	7,5%	1	5%
	3		3,5%	3,7%	4,8%	5,0%	1	3%
	4		2,7%	2,8%	3,7%	3,8%	1	3%
	5		12,0%	12,9%	18,7%	19,4%	1	12%
	6		6,0%	6,4%	9,0%	9,7%	1	6%
	7		4,0%	4,3%	6,2%	6,5%	1	4%
	8		3,0%	3,2%	4,6%	4,8%	1	3%
	9		13,9%	15,0%	23,0%	28,2%	1	14%
	10		6,9%	7,5%	11,5%	12,0%	1	7%
	11		4,6%	5,0%	7,6%	8,0%	1	5%
	12		3,5%	3,7%	5,7%	6,0%	1	3%
	13		16,6%	18,0%	28,2%	29,4%	1	17%
	14		8,3%	9,0%	14,0%	14,7%	1	8%
	15		5,5%	6,0%	9,4%	9,8%	1	6%
	16		4,1%	4,5%	7,0%	7,4%	1	4%
	17		20,7%	22,8%	35,0%	36,6%	1	21%
	18		10,3%	11,4%	17,5%	18,3%	1	10%
	19		6,9%	7,6%	11,6%	12,2%	1	7%
	20		5,2%	5,7%	8,7%	9,1%	1	5%
		PORTALE	λ (Mecc. 1)	λ (Mecc. 2)	λ (Mecc. 3)	λ (Mecc. 4)	Mecc. Prev.	λ
B/D=0.20	21		21,7%	23,0%	26,0%	27,0%	1	22%
	22		10,8%	11,5%	13,0%	13,5%	1	11%
	23		7,2%	7,7%	8,6%	9,0%	1	7%
	24		5,4%	5,7%	6,5%	6,7%	1	5%
	25		24,5%	27,3%	32,6%	34,7%	1	24%
	26		12,2%	13,6%	16,3%	17,3%	1	12%
	27		8,1%	9,0%	10,8%	11,5%	1	8%
	28		6,1%	6,8%	8,1%	8,6%	1	6%
	29		28,0%	33,3%	40,3%	43,3%	1	28%
	30		14,3%	16,7%	20,2%	21,7%	1	14%
	31		9,5%	11,1%	13,4%	14,4%	1	9%
	32		7,1%	8,3%	10,0%	10,8%	1	7%
	33		35,0%	42,8%	50,0%	54,2%	1	35%
	34		17,8%	21,4%	25,0%	27,0%	1	18%
	35		11,9%	14,2%	16,6%	18,0%	1	12%
	36		8,9%	10,7%	12,5%	13,5%	1	9%
	37		48,5%	60,0%	62,8%	68,5%	1	48%
	38		24,2%	30,0%	31,4%	34,2%	1	24%
	39		16,1%	20,0%	20,9%	22,8%	1	16%
	40		12,0%	15,0%	15,7%	17,1%	1	12%

PORTALE		λ (Mecc. 1)	λ (Mecc. 2)	λ (Mecc. 3)	λ (Mecc. 4)	Mecc. Prev.	λ
B/D=0.40	61	48,7%	57,1%	47,5%	49,8%	3	47%
	62	24,0%	28,0%	23,0%	25,0%	3	23%
	63	16,2%	19,0%	15,8%	16,6%	3	16%
	64	12,0%	14,0%	11,9%	12,5%	3	12%
	65	71,4%	100,0%	57,0%	62,0%	3	57%
	66	36,0%	50,0%	28,0%	31,0%	3	28%
	67	23,8%	33,3%	19,0%	20,6%	3	19%
	68	17,8%	25,0%	14,2%	15,4%	3	14%
	69	232,0%	400,0%	69,0%	77,0%	3	69%
	70	116,0%	200,0%	34,0%	38,0%	3	34%
	71	77,0%	133,0%	23,0%	26,0%	3	23%
	72	58,0%	100,0%	17,2%	19,2%	3	17%
	73	-	-	85,0%	97,0%	3	85%
	74	-	-	42,0%	48,0%	3	42%
	75	-	-	28,0%	32,0%	3	28%
	76	-	-	21,0%	24,0%	3	21%
B/D=0.30	77	-	-	106,0%	124,0%	3	106%
	78	-	-	53,0%	62,0%	3	53%
	79	-	-	35,0%	41,0%	3	35%
	80	-	-	27,0%	31,0%	3	26%
PORTALE		λ (Mecc. 1)	λ (Mecc. 2)	λ (Mecc. 3)	λ (Mecc. 4)	Mecc. Prev.	λ
B/D=0.30	41	33,3%	36,3%	36,9%	38,5%	1	33%
	42	17,0%	18,0%	18,5%	19,3%	1	17%
	43	11,1%	12,1%	12,3%	12,8%	1	11%
	44	8,3%	9,0%	9,2%	9,6%	1	8%
	45	39,0%	46,2%	45,2%	48,5%	1	39%
	46	19,5%	23,0%	22,6%	24,0%	1	19%
	47	13,0%	15,3%	15,0%	16,1%	1	13%
	48	9,5%	11,5%	11,3%	12,1%	1	9%
	49	49,3%	63,2%	55,3%	60,7%	1	49%
	50	24,0%	31,5%	27,6%	30,3%	1	24%
	51	16,4%	21,0%	18,4%	20,2%	1	16%
	52	12,3%	15,7%	13,8%	15,7%	1	12%
	53	72,3%	100,0%	68,4%	76,3%	3	68%
	54	36,2%	50,0%	34,0%	38,0%	3	34%
	55	24,1%	33,3%	22,8%	25,4%	3	23%
	56	16,3%	25,0%	17,0%	19,0%	3	17%
	57	161,0%	240,0%	86,2%	97,5%	3	86%
	58	81,0%	120,0%	43,0%	49,0%	3	43%
	59	53,7%	80,0%	28,7%	32,5%	3	29%
	60	40,5%	60,0%	21,5%	24,4%	3	21%

Figura 26: Confronto tra i moltiplicatori ottenuti dai quattro meccanismi dell'analisi limite e quelli ottenuti con Abaqus.

dagli istogrammi successivi, si ha una maggiore rispondenza dei moltiplicatori per geometrie più snelle cioè relative a rapporti H/D 1.5 e 2.0. In Figura 28, si riporta la porzione di abaco corrispondente ai casi analizzati con indicazione della corrispondenza rispetto ai meccanismi tra le due metodologie. In particolare la faccia indica la non corrispondenza tra i

meccanismi. Se l'analisi FeM per queste geometria individua un meccanismo di piano ossia il IV meccanismo, l'analisi limite indica che il collasso avviene per un meccanismo di trave ossia per il primo meccanismo.

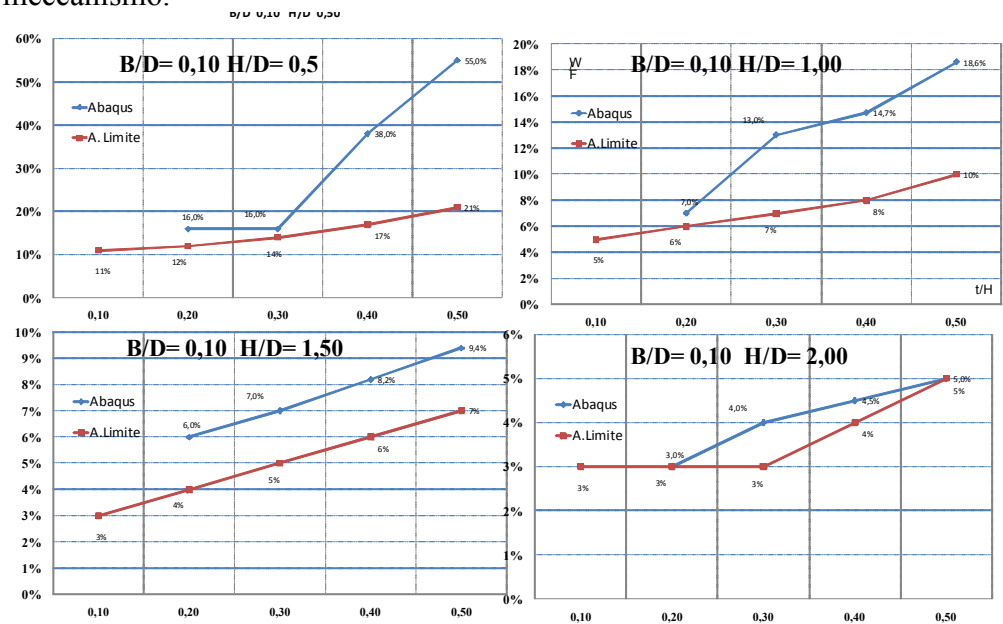


Figura 27. Andamento del moltiplicatore di collasso per i valori di Abaqus e dell'Analisi limite per B/D 0.10.

In Figura 29, si riportano i dati relativi alla seconda porzione di geometrie riportate nell'abaco, ossia per geometrie con B/D 0.20. Ancora una volta i moltiplicatori ottenuti con l'analisi non lineare sono sensibilmente più alti per la prima porzione di geometrie, quelle cioè relative a H/D 0.5 e H/D 1.0, mentre tendono a coincidere per geometrie relative a H/D 1.5 e H/D 2.0.

La portanza dei portali in genere al si sotto del 20% per la maggior parte; dall'osservazione dei meccanismi stavolta si può vedere come ci sia una certa coincidenza dei meccanismi per la metà dei portali, soprattutto nelle fsce relative a H/D 0.5 e H/D 1.0, mentre risultano differenti per gli altri due valori di H/D, come si evince in Figura 30.

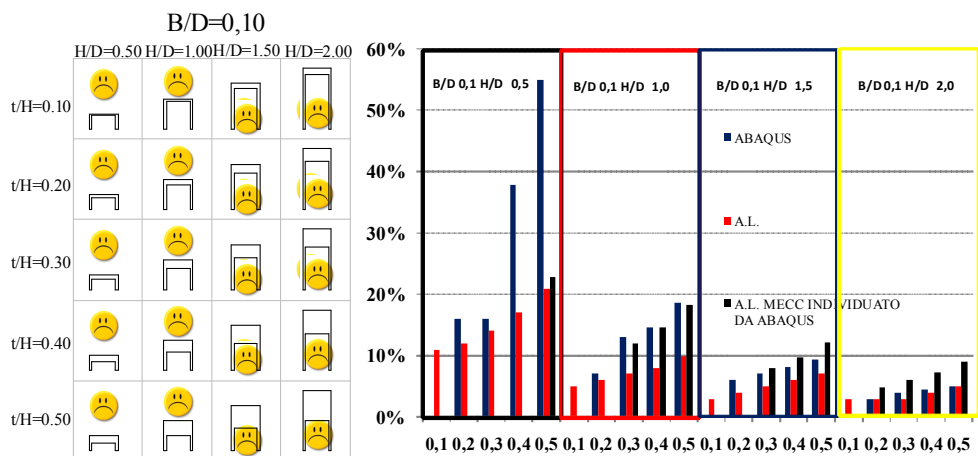


Figura 28. Confronto tra i meccanismi e i valori dei moltiplicatori per $B/D=0.10$.

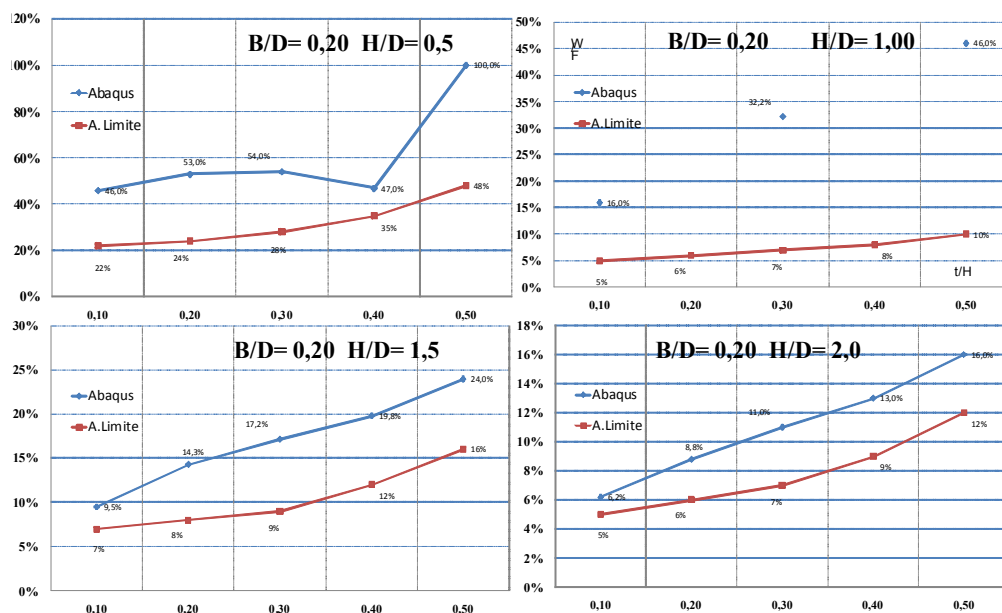


Figura 29. Andamento del moltiplicatore di collasso per i valori di Abaqus e dell'Analisi limite per $B/D 0.20$.

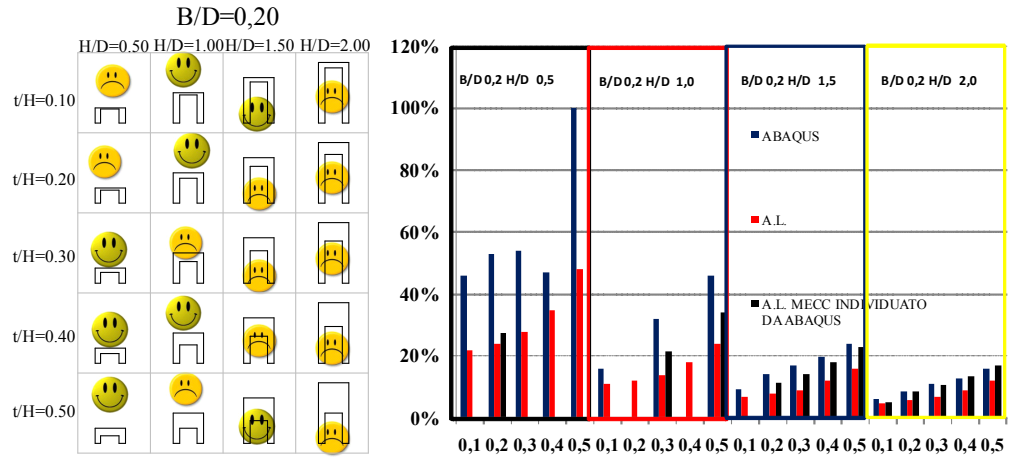


Figura 30. Confronto tra i meccanismi e i valori dei moltiplicatori per $B/D=0.10$.

In Figura 31, si riportano i risultati per la casistica di portali relativa al rapporto B/D 0.30. Si nota come i risultati siano tra i tre macrogruppi di portali molto simili, ossia ancora una volta la maggiore rispondenza si trova per i portali con snellezze maggiori ossia con rapporti H/D 1.5 e H/D 2.0.

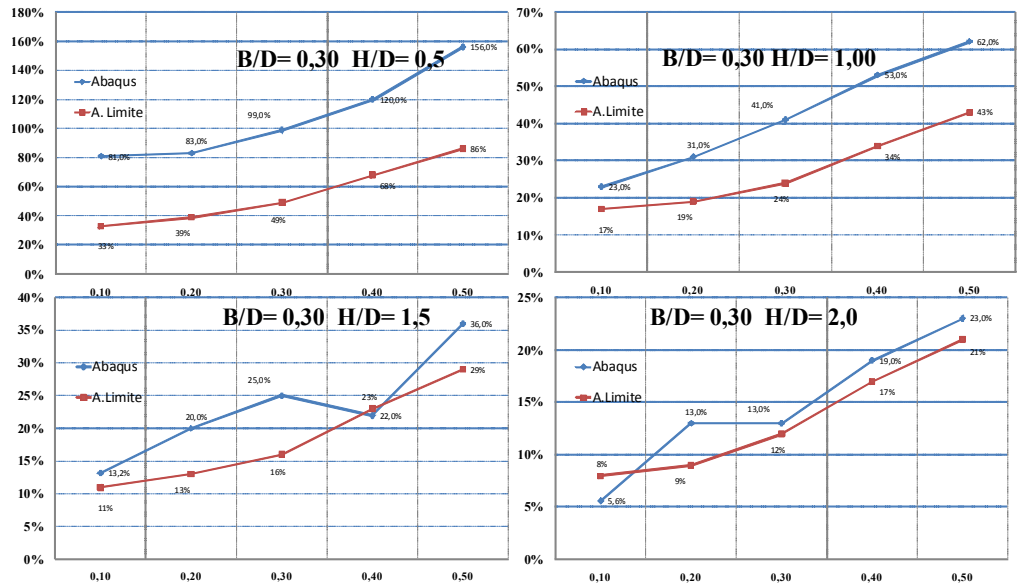


Figura 31. Andamento del moltiplicatore di collasso per i valori di Abaqus e dell'Analisi limite per valori B/D 0.30.

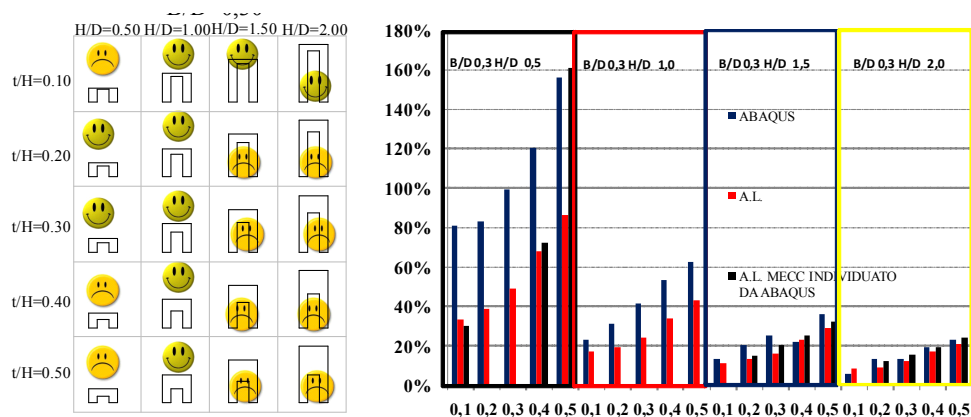


Figura 32. Confronto tra i meccanismi e i valori dei moltiplicatori per $B/D=0.30$.

Ancora una volta i meccanismi risultano corrispondenti solo per una porzione dell'abaco, in particolare per le prime due fasce. Ricordiamo che in questa zona dell'abaco si ha il passaggio tra il meccanismo di rottura di primo tipo a quello del terzo tipo. Gli ultimi risultati sono riassunti in Figura 33 e 34.

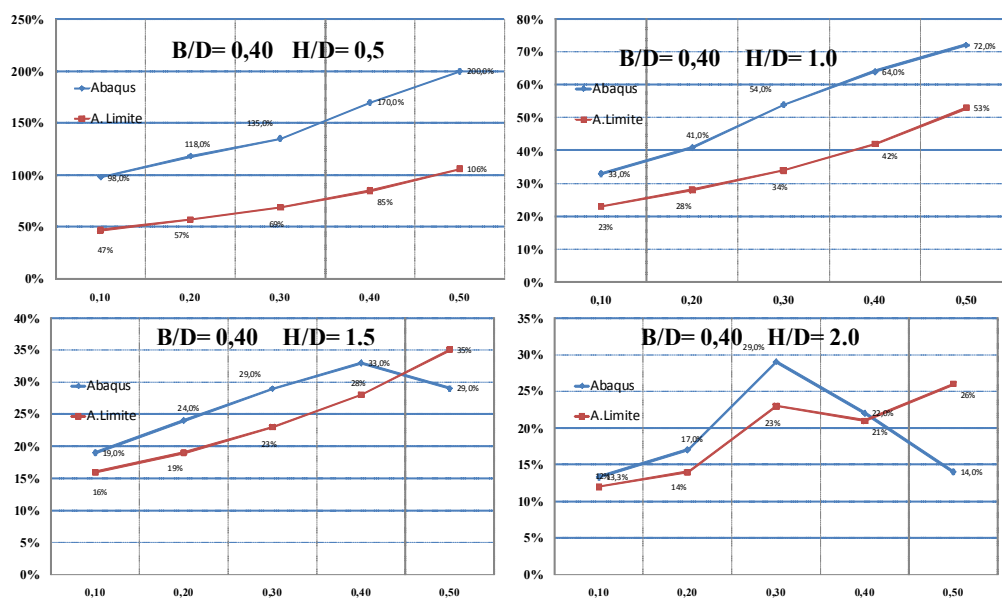


Figura 33. Andamento del moltiplicatore di collasso per i valori di Abaqus e dell'Analisi limite per valori B/D 0.40.

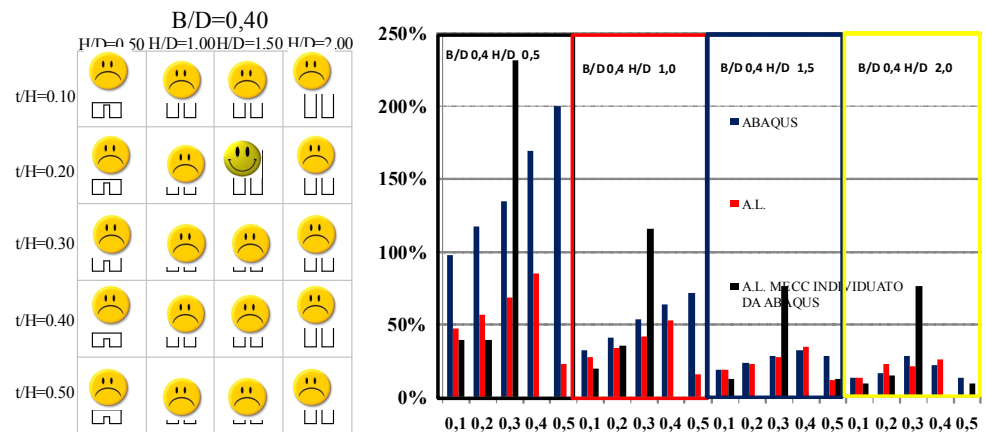


Figura 34. Confronto tra i meccanismi e i valori dei moltiplicatori per $B/D=0.40$.

Dall'osservazione dei risultati generali, qui raffigurati per la sola classe B/D 0.20, si evince che nella maggior parte dei casi i meccanismi evidenziati dall'analisi FEM risultano differenti da quelli determinati attraverso l'analisi limite, per le ragioni precedentemente descritti. I moltiplicatori di collasso determinati via FEM dell'analisi non lineare, inoltre, risultano sensibilmente superiori a quelli dell'analisi limite per la fascia di geometrie relative al valore H/D 0.50, cioè per le geometrie con altezze relative più basse.

Facciamo ancora qualche osservazione: ciascun istogramma riporta una diversa fetta di abaco. Il primo è relativo al rapporto B/D 0.1, fissando di volta in volta H/D e variando il t/H . Per queste geometrie si evidenzia che i valori dei moltiplicatori relativi all'analisi non lineare sono molto alti per H/D 0.1, mostrando grosse differenze con i valori dell'analisi limite. I due valori invece sono molto più simili per i valori H/D pari a 1.0, 1.5, 2.0 per i quali i moltiplicatori di collasso hanno valori molto più bassi. Per la classe dei portali relativi a B/D 0.20, i valori massimi dei moltiplicatori arrivano anche al 100% in quanto queste geometrie sono caratterizzate da un aumento dello spessore delle travi e delle pile. I moltiplicatori di collasso tendono sensibilmente ad aumentare per le classi relative ai rapporti B/D 0.3 e B/D 0.4. I portali diventano per queste categorie tozzi, intervenendo

quindi anche la resistenza a taglio del materiale. I risultati del confronto evidenziano sempre che quando le dimensioni di pile e travi tendono ad essere più simili i moltiplicatori e i meccanismi coincidono maggiormente. Per quanto riguarda i meccanismi in generale i due approcci evidenziano risultati tendenzialmente diversi; infatti, l'analisi FEM tiene in conto anche le proprietà del materiale che influenzano i risultati dell'analisi mentre i meccanismi dell'analisi limite sono relativi alla sola geometria del portale. Per completezza, si riportano le curve push-over relative ad un caso di quelli analizzati con la linea relativa al moltiplicatore di collasso calcolato con l'analisi limite. In particolare si riporta le curve relative alle geometrie B/D 0.20 come si può vedere in Figura 35. Le curve riprendono i risultati discussi in precedenza; si può osservare come le curve abbiano rami discendenti ben definiti e come quasi nessuna presenti rotture improvvise. Le analisi infatti sembrano seguire le deformazioni plastiche dei portali fino al raggiungimento della massima capacità di resistenza.

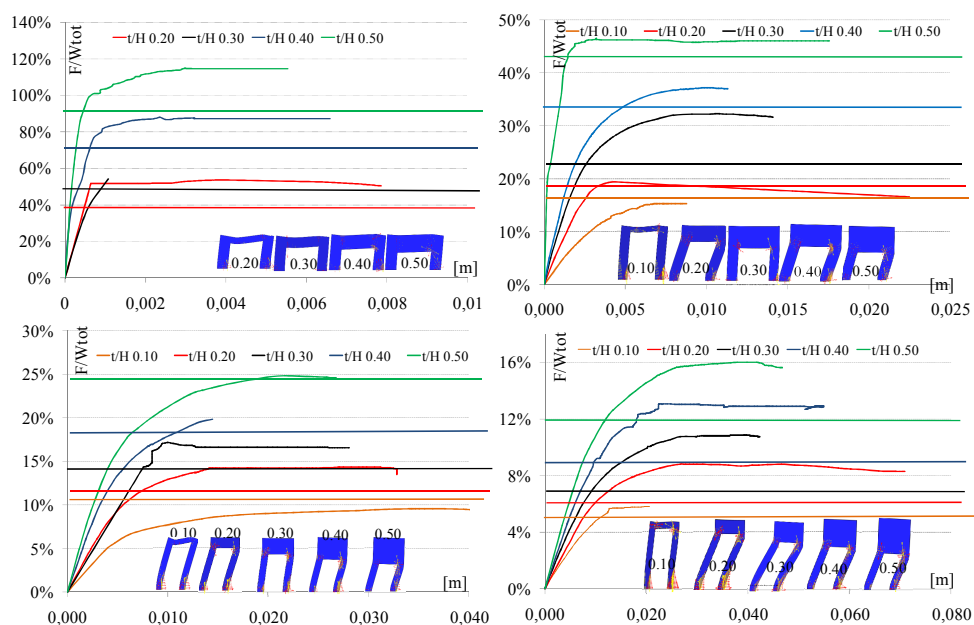


Figura 35. Curve push-over per la classe di portali B/D 0.20.

Al fine di ottenere un riscontro complessivo sui risultati ottenuti, in Figura 36 si riporta l'abaco dei portali con i moltiplicatori calcolati con l'applicazione dell'analisi non lineare.

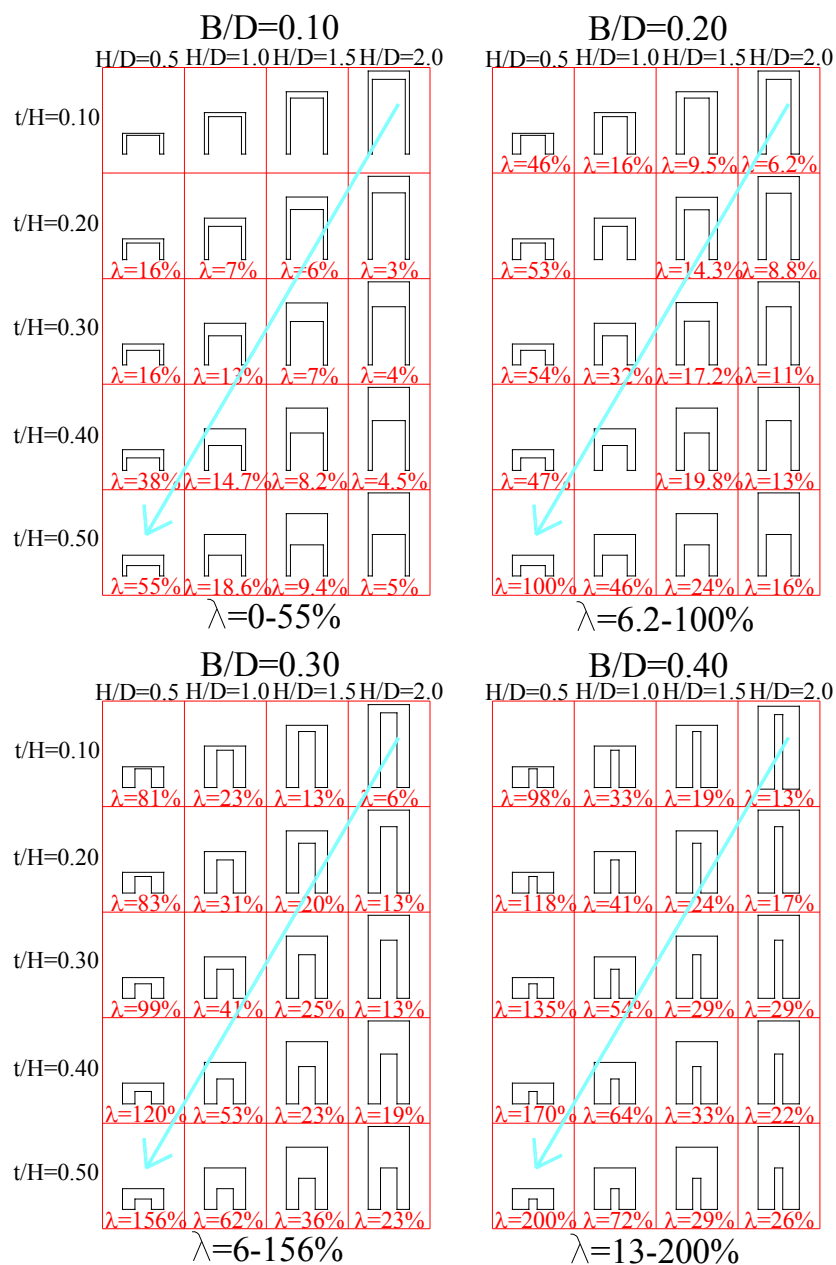


Figura 36. Abaco relativo ai moltiplicatori di collasso calcolati con ABAQUS.

4.5.3 Analisi di quattro archi.

Le stesse analisi condotte sui portali sono state condotte su quattro archi in muratura, ripresi dall'abaco descritto nel Capitolo III. In Figura 37, si riportano i quattro casi di studio analizzati. In particolare, si passa da geometrie più snelle a geometrie più tozze, con rapporti h/R variabili tra 3.0; 1.0 e 2.0 e rapporti t/R variabili tra 0.08, 0.12, 0.80.

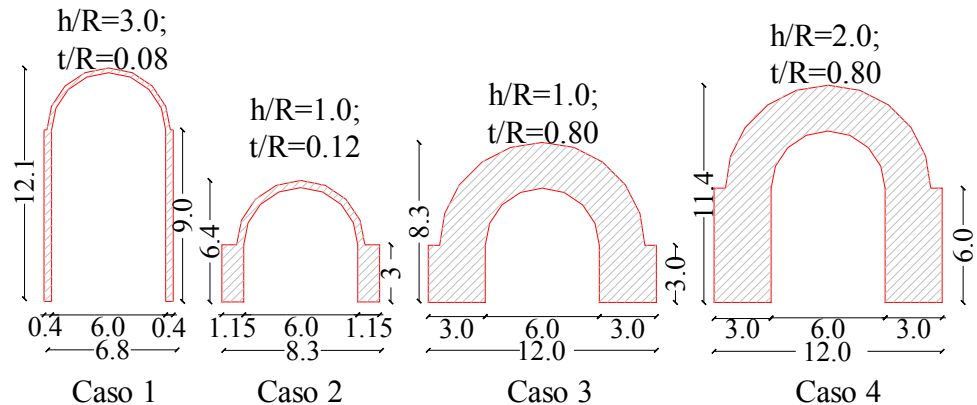


Figura 37. Curve push-over per la classe di portali B/D 0.20.

In Figura 38 si riportano i risultati delle analisi sul caso 1. Il meccanismo individuato tramite il modello a elementi finiti è molto simile a quello predetto tramite analisi limite. Tuttavia, numericamente i moltiplicatori di collasso sono sensibilmente diversi nei due casi, e ciò è dovuto al fatto che il portale molto snello ha una diversa capacità di risposta se considerato nella sua interezza o se considerato come composto da blocchi rigidi che possono ruotare tra di loro.

La Figura 39 illustra i risultati per il secondo caso, confermando la coincidenza sia dei meccanismi che dei valori dei moltiplicatori ricavati attraverso approcci così differenti. Il meccanismo è individuato dalla rotazione delle due pile e dalla formazione di cerniere lungo la luce dell'arco, posizionate in questo caso centralmente.

Nel Caso 3, in Figura 40, appartenente alla famiglia di archi tozzi, il comportamento risulta fortemente influenzato dal meccanismo a taglio, che fa aumentare anche rispetto agli altri casi i valori dei moltiplicatori di collasso. L'ultimo caso, riportato in Figura 41, rappresenta un ulteriore caso

in cui i risultati ottenuti mediante i due approcci, sia in termini di moltiplicatori di collasso che di meccanismi, sono sostanzialmente sovrapponibili.

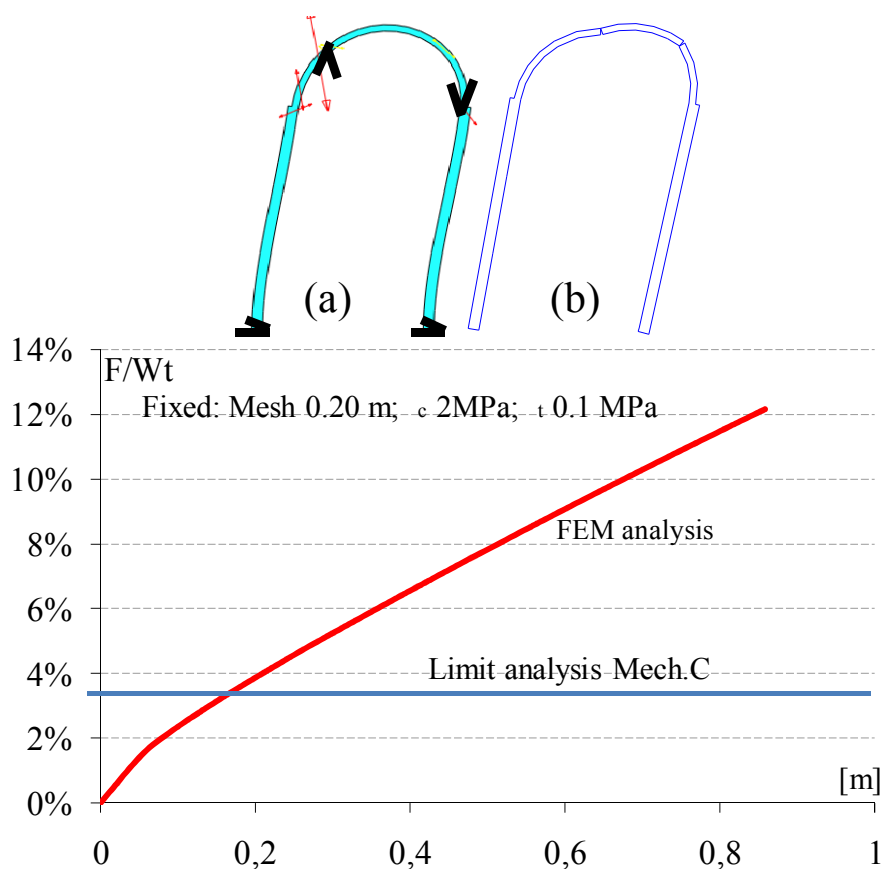


Figura 38. Caso 1: Tensore delle deformazioni plastiche (a); meccanismo di collasso individuate dall'analisi limite (b); curva forza-spostamento vs analisi limite e formula semplificata.

4.6 CONCLUSIONI

Viene valutata l'applicabilità degli elementi finiti per l'analisi non lineare di strutture in muratura attraverso diversi modelli costitutivi, confrontandone i risultati con quelli ottenibili tramite l'applicazione dei

principi dell'analisi limite. In particolare si analizza la risposta di portali in muratura attraverso un approccio a fessurazione diffusa (smeared cracking model) disponibile nel codice di calcolo ABAQUS ed un modello di danno implementato nel codice Opensees. I due modelli sono stati studiati nel dettaglio mettendo in evidenza le sostanziali differenze tra i due.

La calibrazione del modello viene effettuata attraverso una preliminare analisi di sensibilità ai principali parametri di natura topologica e meccanica, quali dimensione della mesh, variazione della resistenza a compressione, della resistenza a trazione, forma della superficie di rottura. Sulla base dei risultati su illustrati, si può osservare come i due modelli costitutivi impiegati restituiscano valori sovrapponibili della resistenza massima, mentre nel caso dell'approccio a fessurazione diffusa si registra una maggiore duttilità (qui intesa come rapporto tra lo spostamento ultimo e quello in corrispondenza della resistenza massima) ed un andamento della ramo post-critico caratterizzato da un minore softening. Per altro, la strategia di soluzione del problema non lineare implementata in Abaqus è risultata in tutti i casi molto più efficiente, con tempi di calcolo di un ordine di grandezza inferiori a quelli di Opensees.

Per questi motivi, nelle analisi, si è scelto di utilizzare soltanto Abaqus, una volta fissata la dimensione della mesh al 2% della lunghezza complessiva e i valori di σ_c e di σ_t pari rispettivamente a 2MPa e a 0.1MPa. I risultati ottenuti vengono poi confrontati con quelli derivanti dall'applicazione dei principi dell'analisi limite.

I modelli succitati sono stati utilizzati per analizzare un gran numero di casi, confrontandone i risultati con quanto ottenibile tramite l'applicazione dei principi dell'analisi limite, sia in termini di moltiplicatori di collasso che di meccanismi cinematici. Si sono riportati istogrammi di confronto tra i moltiplicatori di collasso ottenuti attraverso l'applicazione delle due metodologie. Il primo è relativo al rapporto B/D 0.1, fissando di volta in volta H/D e variando il t/H . Per queste geometrie si evidenzia che i valori dei moltiplicatori relativi all'analisi non lineare sono molto alti per H/D 0.1, mostrando grosse differenze con i valori dell'analisi limite. I due valori invece sono molto più simili per i valori H/D pari a 1.0, 1.5, 2.0 per i quali i moltiplicatori di collasso hanno valori molto più bassi. Per la classe dei portali relativi a B/D 0.20, i valori massimi dei moltiplicatori arrivano anche

al 100% in quanto queste geometrie sono caratterizzate da un aumento dello spessore delle travi e delle pile. I moltiplicatori di collasso tendono sensibilmente ad aumentare per le classi relative ai rapporti B/D 0.3 e B/D 0.4. I portali diventano per queste categorie tozzi, intervenendo quindi anche la resistenza a taglio del materiale. I risultati del confronto evidenziano sempre che quando le dimensioni di pile e travi tendono ad essere più simili i moltiplicatori e i meccanismi coincidono maggiormente. Per quanto riguarda i meccanismi in generale i due approcci evidenziano risultati tendenzialmente diversi; infatti, l'analisi FEM tiene in conto anche le proprietà del materiale che influenzano i risultati dell'analisi mentre i meccanismi dell'analisi limite sono relativi alla sola geometria del portale.

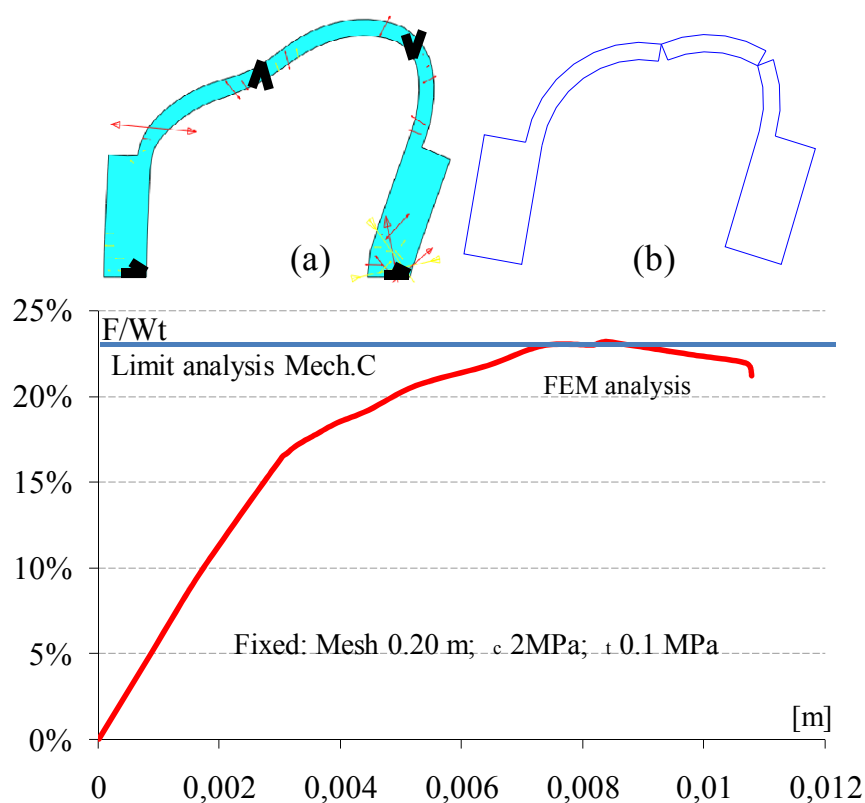


Figura 39. Caso 2: Tensore delle deformazioni plastiche (a); meccanismo di collasso individuate dall'analisi limite (b); curva forza-spostamento vs analisi limite e formula semplificata

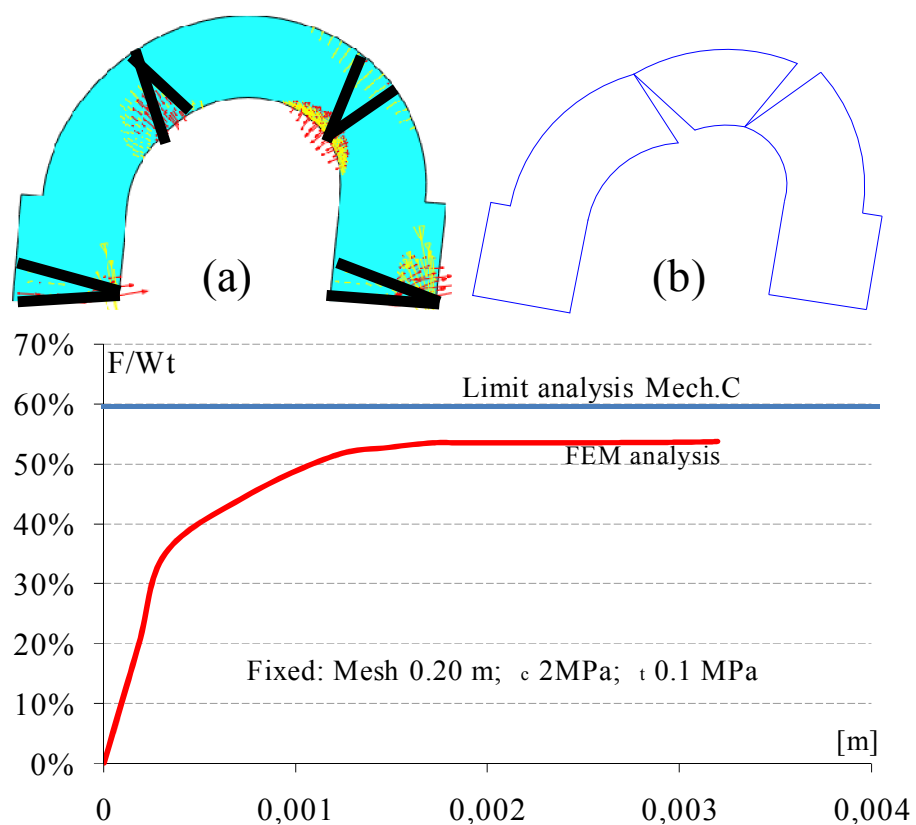


Figura40. Caso 3: Tensore delle deformazioni plastiche (a); meccanismo di collasso individuate dall'analisi limite (b); curva forza-spostamento vs analisi limite e formula semplificata.

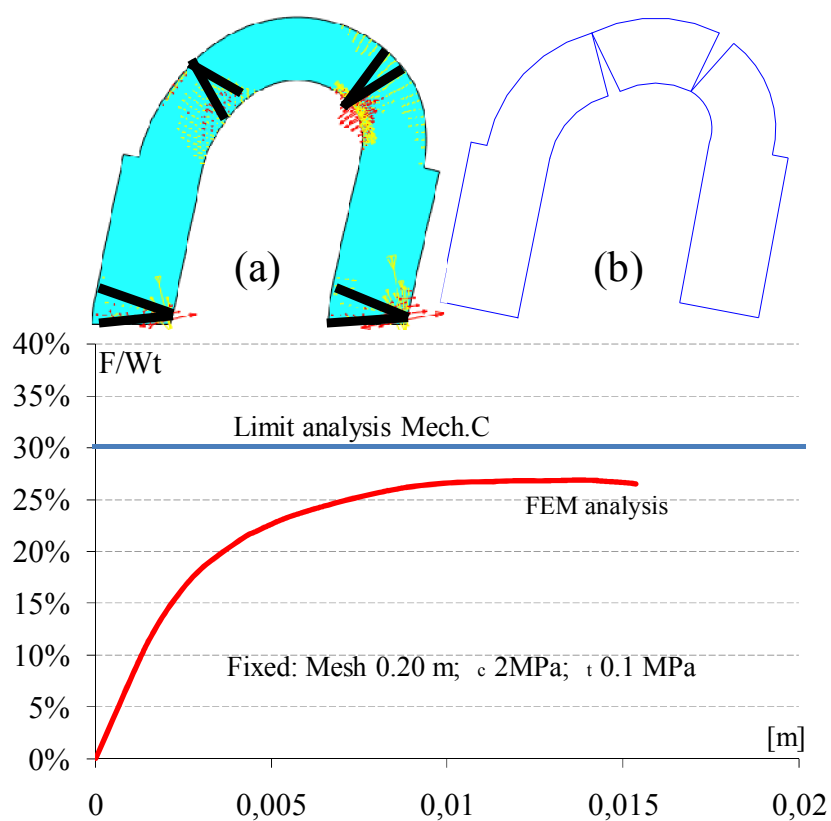


Figura41. Caso 4: Tensore delle deformazioni plastiche (a); meccanismo di collasso individuate dall'analisi limite (b); curva forza-spostamento vs analisi limite e formula semplificata.

Capitolo V

APPLICABILITA' DELLA PROCEDURA A MARGINE DEL TERREMOTO DELL'AQUILA: 5 CASI DI STUDIO

5.1 PREMESSA

Il 6 Aprile 2009, un forte terremoto ha colpito L'Aquila e la sua provincia danneggiando in maniera violentissima la città. Il gruppo di ricerca dell' Università degli studi di Napoli ha partecipato attivamente nella task-force che nei giorni immediatamente successivi al terremoto ha effettuato un attenta valutazione del danno sugli edifici, sia quelli di tipo residenziale che i manufatti a carattere monumentale.

In particolare, l'attenzione è stata posta alla valutazione del comportamento sismico e quindi del successivo danneggiamento delle chiese in muratura. Dei casi di studio analizzati, sono stati scelti in questa fase quattro chiese aquilane alle quali, dopo una sintesi del danno subito, è stata applicata la procedura a due passi descritta nel capitolo I e applicata alle dieci chiese site a Napoli. In questo capitolo viene studiato il comportamento sismico degli edifici ecclesiastici a pianta basilicale illustrati successivamente con lo scopo

di comprenderne i fattori governanti e di fornire un'interpretazione dello stato di danneggiamento verificatosi a seguito di eventi sismici.

Le analisi sono state finalizzate sia allo studio del comportamento globale che all'individuazione delle zone di maggiore vulnerabilità della struttura. In questo capitolo sono riportati sia i risultati delle analisi lineari delle chiese oggetto di studio, sia le analisi non lineare applicate ai singoli macroelementi.

5.2 06-04-09: TERREMOTO ALL'AQUILA

Il 6 aprile 2009, alle ore 3.32 del mattino, una forte scossa di terremoto con magnitudo pari a 6.3 della scala Richter , colpiva la città di L'Aquila e i suoi dintorni. Con una profondità stimata intorno agli 8 km, caratteristica dei terremoti appenninici, il sisma è stato avvertito anche a Roma e Napoli ed è stato registrato agli accelerometri e velocimetri di ISNet, la rete sismica di AMRA dislocata nell'area appenninica campano-lucana. La forte intensità del terremoto non coincide con una grossa perdita in termini di vittime. Come si evince ,infatti, dalla Tabella1, dove sono riportati i terremoti più distruttivi degli ultimi dieci anni, in altre zone del mondo tali intensità sismiche creano un numero di vittime particolarmente elevato.

LUOGO	DATA	MAGNITUDO	VITTIME
TURCHIA-Izmit	17 agosto 1999	7.4	17.000
INDIA-Gujarat	26 gennaio 2001	7.7	20.085
EL SALVADOR	13 gennaio 2001	7.7	844
AFGHANISTAN	25 marzo 2002	6.1	1.000
IRAN	26 dicembre 2003	6.6	31.000
INDONESIA	26 dicembre 2004	9.1	229.000
KASHMIR	8 ottobre 2005	7.6	75.000
INDONESIA	27 maggio 2006	6.3	6.234
PERÙ	15 agosto 2007	8	519
SICHUAN	12 maggio 2008	7.9	69.197
ITALIA – L'Aquila	6 aprile 2009	6.3	294

Tabella 1: Terremoti a confronto.

La sequenza delle scosse è cominciata con una scossa di lieve entità (magnitudo 1,8) il 14 dicembre 2008 e poi è ripresa con maggiore intensità il 16 gennaio 2009 con scosse inferiori a magnitudo 3,0 per poi protrarsi, con intensità continuamente crescente, fino all'evento principale. Vi è stata una certa confusione sul valore della magnitudo, sia per l'uso di scale di magnitudo diverse, sia per poca chiarezza nella loro presentazione. Ad esempio, una sezione del sito internet dell'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia riporta una registrazione di una magnitudo 6,2 ML, mentre in altre sezioni vi è il dato 5,8 ML. Anche l'analisi testuale del fenomeno presente sul sito istituzionale dell'INGV riporta il valore 5,8 ML). Alcuni giornali hanno riferito che l'INGV avrebbe rivisto le stime della magnitudo Richter. I dubbi sulla reale magnitudo sono in parte dovuti anche al fatto che nella confusione nei primissimi minuti dopo il sisma, in attesa di calcoli precisi, erano stati diffusi dati discordanti sulla magnitudo, che in un caso arrivava addirittura a 6,7 della scala Richter. Di seguito si riporta in Figura 1 la mappa con gli eventi sismici registrati prima del 6.04.09.

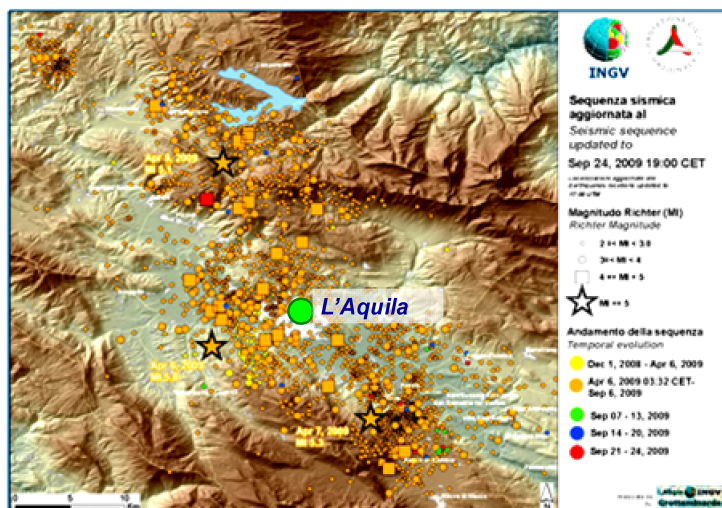


Figura 1: Sequenza sismica aggiornata a 24.09.09

Il meccanismo di rottura innescato dal terremoto è di tipo normale, con piano di rottura presumibilmente orientato a 122 gradi rispetto al nord (vedi discussione successiva sul meccanismo focale). In figura è riportata l'orientamento della faglia in corrispondenza dell'epicentro. Secondo le leggi di scala, le dimensioni della rottura sismica sono di circa 12 km in lunghezza e 9 km in larghezza; la sua posizione nella mappa è stata arbitrariamente centrata nell'epicentro. Accettando questa soluzione per la rottura, la città di L'Aquila è stata colpita con uno scuotimento superiore rispetto ad un sito equidistante dall'epicentro, ma posto dall'altra parte della faglia.

Nell'aprile 2004 l'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia ha presentato alla Commissione Grandi Rischi, Sezione Rischio Sismico, una nuova mappa di pericolosità sismica (MPSO4) elaborata secondo i criteri proposti dall'Ordinanza PCM 3274 (<http://zonesismiche.mi.ingv.it>). Nel corso del 2006 una nuova Ordinanza ha adottato la mappa di pericolosità sismica MPSO4 quale riferimento ufficiale e ha definito i criteri che le Regioni devono seguire per aggiornare le afferenze dei Comuni alle 4 zone sismiche.

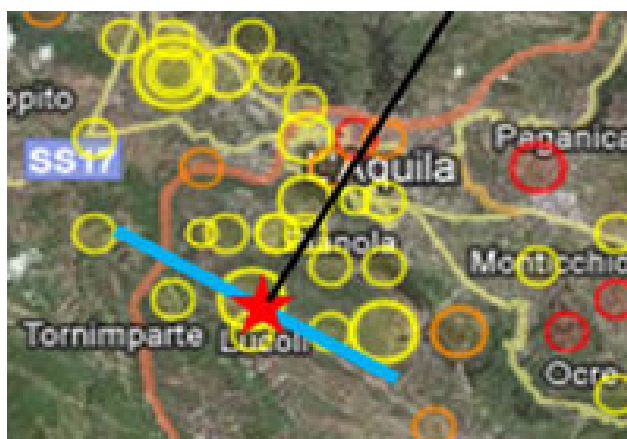


Figura 2: Posizione dell'orientamento della faglia

Tuttavia, questa Ordinanza non obbliga le Regioni a aggiornare tali differenze. Secondo la mappa MPS04, tutta la zona colpita dal terremoto del 6 aprile, compreso il Comune dell'Aquila, ricade nella fascia ad alta pericolosità sismica (Figura 3) pertanto, potrebbe essere assegnata per intero alla zona 1. La città, colpita nella sua interezza, è stata particolarmente danneggiata. Nelle foto riportate in Figura 4, si vede come l'Aquila è stata riconsegnata a noi nei giorni dopo il terremoto. Dal sito della protezione civile è stato possibile risalire alle registrazioni accelerometriche captate da quattro diverse stazioni dislocate sul territorio aquilano contraddistinte dal **codice stazione accelerometrica** e precisamente

1. **AQV** in località Valle dell'Aterno - Centro Valle
2. **AQG** in località Valle dell'Aterno - Colle Grilli
3. **AQA** in località Valle dell'Aterno - Fiume Aterno
4. **AQK** nei pressi del centro storico - Aquila Parking

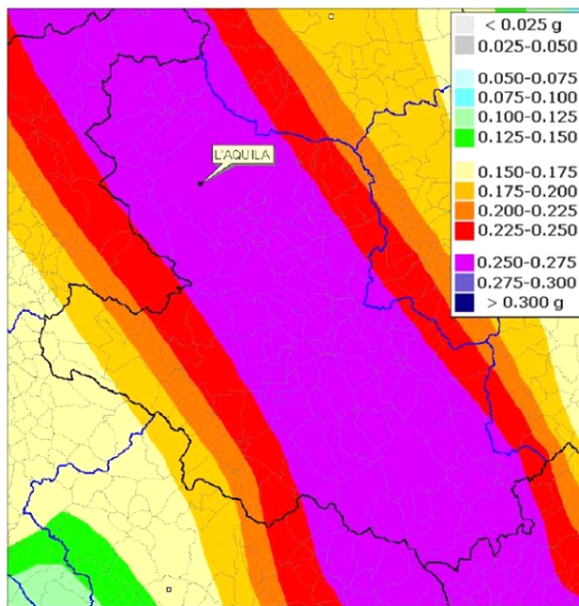


Figura 3: Mappa sismica.

Una volta note le accelerazioni, è stato possibile desumere in termini di T , periodo fondamentale espresso in secondi, e $Se(a_g)$, risposta spettrale massima in termini di accelerazione, gli spettri di risposta del terremoto, in modo da poter definire in maniera univoca le forze e le accelerazioni in gioco. In particolare nella Figura 5 e nella figura 6 si riportano gli spettri in direzione E-O e N-S. Dall'analisi del danno si è potuto riscontrare che trattandosi di un terremoto near-field, è presente anche una componente sussultoria del terremoto.



Figura 4: L'Aquila dopo il sisma del 06.04.09

In particolare, le accelerazioni dovute alla componente verticale sono molto alte, confrontabili con quelle dovute alla componente orizzontale come si evince dallo spettro riportato in Figura 7, il che ovviamente ci spinge a tener conto anche di questa componente nell'analisi globale.

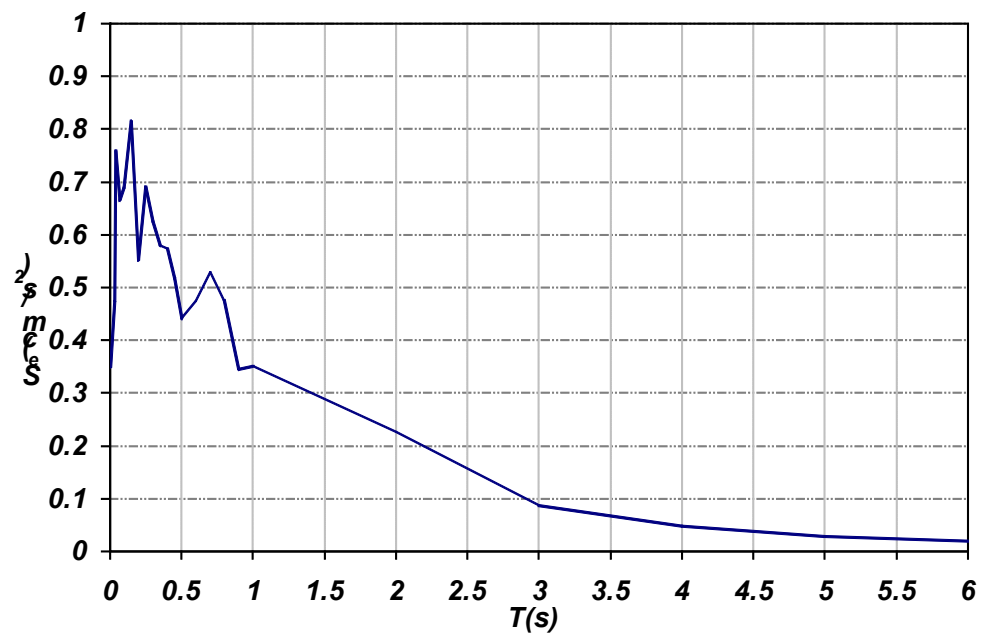


Figura 5: Spettro di risposta componente N-S

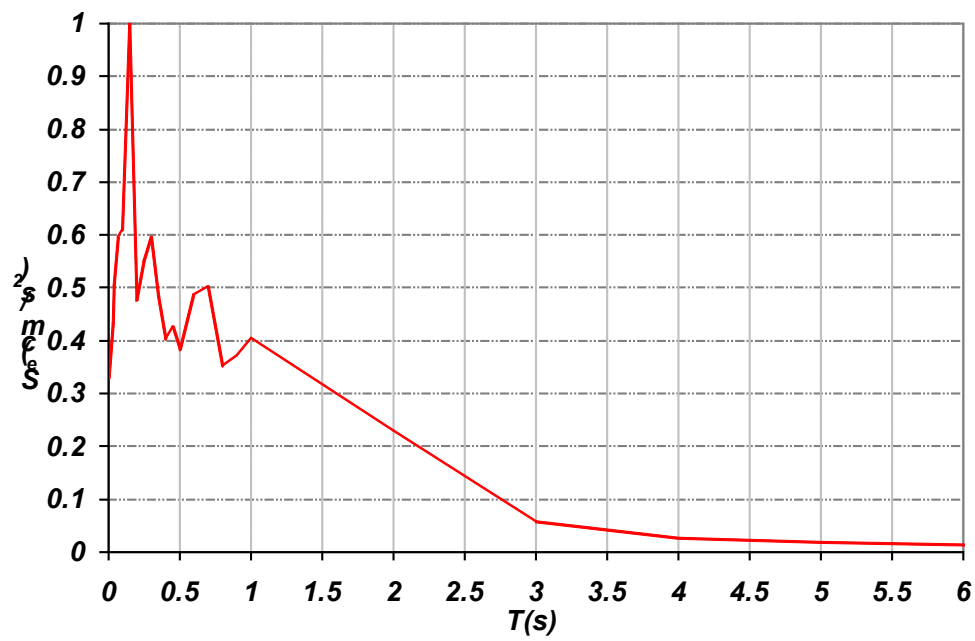


Figura 6: Spettro di risposta componente E-O

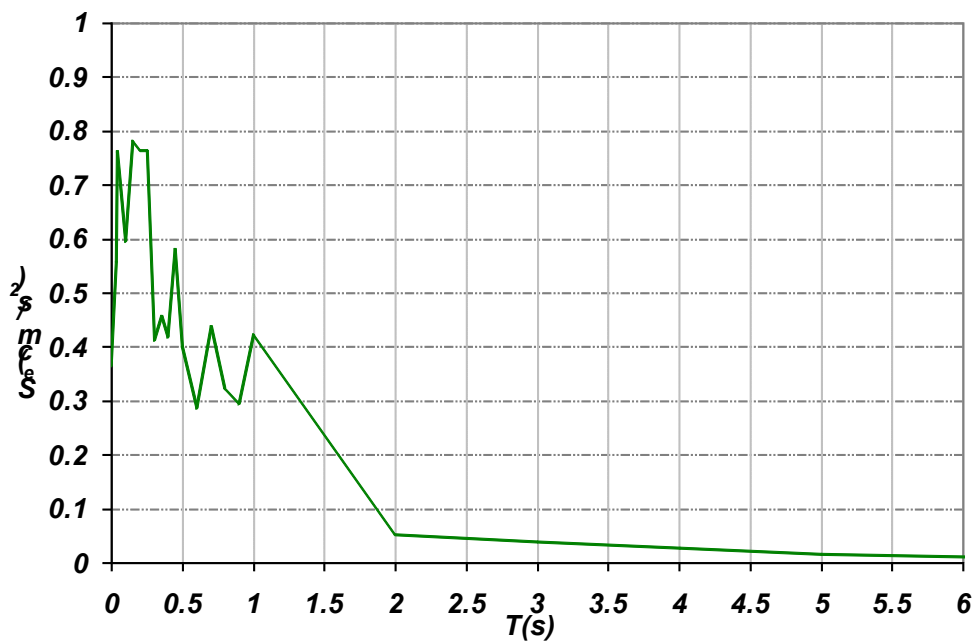


Figura 7: Spettro di risposta componente VERT

Dall'osservazione degli spettri di risposta del terremoto, si nota come siano state raggiunte accelerazioni elevatissime in corrispondenza dei primi periodi di vibrazione delle struttura. La componente N-S raggiunge il picco massimo dell'accelerazione di $1g$ in corrispondenza dei periodi di vibrazione compresi nell'intervallo 0-0.5 sec, così come la componente E-O raggiunge il picco massimo di valore pari a $0.8g$ in corrispondenza dello stesso intervallo di periodo. Ovviamente, questo ci permette di pensare che le accelerazioni raggiunte nei primi secondi della scossa sono state molto violente.

Nel luglio del 2008 sono entrate in vigore le “Nuove norme tecniche per le costruzioni approvate con decreto del Ministro delle infrastrutture 14 gennaio 2008”. Queste norme definiscono i principi per il progetto, l'esecuzione e il collaudo delle costruzioni, nei riguardi delle prestazioni loro richieste in termini di requisiti essenziali di resistenza meccanica e stabilità, anche in caso di incendio, e di durabilità. Forniscono quindi i criteri generali di sicurezza, precisano le azioni che devono essere utilizzate nel progetto e definiscono le caratteristiche dei materiali e dei prodotti.

Si tratta quindi di norme prestazionali che specificano i livelli di sicurezza e le prestazioni attese, ma lasciano al progettista la libertà di scegliere sistemi e tecnologie costruttive. Inoltre, sono coerenti con gli indirizzi normativi a livello comunitario, in particolare con gli Eurocodici, e approfondiscono gli aspetti normativi connessi alla presenza delle azioni sismiche e le prescrizioni relative ai rapporti delle opere con il terreno. La grande novità ha soprattutto interessato la forte mappatura che è stata fatta su tutto il territorio italiano in cui zona per zona sono stati indicati i valori caratteristici per il calcolo delle azioni sismiche di progetto.

Di seguito si specifica il confronto con gli spettri di risposta calcolati con la norma e quelli effettivamente registrati durante il sisma. In particolare, considerato un coefficiente di struttura q pari a 2.8 così come indicato dalla norma, si riportano nella Figura 8 gli spettri del terremoto confrontati a quelli della norma sia in termini di spettro elastico che in termini di spettro di progetto.

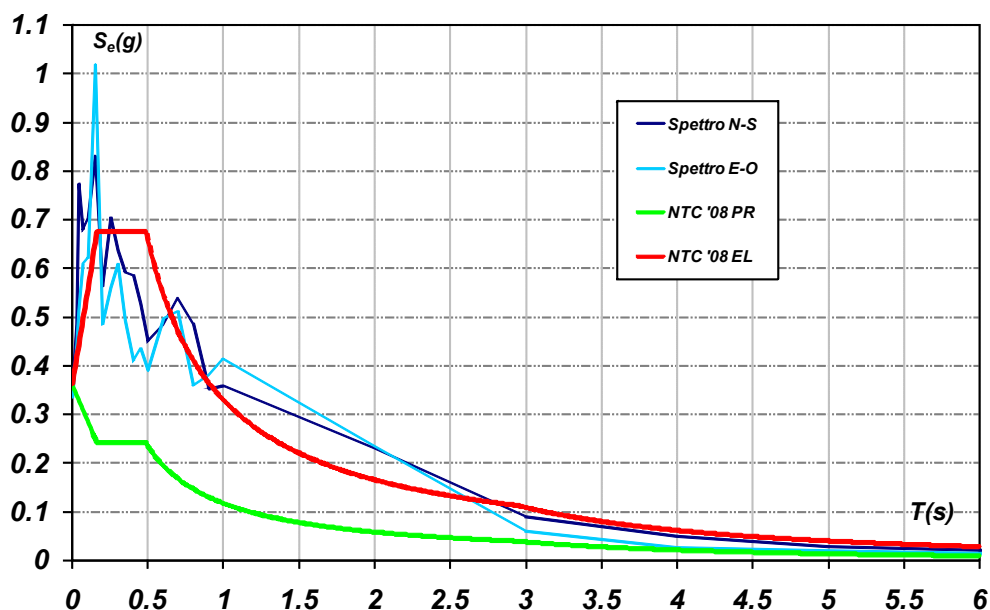


Figura8: Confronto Spettri di risposta terremoto L'Aquila 06-0409, Spettro elastico NTC '08 e Spettro di progetto NTC '08

Dal confronto tra gli spettri si evince come, a meno di periodi particolarmente bassi, le accelerazioni presenti e desunte da entrambi gli spettri siano pressoché coincidenti. Lo spettro di progetto ridotto del fattore di struttura sembra invece in termini di accelerazioni essere molto distante dai valori effettivamente registrati dal terremoto. Successivi confronti verranno poi riportati in seguito.

5.3 MATERIALI E TECNOLOGIE COSTRUTTIVE DELLE CHIESE DELL'AQUILA

L'Aquila, fondata alla fine del governo di Federico II, già nel 1375 sembra contasse 14.000 abitanti. E' sicuramente proprio a cavallo tra XIV e XV che la città attraversa il suo periodo d'oro ed è allora che l'attività edilizia s'intensifica maggiormente. Il terremoto del 1703 comportò la distruzione di non pochi palazzi, ma l'Aquila sembra

essersi ripresa bene dal disastroso evento; difatti, se al 1669 contava solo 6775 abitanti (cifra bassa a seguito della peste del 1630), già alla fine del settecento era arrivata a raddoppiare la sua popolazione.

In seguito al terremoto del 1703 la città fu in larga parte riedificata secondo il gusto barocco del tempo, pur rimanendo inalterato l'originario impianto medievale che caratterizza a tutt'oggi la città.

L'Aquila di oggi è caratterizzata da una percentuale di edifici in muratura di circa il 60%; i materiali da costruzione sono di tipo calcareo, talvolta cavernosi e vacuolari, a volte compatti. Se ne distinguono due tipi: il calcare di Poggio Picenze e quello chiamato "travertino". Il calcare di Poggio Picenze rappresenta uno dei più importanti materiali per la città dell'Aquila; tenero, biancastro e ricchissimo di fossili, facilmente lavorabile è detto perciò "pietra gentile", "tuttavia regge agli spigoli e resiste alle intemperie". E' molto adoperato come pietra da taglio per conci, stipiti, architravi, balaustre. Il "travertino" (nome improprio) de L'Aquila comprende tutti i calcari che hanno fornito alla città conci ben squadriati. Le cave erano del tipo "a trovanti"; in pratica si raccoglievano massi isolati sparsi qua e là sul terreno. La città in gran parte distrutta dal terremoto del 1703 fu riedificata secondo i gusti aristocratici del tempo. Il barocco ebbe quindi grande sviluppo in questo centro, soprattutto nei palazzi nobiliari assai numerosi, caratterizzati da un piano nobile e ampie finestre inframmezzate da grandi superfici murarie.

Per questi edifici prevale la muratura grezza intonacata, mentre le pietre da taglio si ritrovano negli zoccoli e nei cantonali (calcari compatti, spesso presi da precedenti rovine) ed in tutte le parti decorative (pietra gentile). Nelle poche muraie tuttora esistenti di fabbriche medievali, vi sono minuscoli conci grezzi o squadriati, ed in tal caso disposti "a filaretto". La muratura del territorio aquilano risulta quindi realizzata di pietra grezza

intonacata, costituita da piccoli conci calcarei, oppure di pietrame e ciottoli calcarei provenienti dal materiale di recupero risultante da crolli per il terremoto.

Sulla base di procedimenti utilizzati nella tradizione costruttiva aquilana si possono differenziare le murature in relazione alla finitura del paramento esterno tra Muratura faccia a vista e muratura intonacata.

La prima caratterizza la tendenza costruttiva, sviluppatasi nella seconda parte del Medioevo, basata sull'uso generalizzato della pietra calcarea lavorata, lasciata a vista. Essa caratterizza la costruzione delle chiese ma anche delle residenze di dimensioni contenute (Figura 9).

Molte abitazioni, a seguito del sisma del 1703, sono state ricostruite con il materiale recuperato dal crollo di altre abitazioni, e quindi con geometria dei conci fortemente irregolare.

Sembra anche che il materiale da costruzione venisse talvolta realizzato andando nei monti vicini, e facendo saltare con cariche esplosive le rocce. Ovviamente gli elementi così ottenuti risultavano di varia pezzatura e forma irregolare.

Molte delle costruzioni del centro storico de L'Aquila sono così realizzate con muratura di qualità scadente, con conci di piccole dimensioni a pezzatura piccola e forma irregolare, talvolta di materiale di varie tipologie (laterizio, mattoni, pietre) ed allettati con malta di scarse qualità meccaniche (Figura 10).



Figura 9: Muratura Aquilana a faccia vista tipica delle chiese di L'Aquila.

In molti casi è presente un sacco, riempito in genere con materiale di piccola pezzatura mischiato a sabbia o di materiale di recupero; la mancanza di diatoni di collegamento tra i paramenti rende l'apparato

murario ancor più vulnerabile ai cinematismi di ribaltamento; la conseguenza è che il paramento esterno, non confinato e in genere anche più degradato, viene espulso fuori del piano della parete. In assenza di specifici accorgimenti (pietre squadrate disposte nei cantonali) le connessioni tra i diversi elementi verticali risultano comunque inefficaci, per la mancanza di ingranamento tra gli elementi sia nel piano che nello spessore



Figura 10: Foto specifiche della qualità muraria delle murature aquilane.

Ma il difetto principale di queste tipologie murarie risiede nel fatto che, sotto l'effetto di azioni cicliche quali quelli del sisma, si ha la disgregazione del materiale prima che si possano instaurare i tipici cinematismi degli elementi murari.

Per migliorare il comportamento di queste tipologie murarie nel passato (in particolare dopo il sisma del 1703) si diffuse l'abitudine di inserire elementi lignei (dormienti) all'interno delle murature stesse.

Il sisma ha evidenziato in molti casi dormienti di legno disposti sia in orizzontale che in verticale, sia come rinforzo delle murature, sia per le connessioni degli elementi murari.

Purtroppo, a causa del deterioramento del legno e, spesso, anche di un evidente sottodimensionamento, non sembrano avere apportato benefici apprezzabili (Figura 11).

Come detto, a causa della scarsa qualità dell'apparato murario uno dei tipi di collasso più frequenti fra quelli che si sono verificati negli edifici in muratura a seguito del sisma del 6 Aprile è stato la disgregazione senza formazione di cinematismi. Tale situazione è testimoniata dal cumulo di macerie che si trova a piedi di un edificio, dovuto al fatto che, in assenza di ribaltamenti o traslazioni la fabbrica muraria (o una sua porzione) "implode" su se stessa. L'assoluta inconsistenza del pannello murario ha reso inefficace anche l'azione degli elementi canonici di collegamento. Ad esempio, in molti casi i capochiave delle catene non sono stati in grado di trattenere il paramento esterno (effetto "gelatina"). In molti casi la mancanza di adeguati elementi di ammorsamento nei cantonali ha reso gli elementi verticali ortogonali come se fossero sconnessi tra loro, non consentendo l'instaurarsi di un comportamento scatolare nella fabbrica muraria.



Figura 11: Presenza di catene lignee nei paramenti murari.

In uno studio reso noto al CNR da A. Borri post-evento sismico del 06.04.09, si sono riportate alcune prove sulle murature della Chiesa di Santa Maria di Paganica. Si possono distinguere in questo caso due prevalenti tipologie murarie. La prima, risalente al periodo medioevale, è costituita dall'apparecchio aquilano, tipico della città.

Conci di piccole dimensioni in pietra calcarea chiara disposti in strati, di cui quello esterno, realizzato per rimanere faccia a vista ed oggi visibile dall'esterno solo nella parte del paramento nord prospiciente la facciata, costituito da pietre grossolanamente lavorate. Il paramento interno è invece intonacato, mentre internamente si trova un riempimento in pietre non lavorate di piccole dimensioni disposte irregolarmente. Non è riscontrabile la presenza di elementi di collegamento tra i vari paramenti. Il legante è costituito essenzialmente da malte di calce. Entrambi i tipi di murature non hanno una qualità elevata, sia per le caratteristiche del materiale costituente: pietra calcarea, molto tenera, e la malta di calce; sia per le modalità esecutive, ovvero paramenti accostati e non collegati, con "sacco" interno e grandi quantità di legante a riempire l'elevata percentuale di vuoti (Figura 12).



Figura 12: Chiesa di Santa Maria di Paganica .

Di seguito sono riportati i dati conseguiti dalle analisi di alcuni campioni di malta prelevati dalle murature della chiesa. In particolare, la determinazione della massa volumica è stata ottenuta mediante l'uso di un adatto picnometro. La porosità accessibile all'acqua è stata determinata per differenza di peso tra il campione saturato con acqua per immersione ed il campione secco.

Il contenuto di ossido di calcio da leganti è stato determinato sulla frazione fine < 75 micron, ottenuta dopo vari cicli di disgregazione termica, assumendo che tutto il calcare micritico sia dovuto alla carbonatazione del legante aereo.

Dalla prova, la malta è classificabile come M4, ai fini del DM 20/11/87 e pertanto la sua resistenza a compressione può essere assunta pari a 2.5 N/mm².

Nelle norme NTC'08, si fa riferimento esplicito ai parametri della regola dell'arte muraria e si suggerisce di valutare se essi sono presenti per formulare un giudizio sulla qualità della muratura. Tra questi parametri vi sono: *l'orizzontalità delle giaciture, il regolare sfalsamento dei giunti verticali, la forma e la dimensione di pietre o blocchi, la presenza dei diatoni (elementi passanti nello spessore della muratura), la qualità della malta, la resistenza dei blocchi, parametro che rimane, ovviamente, di notevole importanza.*

Una malta di buona qualità e che ben riempie i giunti fra i blocchi e le pietre permette di trasmettere e ripartire le azioni fra le pietre in maniera uniforme evitando concentrazioni puntuali di tensione in corrispondenza dei punti di contatto fra le pietre.

Inoltre la malta oltre a regolarizzare il contatto tra le pietre, se di buona qualità, assicura una quota di resistenza coesiva alla muratura.

I giunti di malta tuttavia non devono essere eccessivamente ampi per evitare di ottenere una muratura di rigidità troppo bassa (la malta, infatti, ha un modulo elastico inferiore a quello delle pietre o dei blocchi).

L'ingranamento trasversale fra i paramenti della parete (che per le murature di qualità è ottenuto tramite diatoni disposti nello spessore della parete) è un requisito che impedisce la suddivisione della parete in più paramenti semplicemente costruiti l'uno a ridosso dell'altro. Inoltre, un

buon ingranamento trasversale permette una adeguata distribuzione del carico sullo spessore del muro anche in quei casi in cui c'è un carico gravante sul bordo della parete (ad es. un solaio appoggiato solo sul paramento interno).

Elementi resistenti di forma squadrata con le due facce piane disposte in orizzontale, oltre a facilitare un corretto ingranamento, assicurano la mobilitazione delle forze

D'attrito, cui si deve gran parte della capacità di una parete di resistere a sollecitazioni orizzontali ad essa complanari.

Assumono grande importanza, ai fini di una buona tessitura muraria, anche i giunti verticali fra gli elementi. Essi devono essere sufficientemente sfalsati in modo da permettere il cosiddetto effetto catena (Figura 13-a) ossia la capacità del muro di opporsi, grazie alla forza di attrito, allo scorrimento orizzontale tra i suoi blocchi.

Inoltre, lo sfalsamento fra i giunti verticali permette anche un "effetto tessitura" (Figura 13-b), ossia la capacità del muro di opporsi al movimento reciproco fra i suoi blocchi in quanto il moto di ogni singolo blocco dovrebbe coinvolgere un elevato numero di altri occhi per essere cinematicamente ammissibile. La presenza di filari orizzontali induce una buona distribuzione dei carichi verticali alla parete in quanto permette un appoggio regolare.

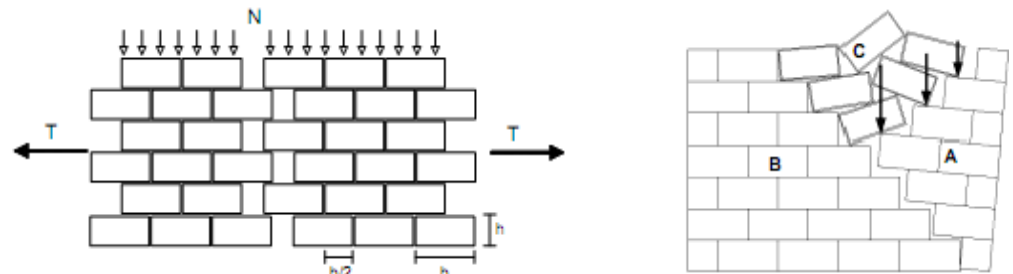


Figura 13: (a) Effetto Catena che conferisce alla muratura una pseudo-resistenza a trazione di natura attrattiva; (b) "Effetto tessitura": affinché la porzione A possa ruotare essa deve sollevare i blocchi della porzione C.

Inoltre l'orizzontalità dei filari è importante anche in occasione delle azioni sismiche poiché essa consente l'oscillazione torno a cerniere cilindriche orizzontali senza danneggiare la muratura (Figura 14).

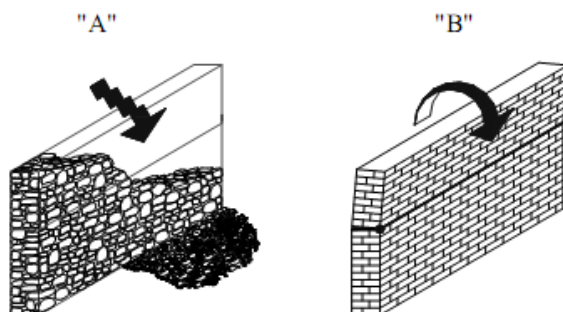


Figura 14: Differenza di comportamento tra la parete A in pietrame e sprovvista di filari orizzontali e la parete B dotata di buona tessitura e filari orizzontali che le consentono di oscillare senza danneggiamenti gravi della muratura.

Sviluppando alcuni parametri di valutazione riportati in Borri et al. le tipologie murarie aquilane esaminate si attestano, relativamente ai parametri prima citati, sui limiti più bassi della scala di qualità muraria, raggiungendo valori tali che le tecniche di rinforzo più diffuse (iniezioni, ristilatura profonda etc) fanno pensare più ad un “accanimento terapeutico” che alla possibilità reale di raggiungimento di una soglia adeguata.

5.4 LE CHIESE AQUILANE: QUATTRO CASI DI STUDIO

L'Università di Napoli, come tante altre università italiane, è stata protagonista dopo l'evento sismico del 06.04.09 di un dettagliato screening della valutazione delle condizioni post-sisma di numerosi edifici siti in città. Le attività di indagine, avviate con sopralluoghi e rilevamenti sul posto nei giorni immediatamente successivi al sisma, sono state condotte attraverso la raccolta di documentazione che, pur nella limitatezza dei tempi e con le difficoltà logistiche che si possono immaginare, hanno

consentito di conoscere l'evoluzione nel tempo dell'edificio, mettendo in luce preesistenze e successivi ampliamenti.

Punto focale della attività di indagine è stata la ricerca degli elementi costruttivi propri della costruzione, dalla sua origine al momento del sisma, con particolare attenzione agli interventi più recenti.

Attraverso i vari sopralluoghi eseguiti e la documentazione acquisita si è pervenuti ad una prima interpretazione dei crolli, con una possibile individuazione dei meccanismi di collasso attivati, individuando gli elementi strutturali che possono aver giocato ruolo primario nella dinamica in questione. Le chiese oggetto di studio sono state selezionate in base al loro valore storico, culturale e simbolico, oltre che alla reperibilità di materiale descrittivo, grafico e fotografico, e all'accessibilità dei luoghi.

In particolare, le chiese analizzate sono: S. Silvestro(SI), S. Maria di Collemaggio (SMC) , S.Pietro di Coppito (SPC), S. Giusta (SG).

Tutti gli edifici di culto sono siti nel centro storico di L'Aquila. In generale tutte le chiese, ed in modo particolare anche quelle oggetto di studio, sono caratterizzate da una relativa complessità delle geometrie e da un'importanza dei singoli particolari costruttivi che ne fanno comunque delle opere "uniche". Inoltre, le destinazioni d'uso passate e quelle future, soggette a modificazioni in seguito a adeguamenti funzionali che ne hanno variato l'utilizzo, concorrono a definire, contestualmente all'ubicazione, la quale stabilisce la potenziale vulnerabilità sismica del manufatto, i carichi da utilizzare sia nelle verifiche sia nel successivo restauro dell'edificio stesso.

5.4.1 Caso di studio. La basilica di Collemaggio

La Basilica di Collemaggio, costruita alla fine del '200 su un colle della città dell'Aquila, è uno dei monumenti simbolo della città ma anche uno dei luoghi culto della civiltà cristiana. La chiesa consta di una pianta a tre navate (Figura 15), con otto campate, archi a sesto acuto su pilastri

ottagonali e tre absidi. Il corpo presenta una lunghezza di 98m, una larghezza di 28m e una altezza di 22m.

La Basilica ha avuto una storia architettonica molto complessa e la sua conformazione geometrica, così come noi oggi la conosciamo, è frutto di numerose trasformazioni susseguitesi nel tempo. In particolare, a seguito dei diversi terremoti che hanno colpito la città, la struttura della basilica è stata ristrutturata più volte con interventi più o meno invasivi, con inserimento di elementi in c.a. nella facciata e di controventi sulla copertura dell'aula, con il rifacimento della cupola, con la realizzazione della sopraelevazione e il consolidamento dei muri delle navate, con la realizzazione di cordoli in c.a., e con la ricostruzione degli ultimi pilastri di navata.



Figura 15: La chiesa di Santa Maria di Collemaggio.

Il sisma di aprile ha danneggiato fortemente la chiesa di S. Maria di Collemaggio. La struttura è stata interessata dal crollo delle strutture interne di copertura del transetto e di parte del coro, innescato dal cedimento dei due grandi pilastri che sorreggevano il complesso costituito dagli archi trionfali, dal tamburo con cupola, dalle volte laterali e dalla copertura lignea sovrastante. Il crollo è avvenuto comportando l'implosione del transetto connesso ad un taglio netto dei travoni in c.a. e della muratura dell'ultima arcata delle navate. La crisi dei pilastri del transetto è avvenuta probabilmente durante la fase impulsiva della scossa, caratterizzata dalla

forte presenza di una componente verticale che ha incrementato il carico statico già elevato, accoppiata all'azione orizzontale che ha determinato un forte decentramento dello stesso. Nella Figura 16 è riportata la schematizzazione del danno sulla basilica.

La restante parte della pilastrata delle arcate longitudinali, presentano lesioni verticali molto gravi, mentre l'abside principale e quella di sinistra sono state interessate da meccanismi di taglio.

Si possono, da una preliminare osservazione del complesso, individuare elementi di vulnerabilità quali la snellezza delle pareti di navata, l'assenza di strutture di controvento nel transetto, la scarsa qualità della malta nella zona absidale, l'insufficiente connessione tra i cordoli e la muratura e tra i paramenti della muratura, in facciata e in zona absidale, mentre si possono distinguere a favore di un buon comportamento sismico coperture lignee dell'aula controventate e ben collegate, i limitatori di forza a plasticità controllata alle estremità dell'aula, le catene nella zona absidale.

5.4.2 Caso di studio. La basilica di S. Silvestro

La basilica di San Silvestro, costruita nel XIII-XIV secolo, consta di una pianta a tre navate costituita da due file di sette arcate ogivali che appoggiano su colonne circolari. Le arcate terminano in tre ambienti absidali a pianta poligonale in cui la rilevante altezza delle arcate, trasforma le tre navate in uno spazio unico messo in risalto dalle fonti di luce che provengono dalle aperture



Figura 16: Il danno nella chiesa di Santa Maria di Collemaggio: Crollo complessivo del transetto, Crollo della zona absidale, Taglio delle travi in c.a. per il crollo della zona del transetto.

absidali, dal grande rosone in facciata e dalle finestre dei fianchi con grandi strombi interni. La chiesa presenta dimensioni in pianta con una lunghezza di 60m una larghezza in pianta di 22 m e un'altezza massima di 21m (Figura 17).

I danni più significativi seguiti all'evento sismico, sono legati alle interazioni tra la poderosa torre campanaria (preesistente nella parte basamentale) con la facciata e con le pareti della navata laterale.

Infatti, essendo la base del lato occidentale in aderenza con la prima arcata della navata destra, la parete sud risulta inglobata nella facciata della chiesa. Il sistema di cordoli in c.a. disposti sulle murature longitudinali delle navate ha funzionato in generale in modo efficace, grazie alle modeste dimensioni dei cordoli e alla leggerezza della copertura lignea efficacemente collegata alle pareti laterali.

Le sollecitazioni sismiche hanno indotto una rotazione della facciata verso l'esterno, bloccata dalla rigidità della torre da un lato e da catene dall'altro. La rotazione del sistema facciata-campanile ha coinvolto la parete interna della torre campanaria e le arcate terminali delle navate, mentre tra gli altri cinematismi si sono visti il dislocamento fuori dal piano dell'estremità del cordolo sommitale della parete longitudinale di destra (dovuto al martellamento della parete stessa con la torre, con effetti flessor-torsionali), la rotazione della porzione superiore della torre verso la navata della chiesa, la rotazione all'indietro dello spigolo di sinistra della facciata, la rotazione verso l'esterno dell'abside e delle cappelle laterali. I danni sono riportati in Figura 18.

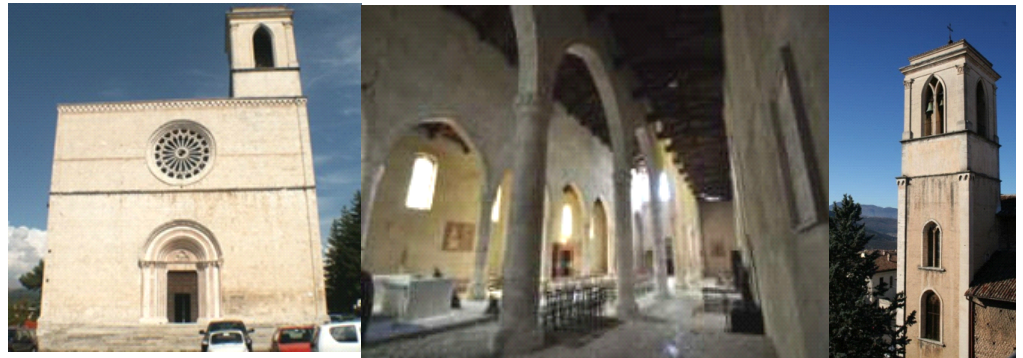


Figura 17: La chiesa di San Silvestro.

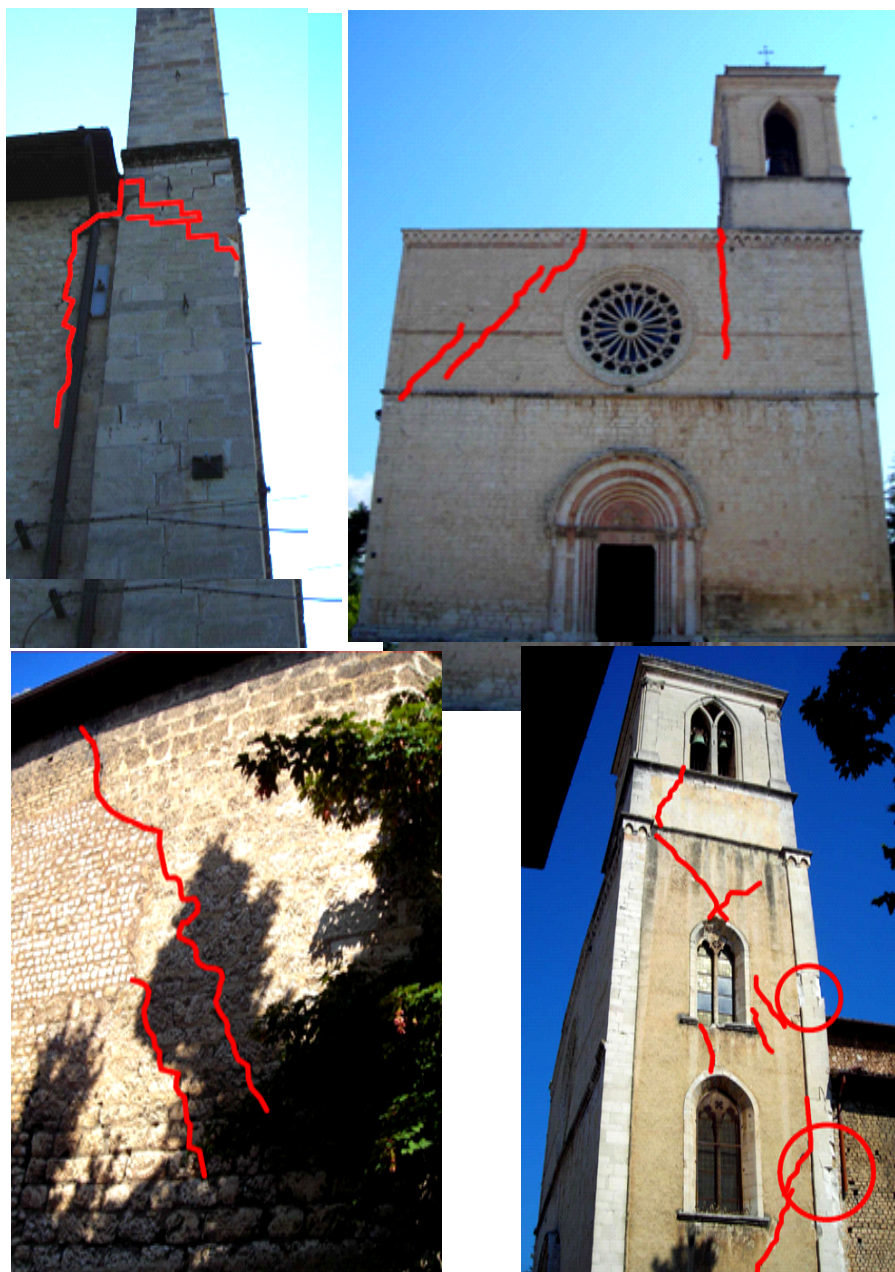


Figura 18: Il danno nella chiesa di San Silvestro: Attivazione di un meccanismo di ribaltamento della facciata; Attivazione di meccanismi di ribaltamento e taglio nelle pareti delle cappelle dell'abside; Lesioni da flessione nella torre campanaria.

5.4.3 Caso di studio. La basilica di S. Pietro di Coppito

Il complesso monumentale (chiesa-torre) di S. Pietro di Coppito risale alla metà del XIII sec. La chiesa, a navata unica con una conformazione geometrica asimmetrica, è composta da una piccola navata laterale a destra e da una navata centrale che immette nello spazio rialzato del presbiterio mediante una successione di due arcate che conducono alle tre absidi e termina collegandosi alla torre ottagonale.

La struttura muraria è costituita da una stratificazione complessa che comporta spessori considerevoli dei muri, spesso risultato della giustapposizione di pareti; la muratura di pietra è parzialmente irregolare. Le coperture lignee sono spingenti solo nella navata laterale. La chiesa presenta dimensioni in pianta con una lunghezza di 49m una larghezza in pianta di 27 m e un'altezza massima di 18m (Figura 19). A seguito del sisma si è avuto il crollo parziale della facciata e della copertura della navata centrale e del transetto, mentre la cella campanaria è crollata completamente; inoltre, oltre all'attivazione di un meccanismo di ribaltamento della facciata, si sono registrate gravi lesioni ai pilastri, agli archi, all'intradosso del catino absidale e al fusto della torre, come si evince dalla Figura 20.



Figura 19: La chiesa di San Pietro di Coppito.

Gli elementi di vulnerabilità rilevati sono: la presenza di elementi spingenti (navata laterale, volte dell'abside), la configurazione planimetrica asimmetrica, l'insufficiente ammorsamento tra le parti, le sezioni insufficienti degli elementi di contrasto (archi trionfali, pareti trasversali), il vincolo asimmetrico della torre e i cordoli sommitali in c.a. presenti nella cella campanaria e nella navata centrale. Gli elementi di presidio presenti sono: le pareti di contrasto efficaci in corrispondenza dell'arco trionfale della zona pre-transetto, le catene ai diversi ordini della torre campanaria che per l'assenza della piastra di ancoraggio non hanno funzionato correttamente.



Figura 20: Il danno nella chiesa di San Pietro di Coppito: Attivazione di un meccanismo di ribaltamento della facciata; Crollo della torre campanaria; Crollo delle coperture del transetto e dell'abside.

5.4.4 Caso di studio. La basilica di S. Giusta

La chiesa di Santa Giusta, ubicata nell'omonima piazza nella zona S-E del centro de L'Aquila, fu edificata dai Bazzanesi all'inizio del XIV secolo su antiche preesistenze.



Figura 21: La chiesa di Santa Giusta

L'edificio, originariamente caratterizzato da una pianta a tre navate, presenta oggi un'unica navata con cappelle laterali dalla quale si accede al transetto e alla zona presbiteriale.

La muratura delle strutture portanti verticali è realizzata quasi esclusivamente a sacco con paramenti in piccoli conci calcarei sbozzati (apparecchio aquilano) e legante di scarsa qualità; le volte a vela e a crociera delle cappelle sono in laterizi mentre le coperture sono interamente in legno. Gli unici interventi subiti dal manufatto nel tempo risultano essere: la trasformazione delle navate laterali in cappelle, lo spostamento della vela campanaria dalla facciata alla parete Sud del transetto e la realizzazione di cordoli in c.a. (XX sec.). La chiesa presenta dimensioni in pianta con una lunghezza di 55m una larghezza in pianta di 22m e un'altezza massima di 18m (Figura 21). Gli eventi sismici dello scorso 6 aprile (e successive repliche) hanno provocato danni molto gravi che hanno reso l'edificio inagibile e possono così riassumersi: crollo della vela campanaria, attivazione di un meccanismo di ribaltamento, con crollo parziale, della parete di estremità Sud del transetto, spanciamiento e schiacciamento locale dei pilastri dell'arco trionfale (anch'esso lesionato), distacco delle cappelle dalle pareti della navata, gravi danni o crollo di alcune delle volte delle cappelle e infine, attivazione di meccanismi di ribaltamento dell'abside con

danni estesi localmente alle coperture. In relazione ai danni appena descritti è possibile individuare carenze strutturali quali l'assenza di tiranti, i cordoli in c.a. non ammorsati alla muratura e la scarsa qualità di quest'ultima; la vela campanaria, infine, si presenta come un elemento molto vulnerabile a causa della sua geometria.



Figura 22: Il danno nella chiesa di San Giusta: Ribaltamento parziale della parete Sud del transetto con crollo della soprastante vela campanaria; Attivazione di meccanismi di ribaltamento dell'abside; lesioni alle volte interne all'abside; Attivazione di meccanismi di ribaltamento delle cappelle laterali della navata; Spanciamento e schiacciamento locale dei pilastri presso-inflessi dell'arco trionfale.

Ha sicuramente ben influito sul comportamento sismico la presenza di contrafforti e coperture non spingenti. In Figura 22 sono riportati i danni riportati in sintesi.

5.4.5 *I quattro casi a confronto.*

In figura 23 sono riportate, nella loro scala reale, le quattro piante architettoniche delle chiese precedentemente descritte, evidenziando le differenze in termini di dimensioni globali dei singoli edifici. In particolare, si osserva come la basilica più grande sia SMC, mentre le altre tre abbiano dimensioni per lo più simili tra di loro.

I pesi complessivi degli edifici (W_{tot}), distinti nelle due aliquote degli orizzontamenti (W_{cop}) e delle murature (W_{mas}), sono riportati nell'istogramma di Figura 24.

Nell'ottica della classificazione precedentemente descritta nel Capitolo II possiamo suddividere le chiese secondo la seguente classificazione.

- a) chiese di piccole dimensioni caratterizzate da altezze di circa 15m, lunghezze prossime ai 30m e larghezze intorno ai 20m. Il peso complessivo non supera i 50000KN;
- b) chiese di medie dimensioni (SPC, SG e SS), con altezze di circa 20m e piante con lati $L \cong 45m$ e $B \cong 25m$. Il peso globale è dell'ordine dei 100000KN;
- c) chiese di grandi dimensioni (SMC), aventi altezze maggiori di 25m, lunghezze L e larghezze B prossime rispettivamente a 65m e 40m. Il peso totale supera i 150000KN.

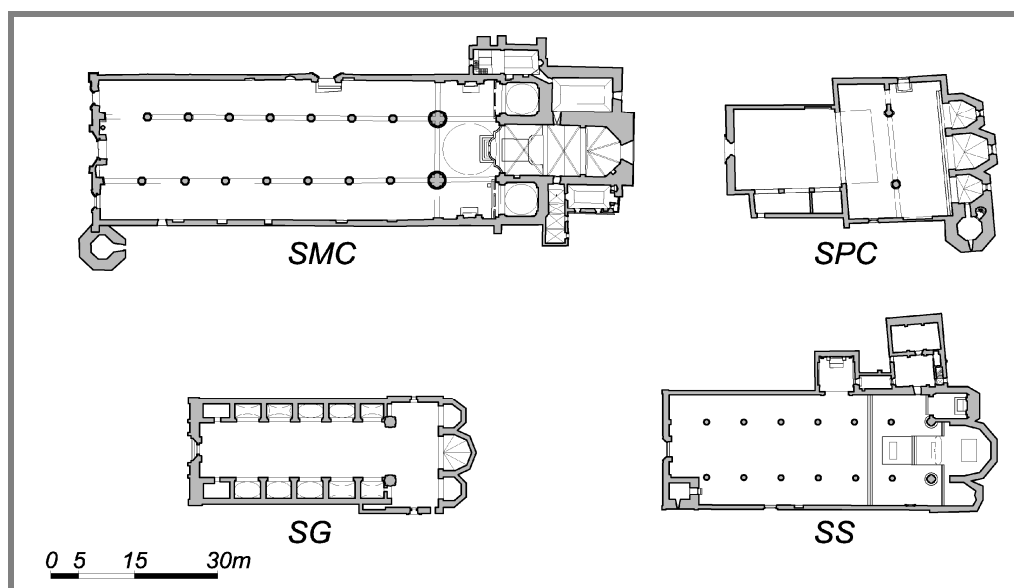


Figura 23: Le piante architettoniche delle chiese messe a confronto

Le piante architettoniche, che risultano molto più semplici rispetto a quelle delle chiese napoletane, sono state linearizzate semplificando i profili dei maschi murari là dove necessario per rendere semplice il processo di modellazione strutturale. Dalle piantelinearizzate sono stati desunti i cosiddetti macro-elementi riportati in Figura 25 e suddivisi nelle diverse classi già precedentemente riportate nel Capitolo I. Si è utilizzata la nomenclatura già indicata nel capitolo I, indicando con la L i macroelementi disposti in direzione longitudinale e con T quelli disposti in direzione trasversale. I macroelementi in direzione trasversale presentano per lo più arcate ripetitive, mentre le facciate in genere hanno una geometria molto simile a quella di una parete piena.

Dall'assemblaggio nello spazio dei vari macroelementi trasversali e longitudinali si ottengono i modelli tridimensionali delle quattro basiliche da utilizzare nel primo step della procedura di analisi "a due passi" (capitolo I). Ciascun macroelemento viene, quindi, analizzato con analisi FEM non lineari e analisi cinematiche lineari per valutarne la capacità di resistere alle azioni orizzontali.




















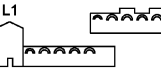
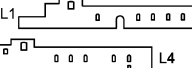

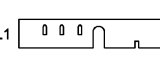




	SG	SMC	SPC	SS
MACROELEMENTO ABSIDALE	AB 	T4 	AB 	AB 
1° ARCO TRIONFALE	T8 	T3 	T4 	T2 
2° ARCO TRIONFALE	T7 	T2 	T3 	
SEZ. TRASVERSALE SULLA NAVATA	T2-T6 	TRASV 	T2 	TRASV 
FACCIATA	T1 	T1 	T1 	T1 
PROSPETTO LONGITUDINALE ESTERNO	L1  L5	L1  L4	L1 	L1 
CLERISTORIO	L2-L3 	L2-L3 	L2 	L2-L3 

Figura 25: Classe dei macroelementi delle quattro chiese

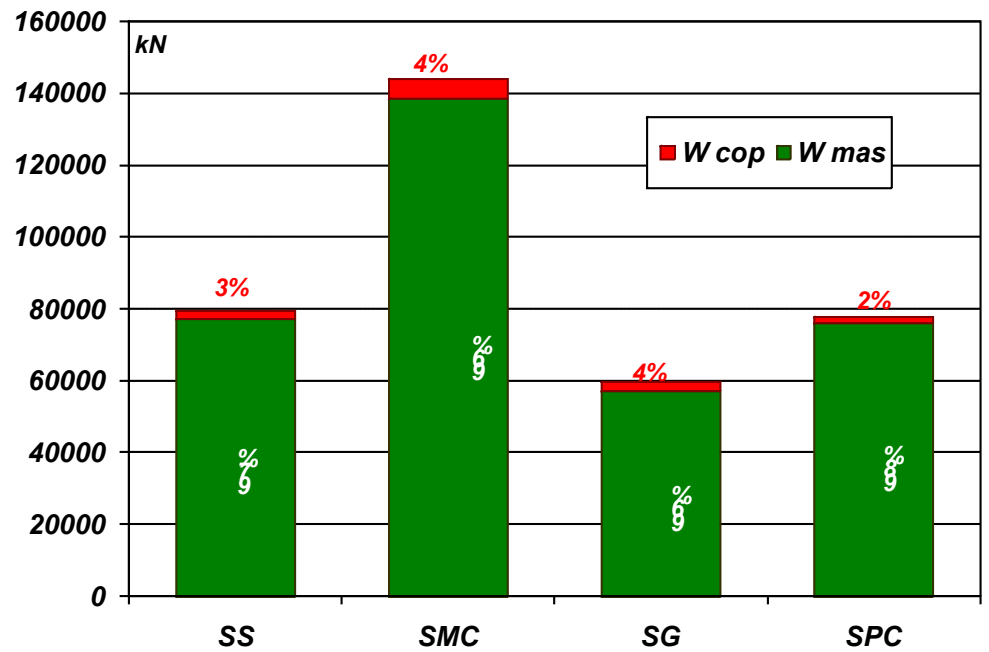


Figura 24: Peso delle coperture adimensionalizzate al peso delle murature.

5.5 ANALISI ELASTICHE LINEARI.

Le analisi elastiche dei casi di studio sono state condotte utilizzando il codicedi calcolo SAP2000 (CSI 2000) sui modelli tridimensionali delle 4 chiese derivanti dall'assemblaggio nello spazio dei vari macroelementi trasversali e longitudinali descritti in precedenza. Tali modelli globali sono stati "montati" in modo da non modificare la geometria assunta per simulare i singoli macroelementi delle chiese, ovvero rispettando le geometrie delle piante linearizzate. Nel modellare le chiese sono stati utilizzati elementi shell per le murature ed elementi frame per le eventuali colonne o capriate (Figure 26-27-28-29). In Tabella 1 sono riportati il numero di nodi e di elementi impiegati nella modellazione delle quattro basiliche.

CHIESA	N° nodi	N° shell	N°Frame
SG	13496	12780	0
SMC	25757	24414	0
SPC	13154	12561	0
SS	16102	15172	0

Tabella 1: Numero dei nodi e degli elementi impiegati nella modellazione al SAP 2000.

Per la muratura di tufo si sono assunti i seguenti parametri meccanici:

- modulo di elasticità: $E=1100\text{MPa}$;
- coefficiente di Poisson: $\nu=0.2$;
- peso specifico: $\gamma=19\text{kN/m}^3$

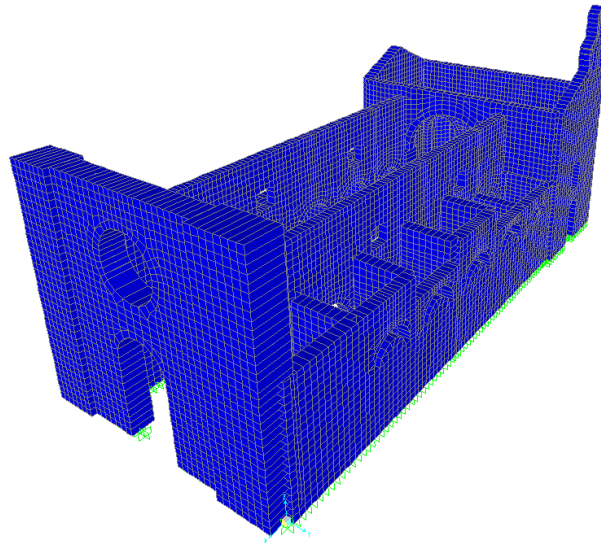


Figura 26:Modello della chiesa di Santa Giusta

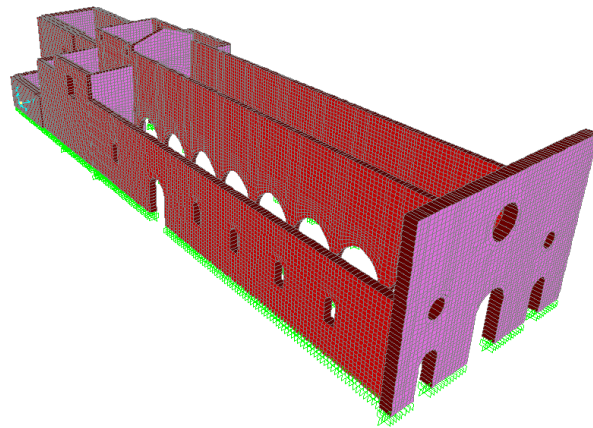


Figura 27:Modello della chiesa di Santa Maria di Collemaggio

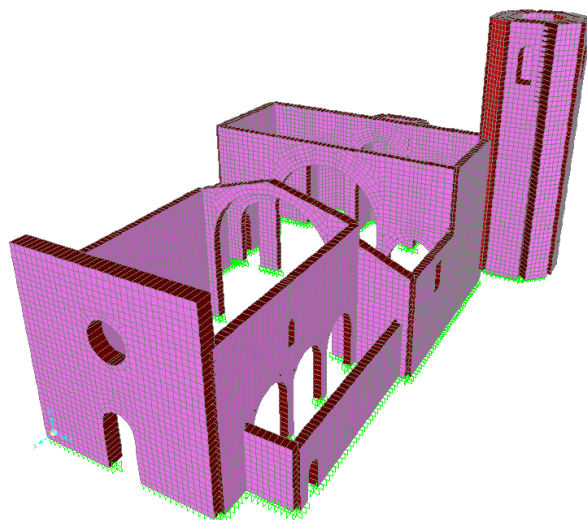


Figura 28:Modello della chiesa di San Pietro di Coppito

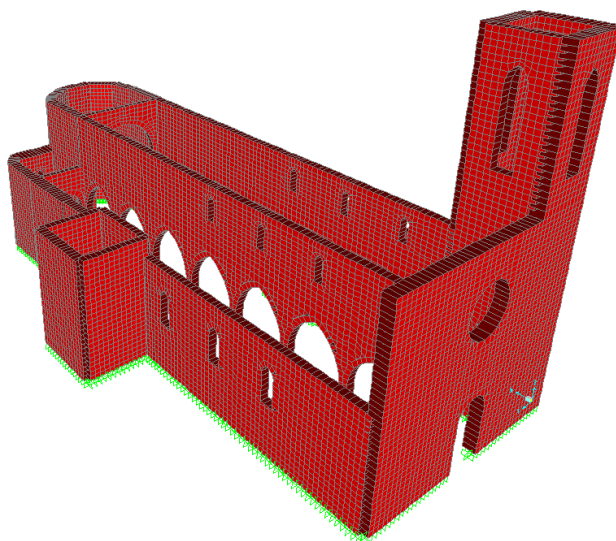


Figura 29:Modello della chiesa di San Silvestro

Al fine di simulare gli effetti delle connessioni orizzontali con le strutture verticali, sono state fatte due ipotesi differenti: una prima in

cui gli elementi di copertura in legno o ferro sono modellati come semplici elementi tipo asta (ipotesi nel seguito indicata con SIR), e una seconda con piani rigidi alle differenti quote e zone dell'edificio realizzati con vincoli del tipo "rigid diaphragm" (ipotesi nel seguito indicata con IR).

Oltre ai carichi verticali, derivanti dal peso proprio e dai carichi permanenti, sono state applicate forze orizzontali convenzionali equivalenti alle azioni sismiche, calcolate, in accordo con effettive accelerazioni ricavate dagli spettri di Figura 5 e 6, e anche in accordo con le nuove norme NTC'08, al fine di ottenere un confronto tra i taglianti generati attraverso le diverse formulazioni.

Le azioni sismiche sono state modellate attraverso l'inserimento di forze proporzionali al peso su ciascun elemento bidimensionale e di altre forze statiche dove si concentrano gli scarichi delle coperture: in tal modo si tiene conto delle variazioni geometriche e della possibile presenza di aperture.

Sono state considerate due condizioni di carico, rispettivamente relative ad azioni orizzontali applicate secondo la direzione longitudinale e secondo la direzione trasversale delle strutture. Gli effetti torsionali accidentali non sono stati considerati. Prima di passare all'analisi delle forme modali e quindi alla ripartizione delle azioni, in Figura 30 e 31 sono riportati i valori delle tensioni alla base dei pilastri e delle murature delle quattro chiese. Per i pilastri in pietra da taglio si vede come le tensioni massime siano comprese tra un valore di 1 MPa e 1.5 MPa ad eccezione della chiesa di SG, dove la tensione è 0.5 MPa. Attraverso questi valori vediamo come l'ordine delle tensioni a cui i pilastri sono soggetti a carico verticale siano essenzialmente nella norma e che quindi in assenza di sisma il comportamento a carico verticale è ottimale. Nella Figura 31, invece, si riportano i valori per le murature delle quattro chiese. Trattandosi di murature a sacco, i valori di tensioni minime e medie risultano essere particolarmente basse e comunque non maggiori di 0.5 MPa.

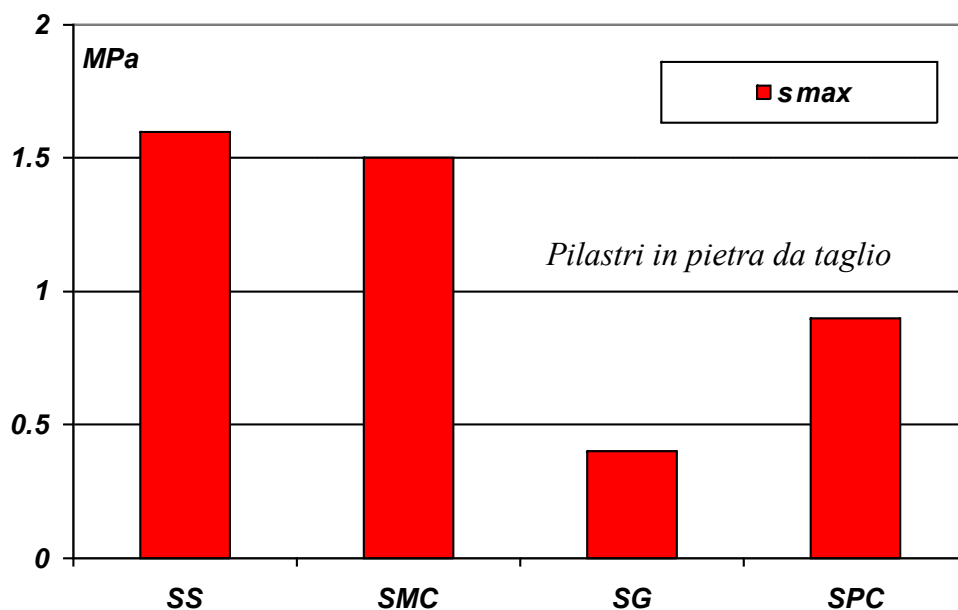


Figura 30: Tensioni da Carico verticale alla base dei pilastri delle quattro chiese

5.5.1 Comportamento dinamico delle chiese .

Nelle figure che seguono sono riportati i primi modi delle deformate dinamiche delle chiese che non coinvolgono deformazioni locali. Nelle Figure 32-33-34-35 sono riportati le immagini dei modi con i relativi periodi.

Dall'analisi delle deformate modali sono riscontrabili alcuni aspetti connessi alle quattro chiese:

- sensibili deformazioni fuori piano degli elementi, rivelando un contributo di tali elementi all'assorbimento delle azioni sismiche dirette in senso trasversale che verrà confermato poi dall'analisi del tagliante assorbito dagli elementi fuori piano.

- deformazioni torsionali dell'intero complesso tridimensionale, denunciando una non elevata rigidezza torsionale dell'edificio, frutto della mancanza di una adeguata collaborazione tra elementi longitudinali e trasversali;

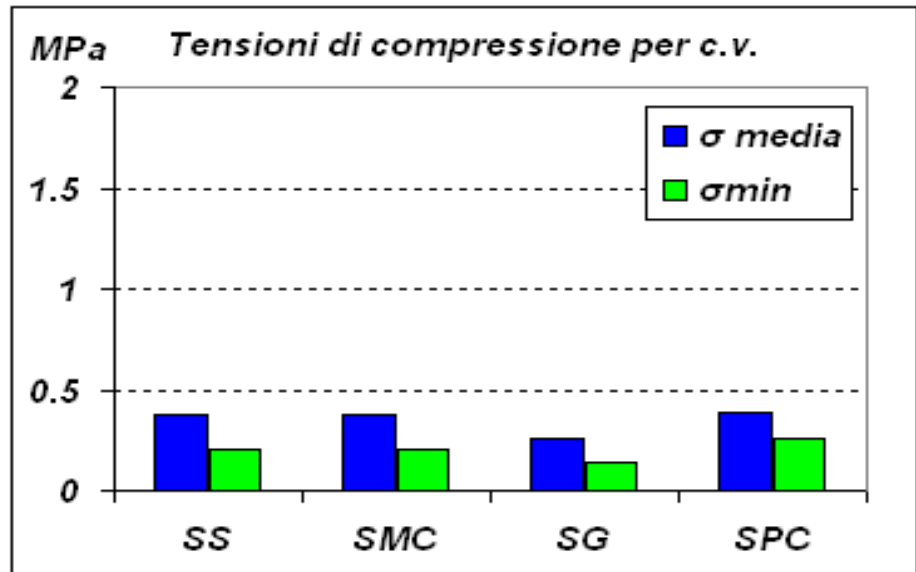


Figura 31: Tensioni da Carico verticale alla base dei murature delle quattro chiese

-le chiese in genere non presentano deformazioni globali compatte, ma si nota una dispersione delle deformazioni negli elementi locali che giustifica la ripartizione in macroelementi precedentemente definita.

-i valori dei primi periodi sono sensibilmente diversi per la quattro chiese:

SG: Il primo periodo di vibrazione è pari a 0.61 sec con una massa associata molto bassa del 4.5 %; le masse maggiormente sollecitate sono invece associate al 5 periodo pari a 0.36 sec con una massa in direzione trasversale del 15.5% mentre in direzione longitudinale del 6.7%

SS: Il primo periodo di vibrazione è pari a 2.6 sec con una massa associata del 7.9%; le masse maggiormente sollecitate sono invece associate al 6 periodo pari a 0.84 sec con una massa in direzione longitudinale del 14%

SMC: Il primo modo di vibrare della chiesa presenta un periodo molto elevato di 3.6 sec; tale effetto è dovuto alla partecipazione alla deformazione dal parte della sola navata centrale con una massa in percentuale del 11%. I maggiori contributi alla deformazione

modale sono invece relativi al quindicesimo modo di vibrare con una massa sollecitata del 15% corrispondente ad un periodo di 0.62 sec.

SPC: Il modo di vibrare prevalente con una massa sollecitata del 22.8% è il settimo ,con un periodo di 0.55 sec. Il primo periodo è ancora una volta molto alto, 1.17 sec, associato ad una massa del 2.6%.

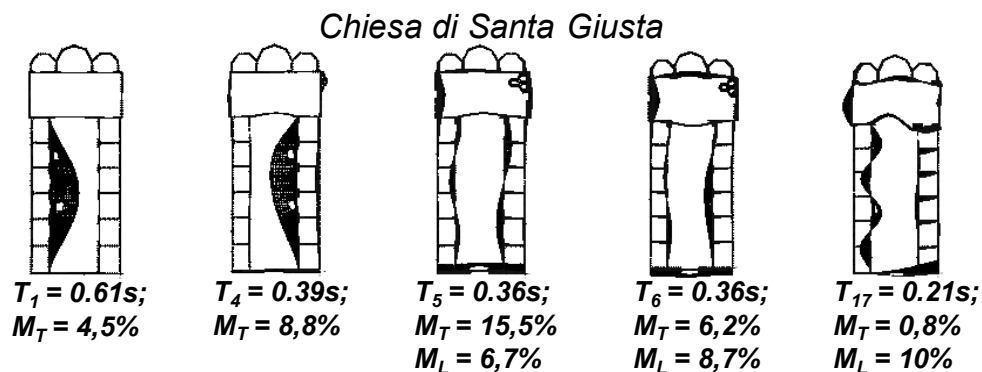


Figura 32: Deformate modali e periodi di vibrazione della chiesa di San Giusta.

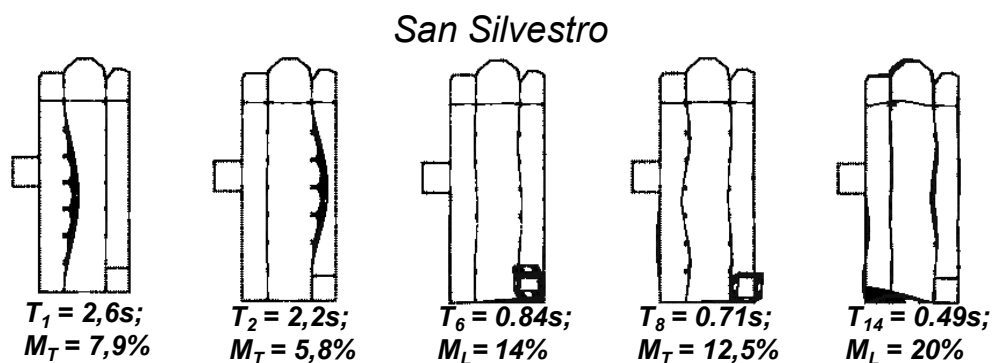


Figura 33: Deformate modali e periodi di vibrazione della chiesa di San Silvestro.

Dall'osservazione dei modi e dei periodi di vibrare si è visto come in generale per le quattro chiese le masse maggiormente sollecitate siano comprese in un range di periodo compreso tra 0.1 e 0.6 sec corrispondente come si vede in Figura 34 alla zona dello spettro in cui si

hanno le maggiori accelerazioni. Di conseguenza si intuisce come le azioni gravanti sui manufatti siano state soprattutto nel primo frangente particolarmente alte.

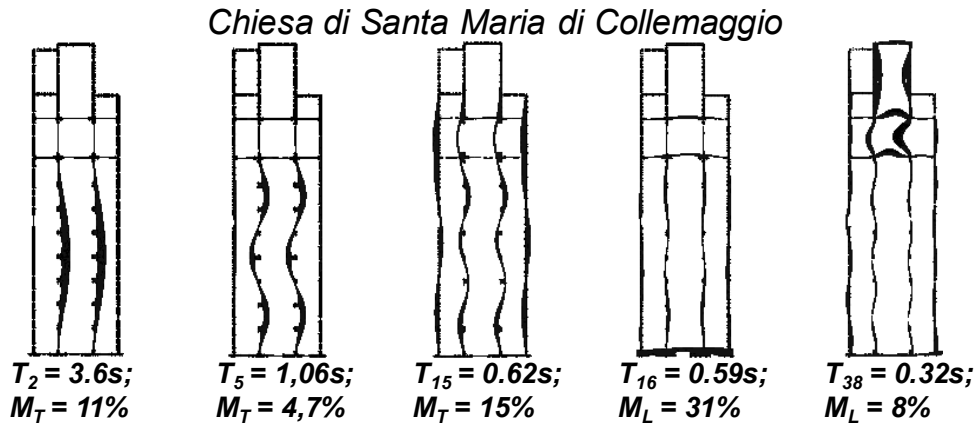


Figura 34: Deformate modali e periodi di vibrazione della chiesa di San Maria di Collemaggio.

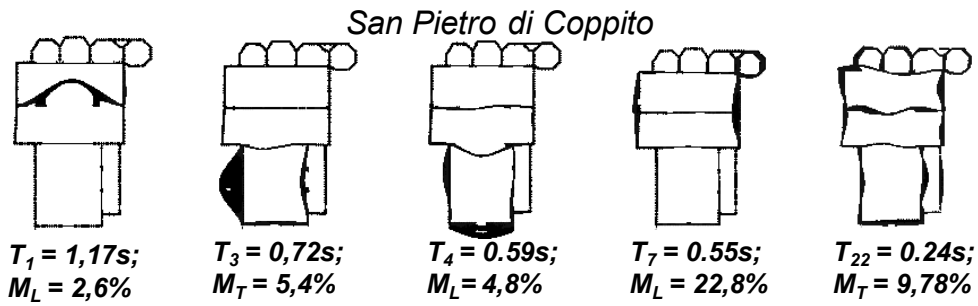


Figura 35: Deformate modali e periodi di vibrazione della chiesa di San Maria di Collemaggio.

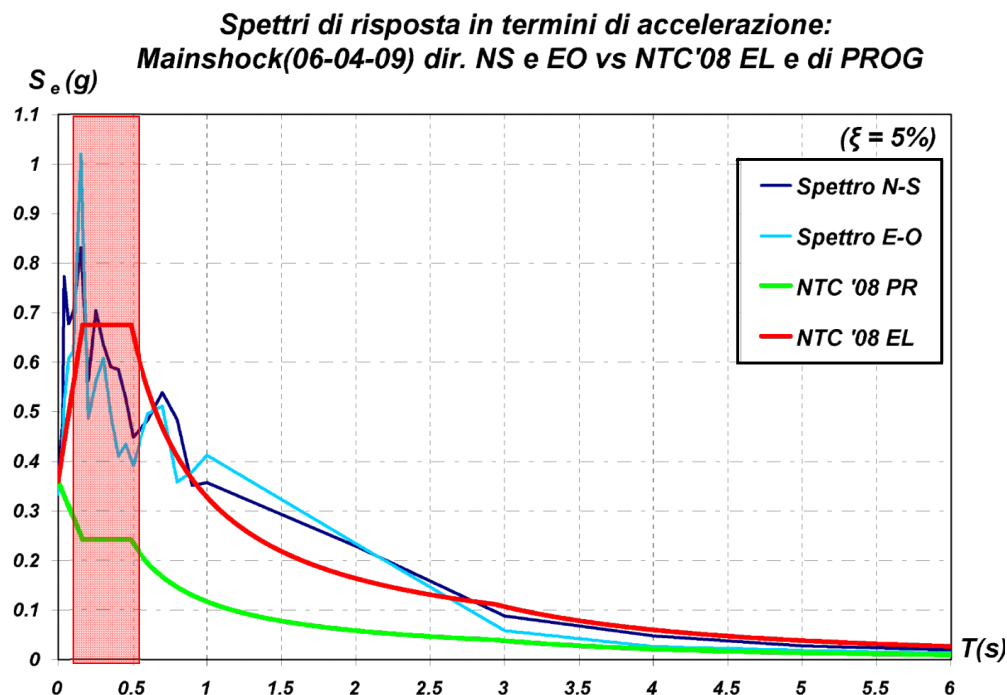


Figura 36: Concentrazione dei periodi in un range tra 0.1 e 0.6 sec.

5.5.2 Ripartizione delle azioni sismiche .

Di seguito per ciascuna chiesa si riporta la ripartizione del taglio tra i macroelementi nelle diverse condizioni di carico considerate. Nella Figura 37-38-39-40 sono riportate la ripartizione del taglio tra i diversi macroelementi, nella condizione di presenza e assenza di impalcato rigido e in direzione longitudinale e trasversale per le chiese di SMC, SG, SPC e SS. Per quanto concerne la ripartizione di tali azioni orizzontali, nelle figure che seguono sono riportate le distribuzioni delle sollecitazioni taglienti tra i diversi macroelementi che compongono le chiese in esame in assenza (SIR) ed in presenza (IR) di diaframmi rigidi. In particolare, i diagrammi hanno sull'asse delle ascisse le sigle identificative degli elementi strutturali e sull'asse delle ordinate il taglio F_i assorbito dai singoli elementi adimensionalizzato rispetto al taglio totale, con azione

sismica che investe la struttura in direzione trasversale (x) e longitudinale (y). Per ogni chiesa, negli istogrammi sono riportati due barre per ciascun elemento strutturale, relative rispettivamente all'analisi statica degli edifici senza (SIR) e con (IR) impalcato rigido. L'analisi dei risultati riportati nelle figure permette di derivare informazioni sulla distribuzione delle sollecitazioni tra gli elementi strutturali delle chiese nelle due ipotesi di modellazione. In direzione longitudinale, si nota come i macroelementi siano maggiormente sollecitati in presenza di impalcato rigido, rispetto al quale si leggono i maggiori contributi rispetto all'assorbimento dell'azione sismica. In presenza di impalcato si nota come si abbia un trasferimento e in direzione trasversale e in quella longitudinale delle azioni dagli elementi meno rigidi a quelli più rigidi. In direzione trasversale invece si nota come siano chiamati all'assorbimento del tagliante anche i macroelementi disposti in direzione longitudinale. Questo verrà confermato anche dall'analisi del contributo degli elementi fuori piano. Per le chiese prive di diaframma rigido (SIR), le analisi statiche in entrambe le direzioni, evidenziano una concentrazione di sollecitazioni negli elementi più rigidi. In particolare, col sisma in direzione trasversale, i maggiori cimenti si hanno negli elementi perimetrali, quali la facciata e l'abside, e nelle zone del transetto; in direzione longitudinale, le sollecitazioni maggiori si hanno in corrispondenza degli elementi perimetrali e nelle arcate di separazione tra la navata principale e quelle laterali. Le analisi delle chiese dotate di impalcato rigido (IR), mettono in evidenza la caratteristica del trasferimento delle azioni dagli elementi meno rigidi a quelli più rigidi. Gli elementi perimetrali, generalmente, assorbono un'aliquota maggiore rispetto al modello senza impalcato rigido. In definitiva, come ci si aspettava, i macroelementi che subiscono un incremento delle sollecitazioni per effetto dei diaframmi rigidi di piano sono quelli perimetrali, mentre tutti gli altri elementi, meno rigidi, presentano una riduzione di sollecitazione. In Figura 40, 41, 42 e 43 invece, si riporta il confronto in termini di V_i/V_{tot} , ossia taglio del singolo macroelemento e taglio totale, confrontando i valori per la componente dello spettro N-S e per quella E-O con le azioni calcolate con la norma attuale. Sia per la componente E-O che per quella

N-S sembrerebbe che le azioni calcolate con la normativa sismica siano alquanto cautelative. Infatti nella maggior parte dei casi la percentuale riportata dal calcolo dell'azione con le forme della norma, siano maggiori rispetto alla richiesta connessa al terremoto. Ma, In Figura 44,45,46,47 si riporta l'effettivo confronto tra le azioni delle due componenti spettrali rispetto alla richiesta elastica che otteniamo con lo spettro di progetto della norma. Lo spettro di progetto, quello cioè con il quale si può progettare, per le strutture in muratura indica un coefficiente di riduzione pari a 2.8. Dall'analisi dei risultati si vede come la richiesta del terremoto sia nettamente superiore al taglio richiesto dalle azioni calcolate con lo spettro di progetto della norma. Questo ci induce a pensare, confermandolo poi dopo il confronto tra la capacità dei singoli macroelementi calcolata con l'analisi non lineare che il coefficiente di struttura per le strutture in muratura sia eccessivamente sottostimato. In generale però, le chiese per quanto abbiano subito danni ingenti sono comunque in piedi, il che ci consente di dire che le regole dell'arte con le quali sono state costruite e i coefficienti di sicurezza in genere usati per le strutture in muratura siano comunque adeguati alla progettazione. In Figura 48, vengono riportati i valori generali dei tagli totali in termini di V/W_{tot} in direzione trasversale e longitudinale, con un istogramma in cui vengono confrontate due barre una relativa alla richiesta del terremoto, l'altra alla richiesta della norma NTC'08. Si nota come in entrambe le direzioni i taglianti del terremoto sono molto più gravosi rispetto alle richieste della norma per tutte le chiese.

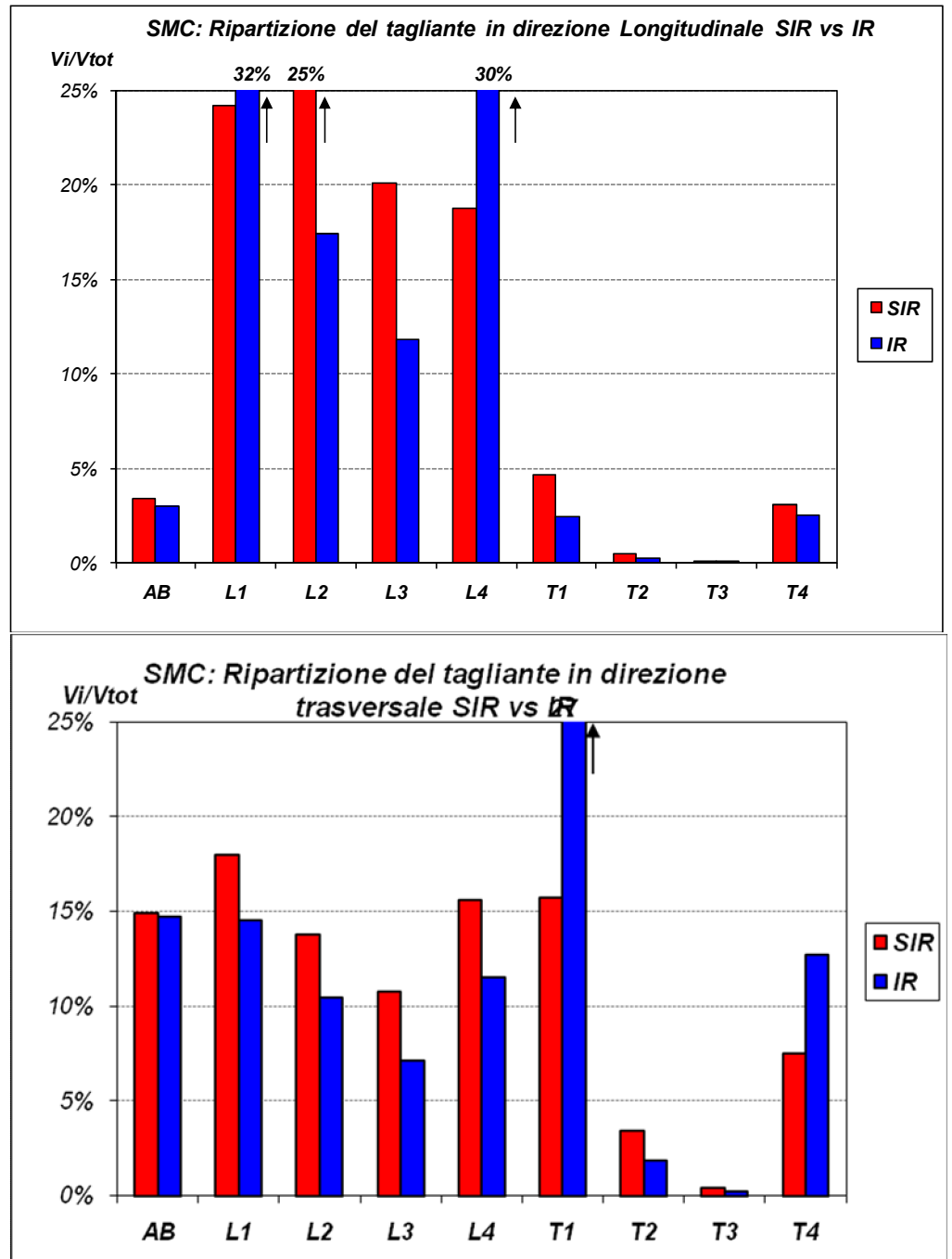


Figura 37: Ripartizione del taglio sismico tra i diversi macroelementi chiesa di SMC

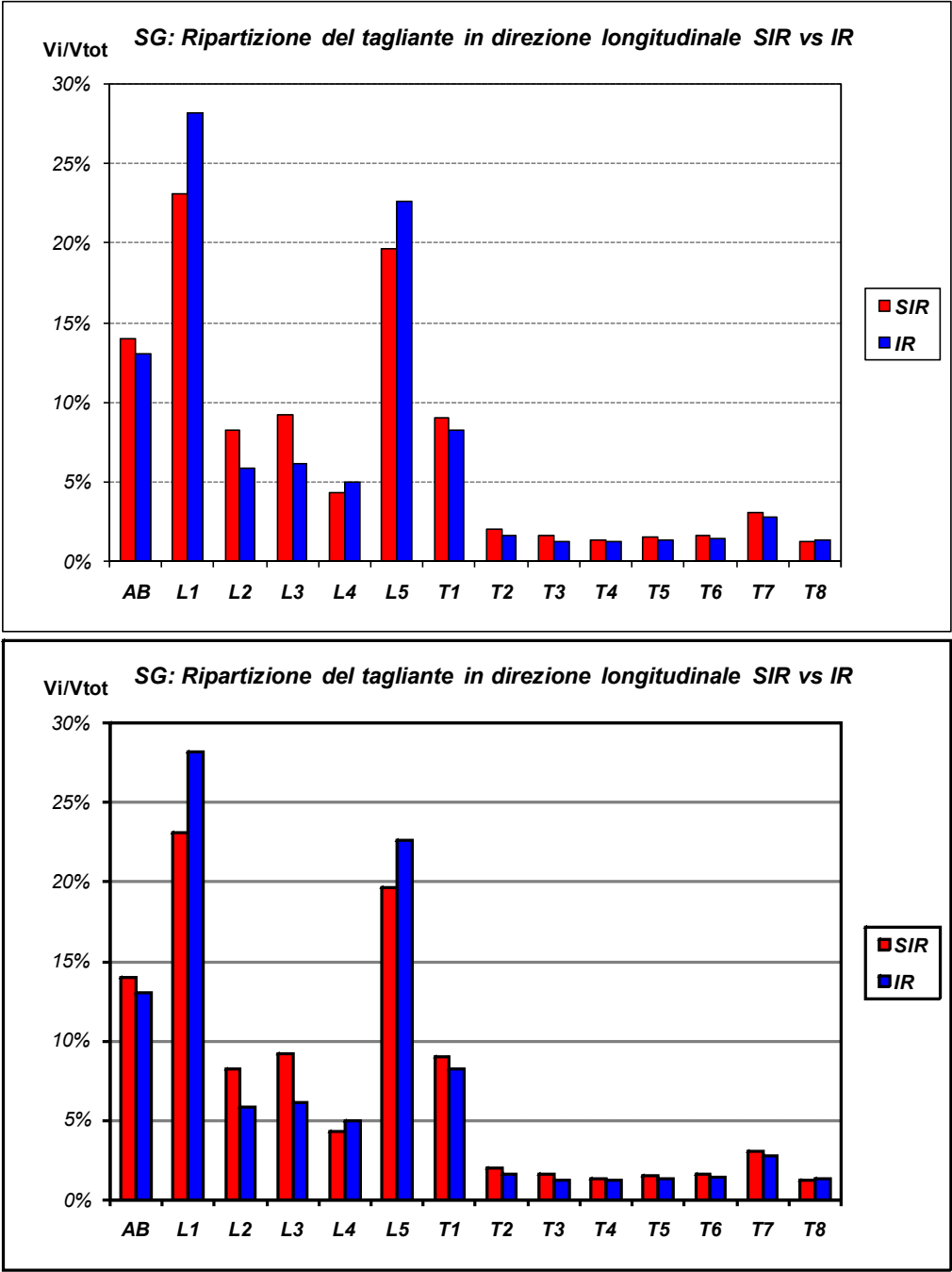


Figura 38:Ripartizione del taglio sismico tra i diversi macroelementi chiesa di SG

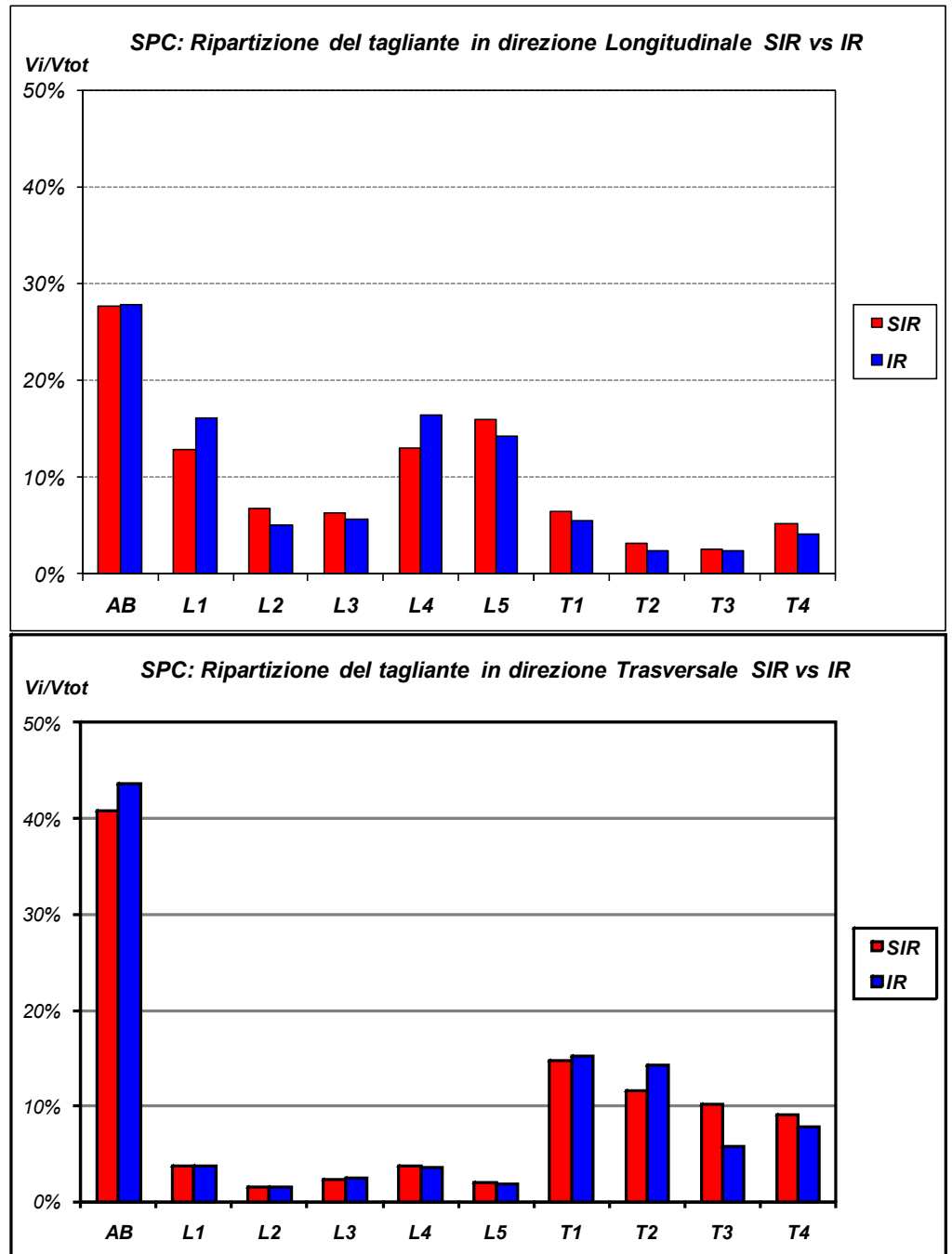


Figura 39: Ripartizione del taglio sismico tra i diversi macroelementi chiesa di SPC

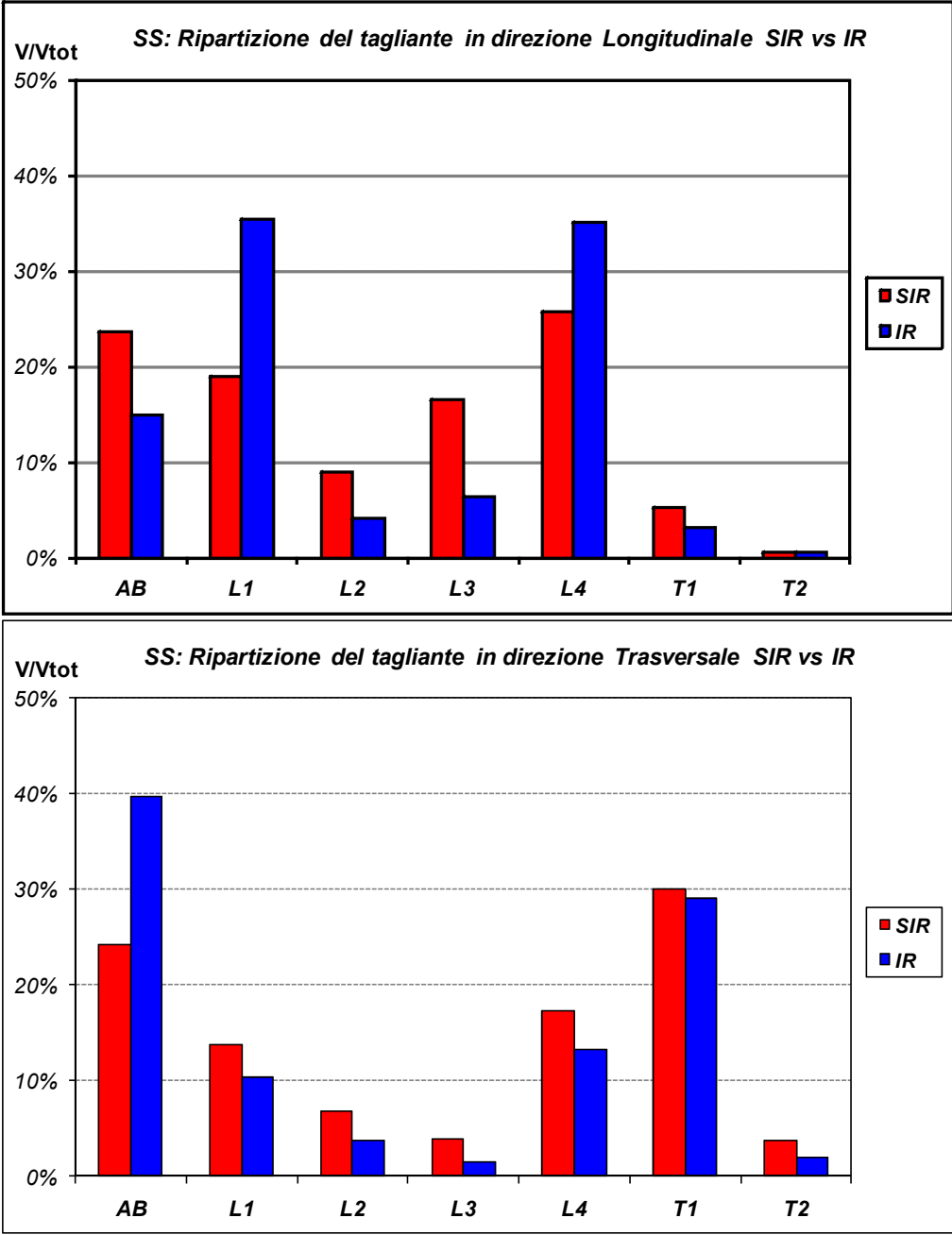


Figura 40:Ripartizione del taglio sismico tra i diversi macroelementi chiesa di SS

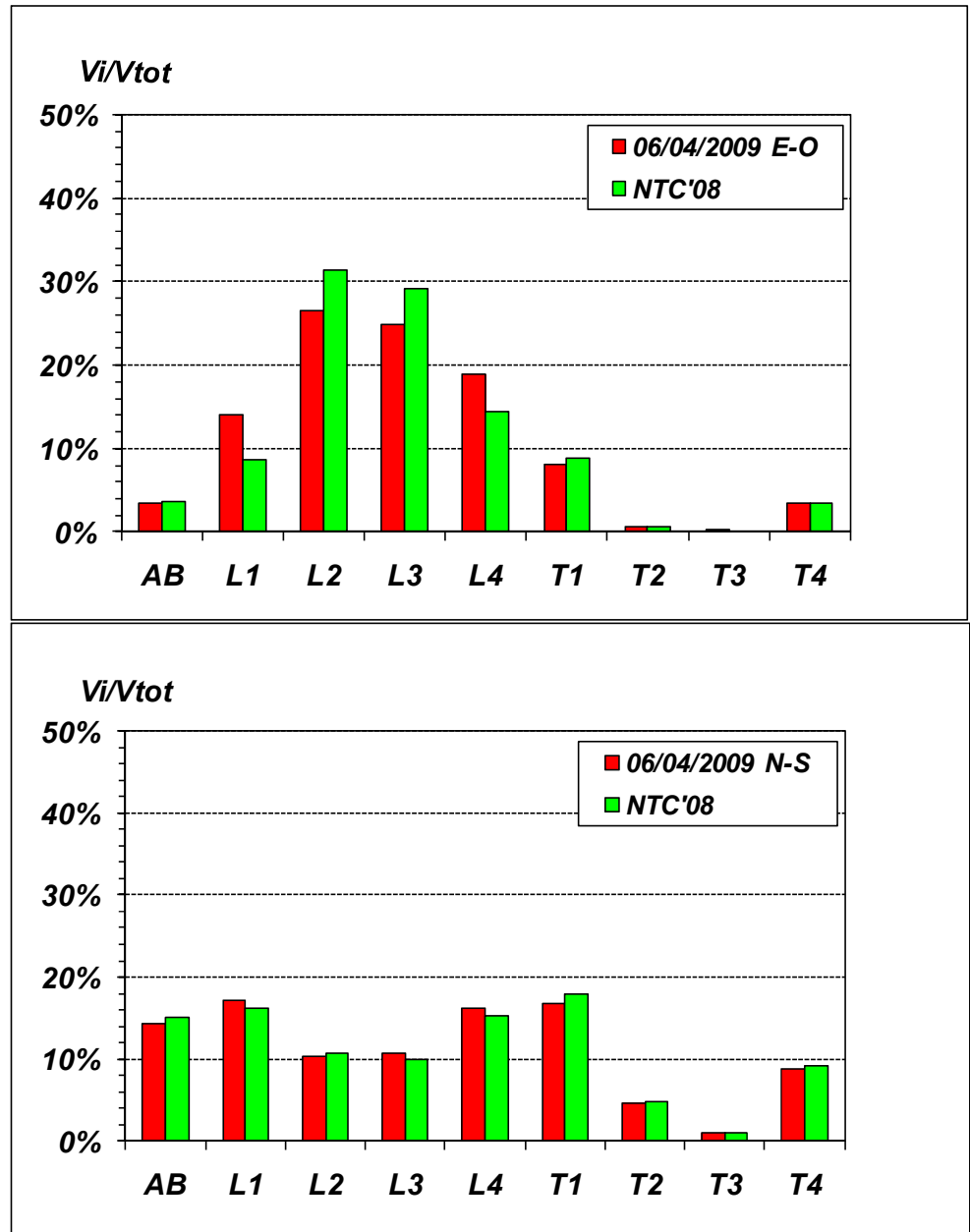


Figura 40: Confronto tra la richiesta sismica del terremoto per le componenti N-S e E-O e quella relativa allo spettro elastico della norma NTC'08 tra i diversi macroelementi chiesa di SMC

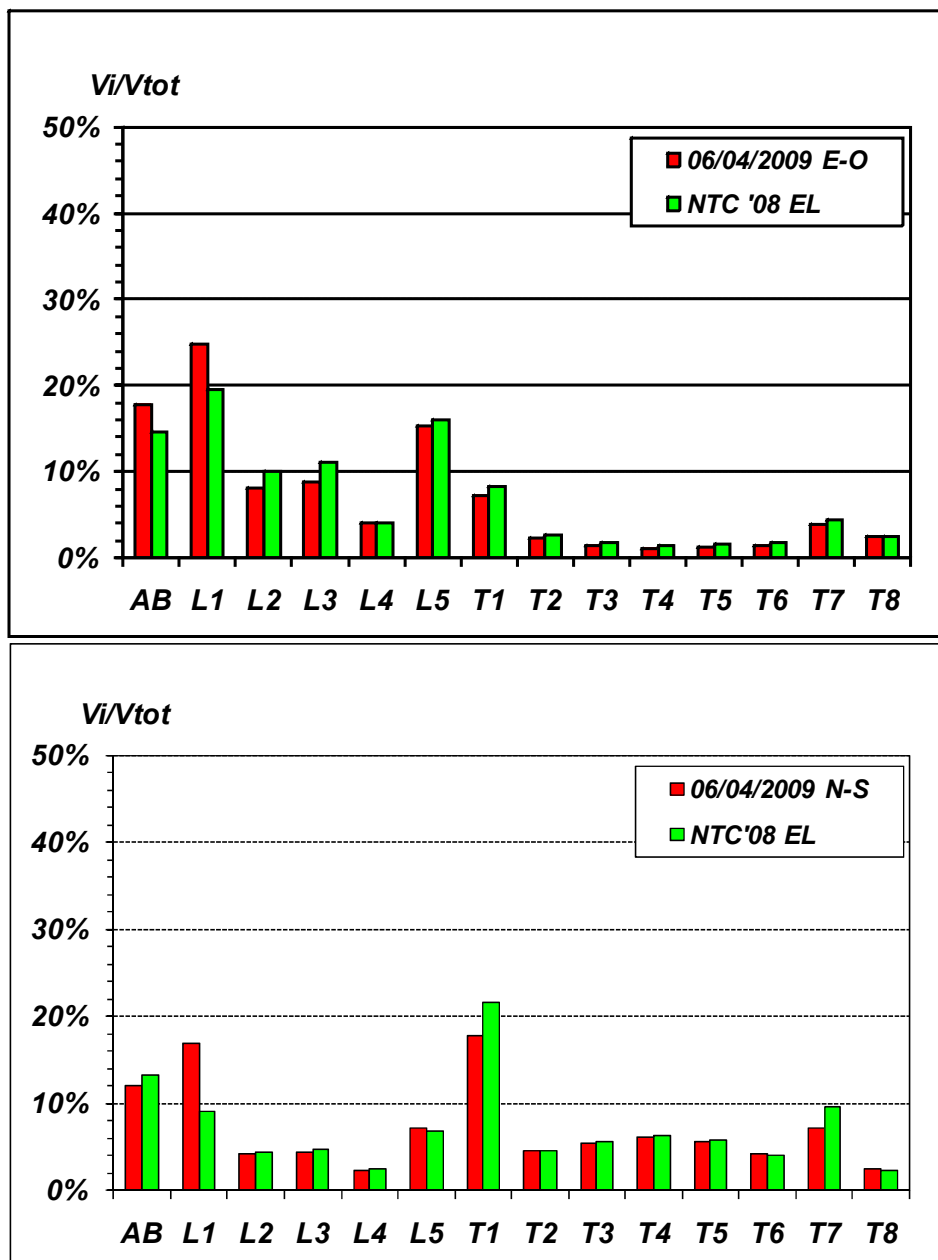


Figura 41: Confronto tra la richiesta sismica del terremoto per le componenti N-S e E-O e quella relativa allo spettro elastico della norma NTC'08 tra i diversi macroelementi chiesa di SG

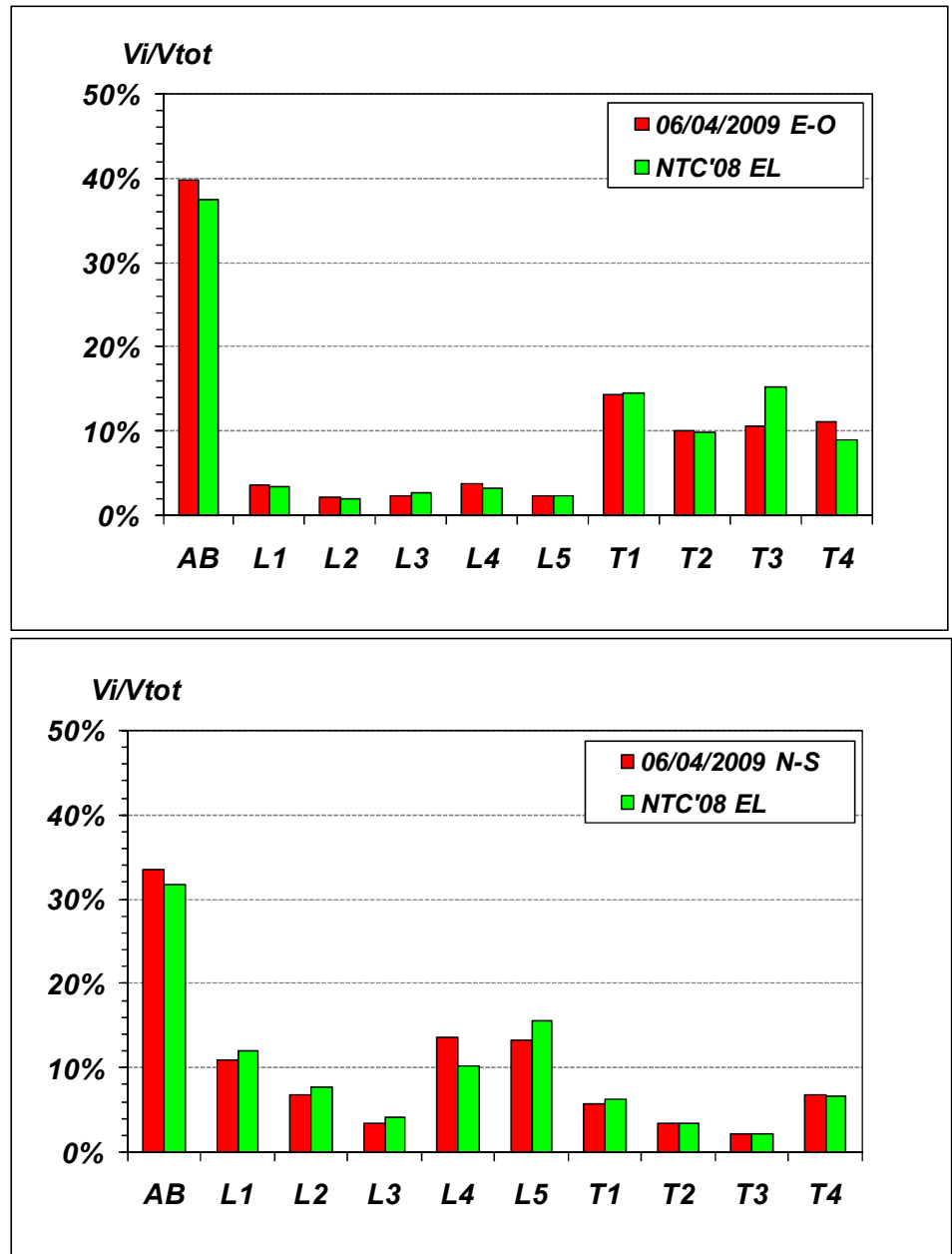


Figura 42: Confronto tra la richiesta sismica del terremoto per le componenti N-S e E-O e quella relativa allo spettro elastico della norma NTC'08 tra i diversi macroelementi chiesa di SPC

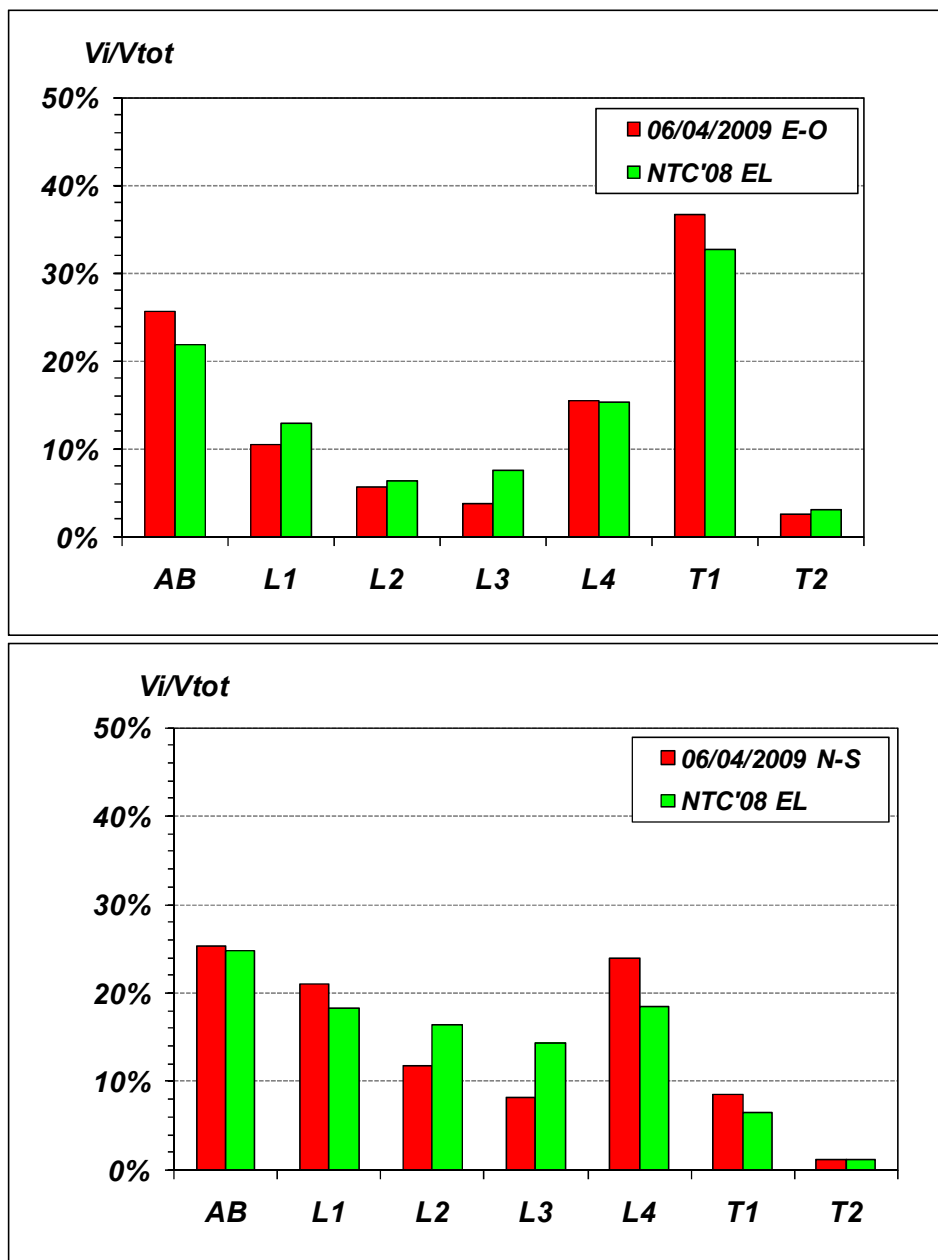


Figura 43: Confronto tra la richiesta sismica del terremoto per le componenti N-S e E-O e quella relativa allo spettro elastico della norma NTC'08 tra i diversi macroelementi chiesa di SS

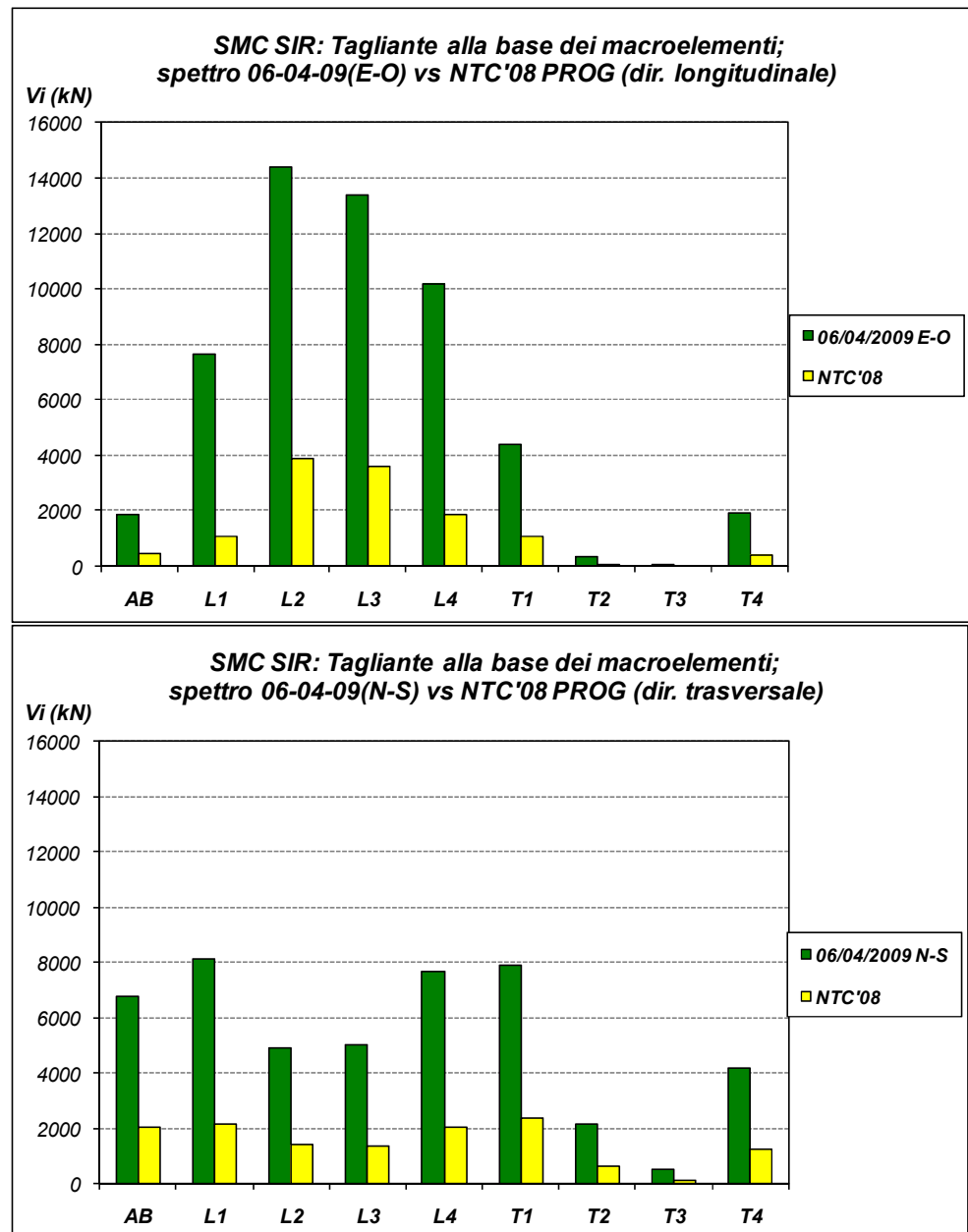


Figura 44: Confronto tra la richiesta sismica del terremoto per le componenti N-S e E-O e quella relativa allo spettro di progetto della norma NTC'08 tra i diversi macroelementi chiesa di SMC

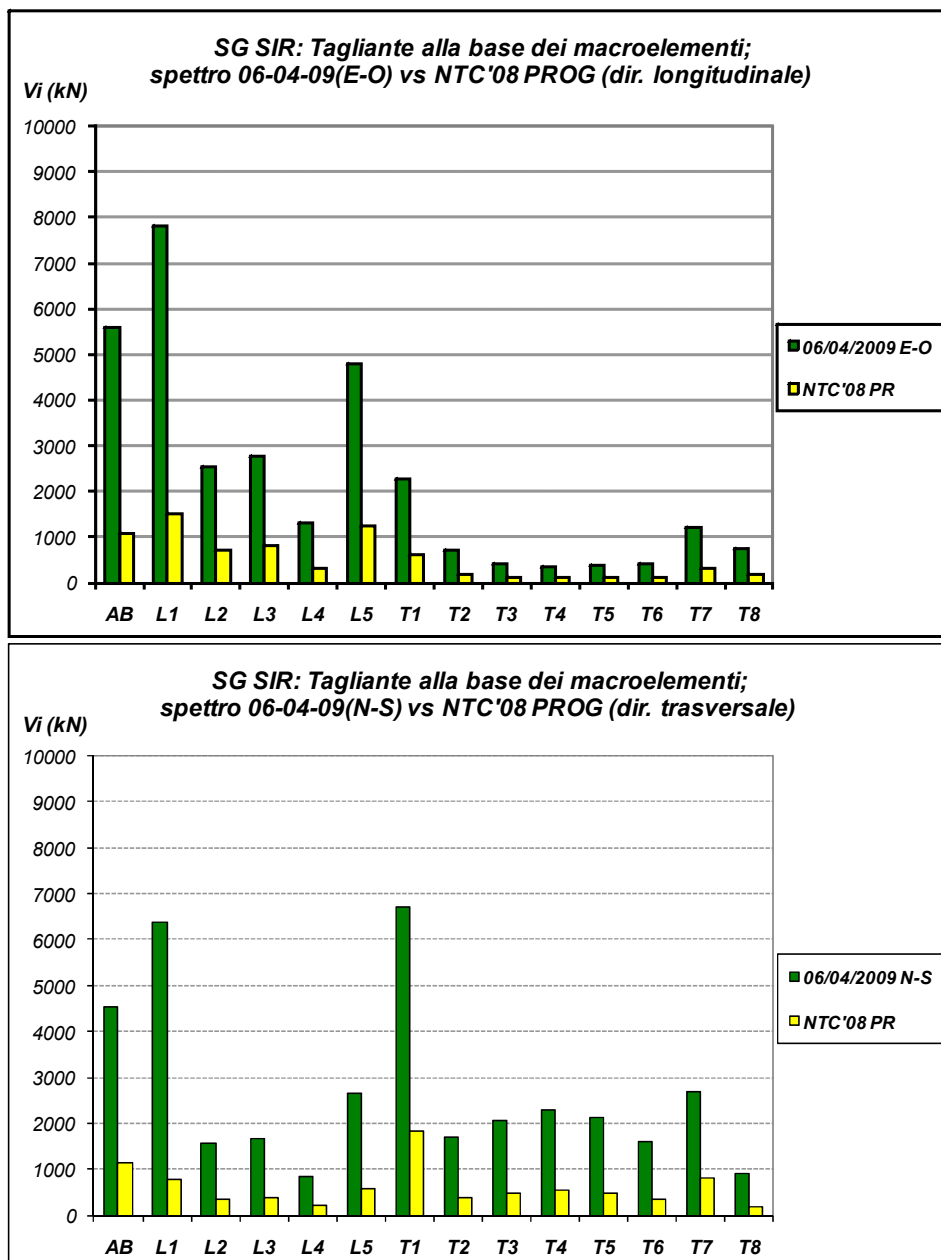


Figura 45: Confronto tra la richiesta sismica del terremoto per le componenti N-S e E-O e quella relativa allo spettro di progetto della norma NTC'08 tra i diversi macroelementi chiesa di SG

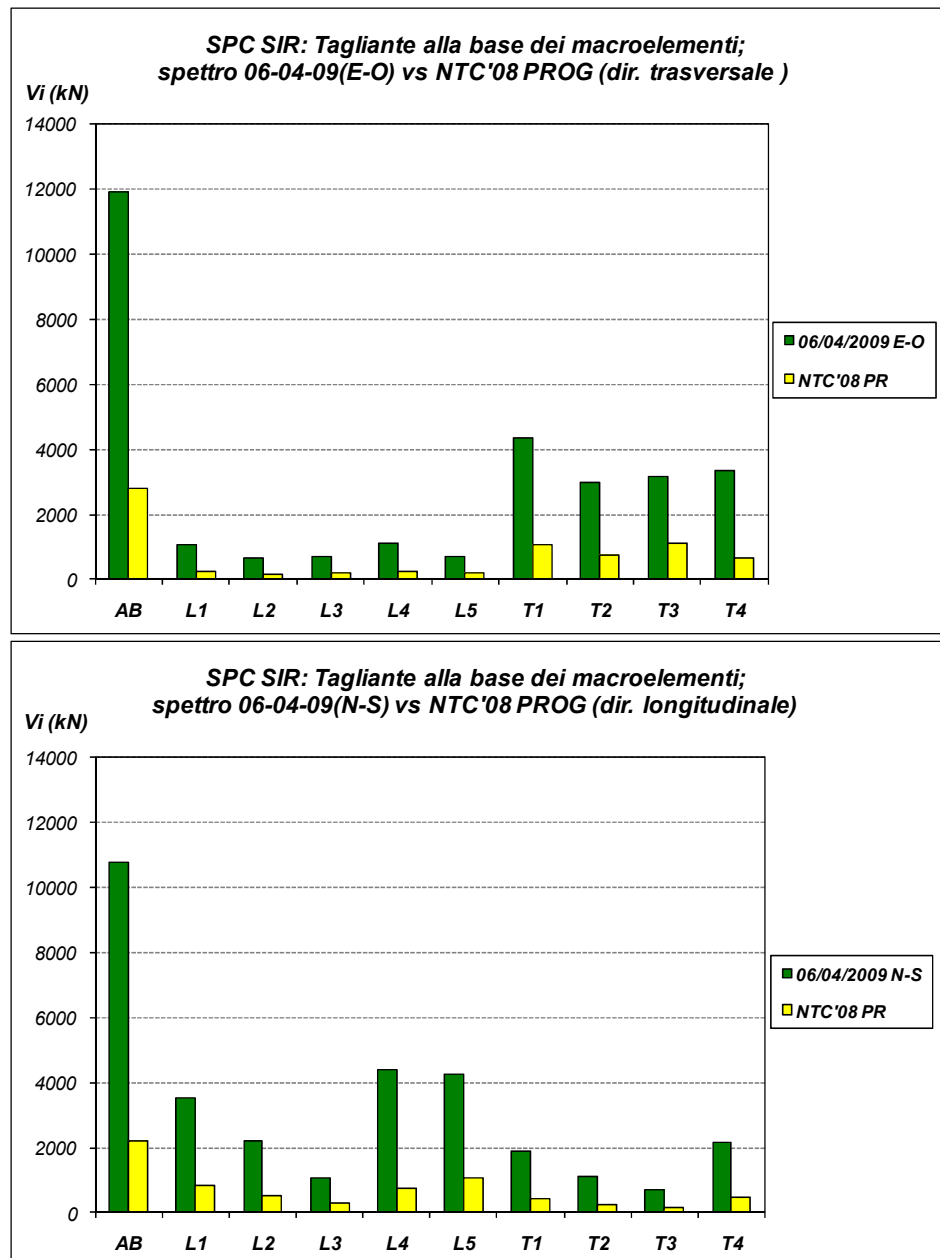


Figura 46: Confronto tra la richiesta sismica del terremoto per le componenti N-S e E-O e quella relativa allo spettro di progetto della norma NTC'08 tra i diversi macroelementi chiesa di SPC

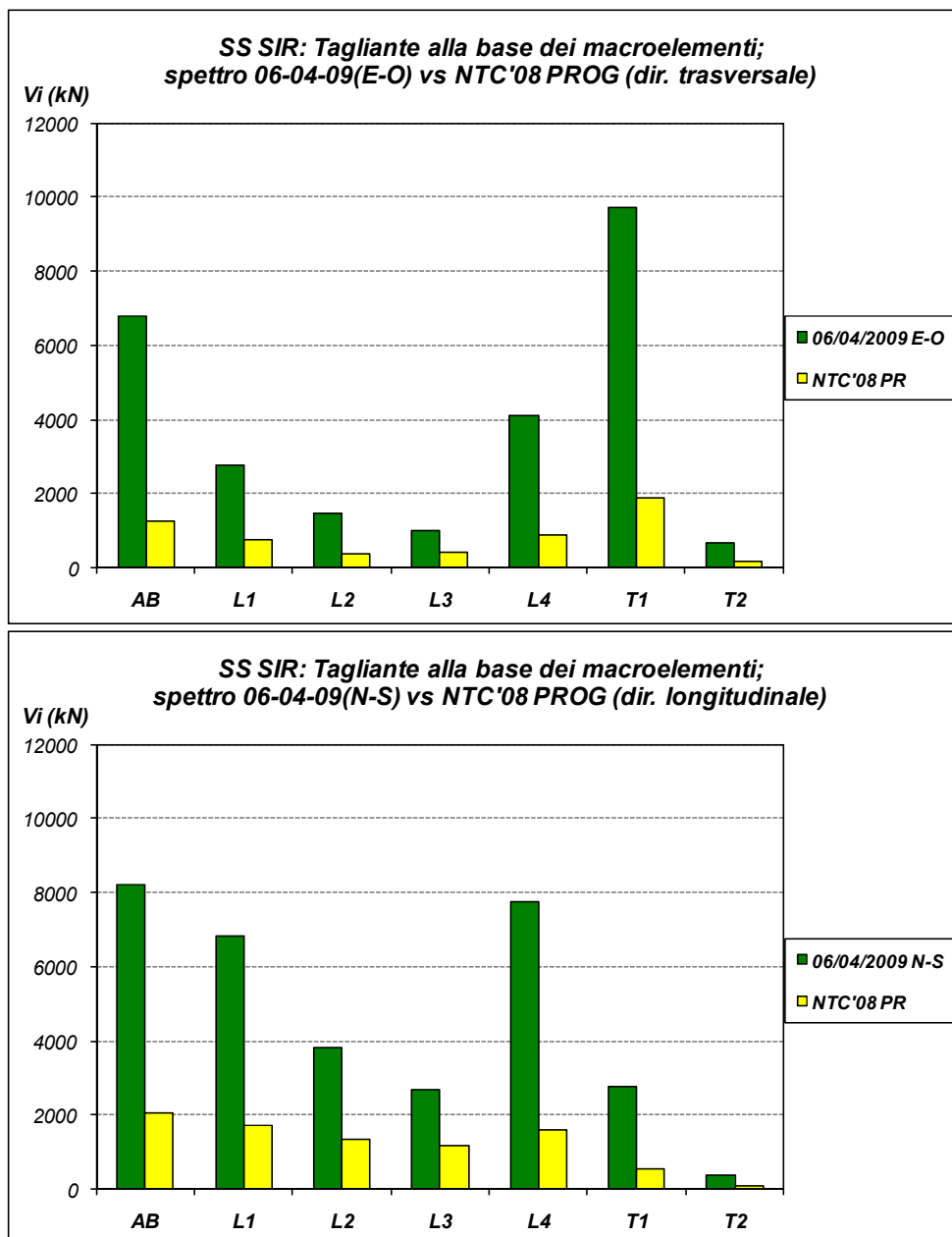


Figura 47: Confronto tra la richiesta sismica del terremoto per le componenti N-S e E-O e quella relativa allo spettro di progetto della norma NTC'08 tra i diversi macroelementi chiesa di SS

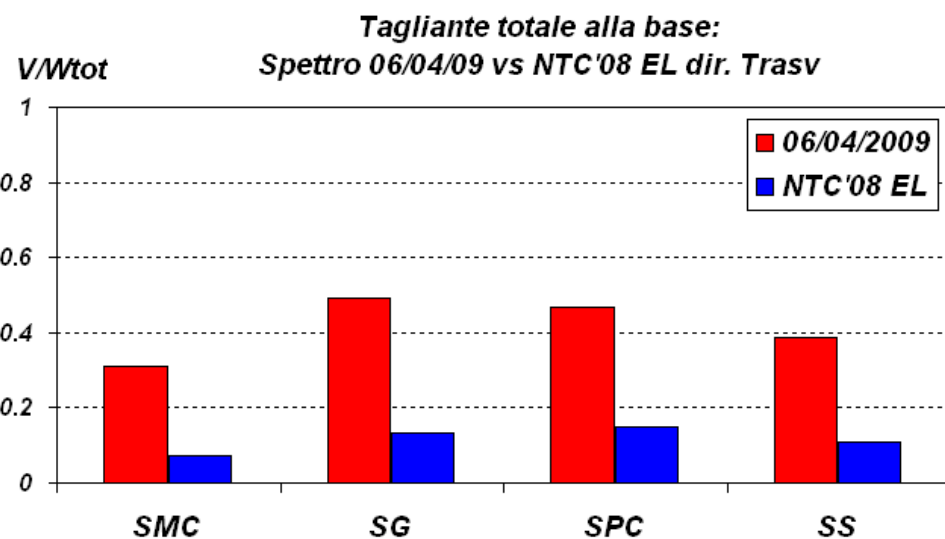
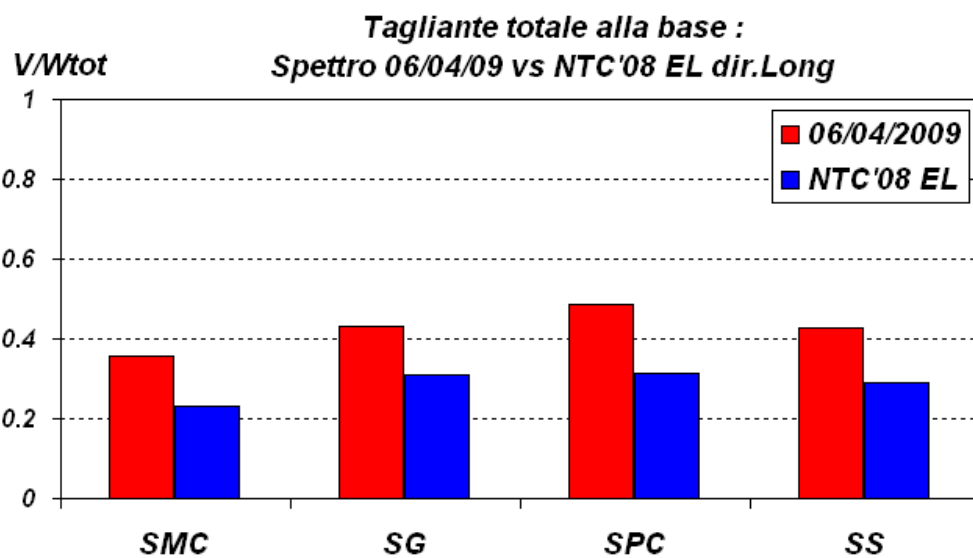


Figura 48: Confronto tra i taglianti totali del terremoto e quelli della norma alla base per ciascuna chiesa.

5.5.3 Contributo elementi fuori piano

Dalle analisi effettuate sui dieci casi di studio si può desumere contributo offerto dagli elementi ortogonali alla direzione del sisma.

Tali contributi si possono rilevare dagli istogrammi delle figure precedenti e dalla Figura 49. Dall'osservazione generale dei risultati, si nota come non è possibile trascurare il contributo degli elementi fuori piano che contribuiscono per aliquote anche elevate all'assorbimento del carico sismico.

In particolare in direzione trasversale per tutte e quattro le chiese risulta particolarmente gravoso, addirittura nella chiesa di SMC il contributo del fuori piano è del 58%, mentre per la chiesa di SS il contributo risulta del 42%. In direzione longitudinale, l'effetto è meno rilevante, dovuto soprattutto alla rigidità degli elementi longitudinali che caratterizzano le chiese. Nel caso di SG e SS, il contributo degli elementi ortogonali è meno forte ma ancora una volta non trascurabile come si evince dalla Figura 49.

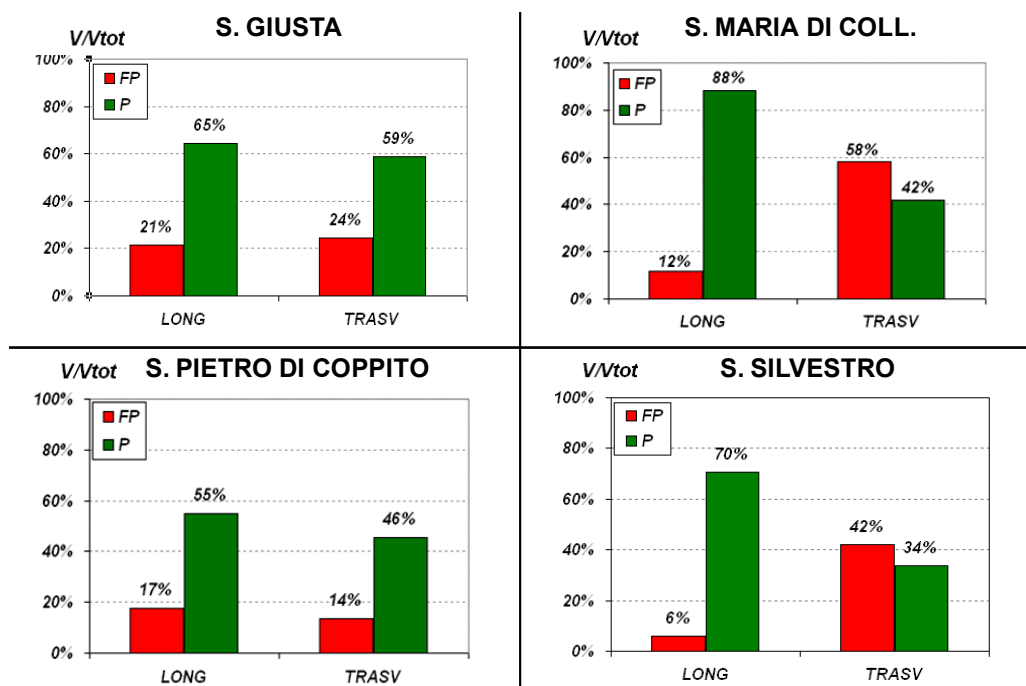


Figura 49: Contributo degli elementi fuori piano.

5.6 ANALISI NON LINEARI.

Concluso il primo step della procedura “a due passi”, che ha fornito importanti

indicazioni circa la ripartizione dell’azione sismica, in questo paragrafo, così come già fatto nel capitolo I per le chiese di Napoli, si passa alla seconda fase della procedura che consiste nel sottoporre ciascuno dei macroelementi che costituiscono l’organismo strutturale delle chiese, ad analisi non lineari agli elementi finiti.

Le analisi FEM sugli elementi bidimensionali sono state condotte utilizzando il codice di calcolo ABAQUS (HKS 2004) con il modello di materiale “a

fessurazione diffusa”. Lo scopo di queste analisi è quello di ricavare per ciascun macroelemento una previsione del comportamento fino alla condizione di rottura, ovvero, di valutare il moltiplicatore λ delle forze orizzontali che porta al collasso dell’elemento stesso.

Ovviamente, ci riferiremo ai risultati ottenuti nel Capitolo IV, nel quale abbiamo individuato i parametri per la modellazione del materiale muratura, ossia σ_c e σ_t , pari a 20Kg/cmq e 1 Kg/cmq. I macroelementi analizzati sono stati riuniti nelle classi individuate già nel capitolo 1.

5.6.1 Facciate

Nella Figura 50 si riportano per le facciate delle quattro chiese in esame, le curve di pushover e le configurazioni deformate con rappresentazione vettoriale del tensore di tensione in corrispondenza dell’ultimo incremento di carico.

Dall’esame delle curve carico-spostamento, si evince un comportamento sensibilmente lineare fin quasi al raggiungimento della resistenza massima. La rappresentazione vettoriale delle tensioni mostra chiaramente la tendenza alla formazione di puntoni nelle zone di fascia sovrastante l’apertura centrale e nel maschio sottovento. Le facciate sono caratterizzate, in quanto elementi tozzi, da meccanismi di rottura a taglio come si nota dai puntoni interessati da deformazioni plastiche. Nella chiesa di SS, la presenza del campanile riduce notevolmente la capacità del macroelemento di

resistere alle azioni del sisma, in quanto all'attacco con la parete sottostante si nota uno scollamento del campanile rispetto alla facciata.

Le curve che presentano un andamento lineare sono essenzialmente simili tra di loro. La facciata di SPC è quella che offre il maggiore contributo, dovuto anche alla compattezza della geometria del macroelemento. La minima portanza è del 31% mentre la massima è del 46%.

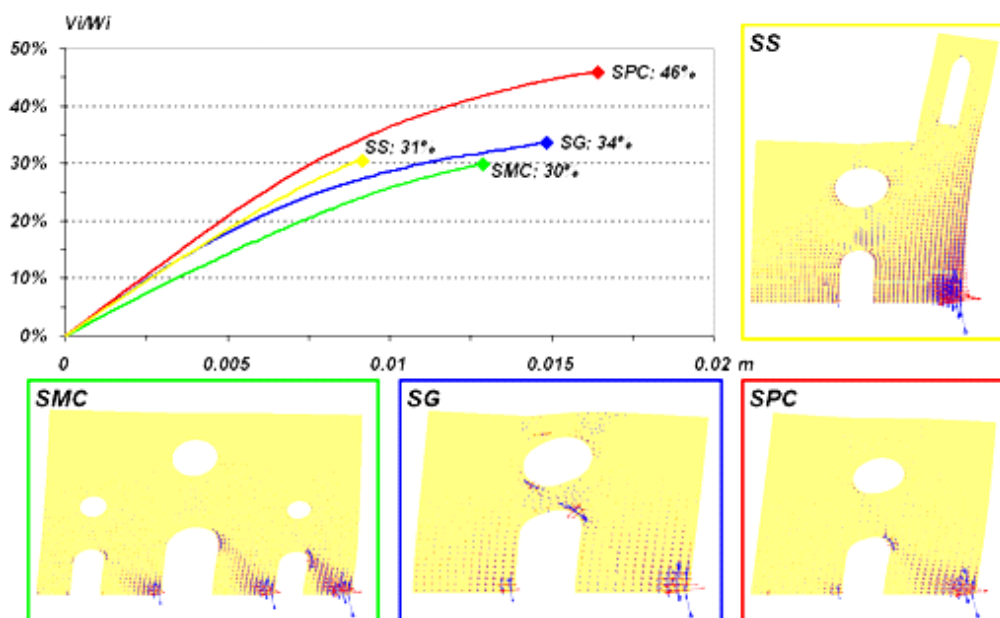


Figura 51: Curve push-over e deformate plastiche dei macroelementi di facciata.

5.6.2 Primo arco trionfale e Secondo arco trionfale.

Nelle figure che seguono si riportano, per il macroelemento primo arco trionfale delle quattro chiese in esame, le curve di pushover e le configurazioni deformate con rappresentazione vettoriale del tensore di tensione in corrispondenza dell'ultimo incremento di carico.

Per la chiesa di SS, il macroelemento non è definito e quindi in Figura 51 si riportano i soli macroelementi di SG, SMC e SPC. Le curve convenzionali mostrano un andamento pressoché lineare, fino al

raggiungimento della massima resistenza. A riguardo bisogna dire che le analisi si arrestano probabilmente a seguito dell'apertura delle lesioni, come è possibile desumere dalla rappresentazione vettoriale del tensore di tensione, ma dall'andamento fornito, marcatamente lineare, ci si pone qualche riserva sul fatto che quel valore d'arresto sia poi effettivamente la resistenza massima che i macroelementi possano fornire. Difatti, una volta attinta la fessurazione, le analisi non possono più procedere in quanto si dovrebbe prevedere un cambiamento di geometria che permetta di aprire effettivamente tali fessure.

Tale possibilità non è consentita nel tipo di modello adottato, che porta in conto il processo fessurativo interamente per via costitutiva, mantenendo la geometria fissa. Il meccanismo di collasso che si attiva caratterizza la formazione di cerniere alla base delle pile, e nell'intradosso dell'arco.

La portanza si mantiene in un range tra il 5% e l'11%. Il macroelemento di SMC che risulta globalmente più snello è quello che attinge a rottura prima degli altri due.

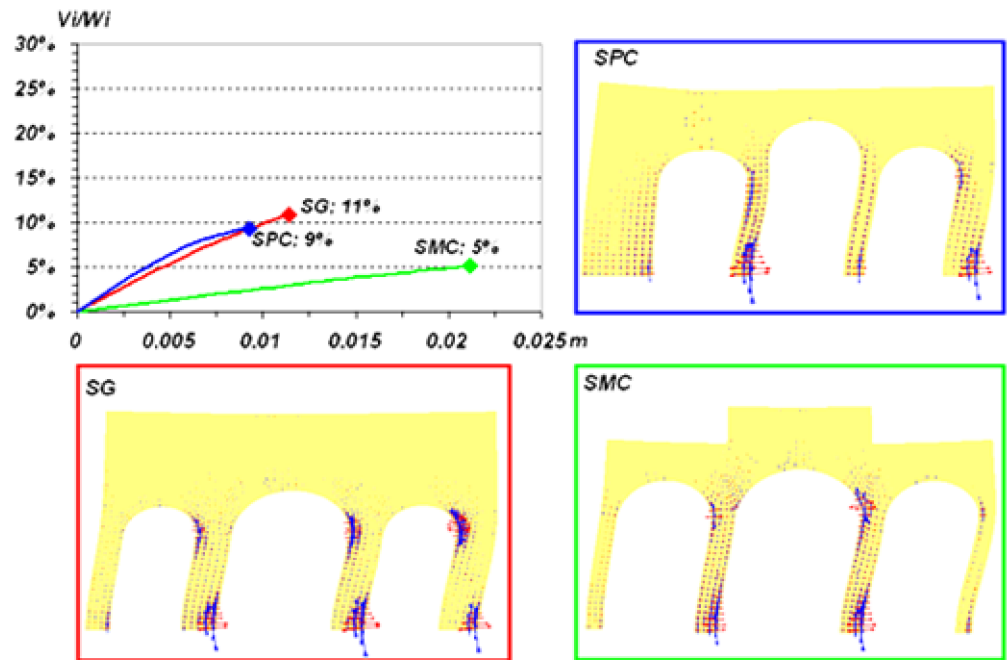


Figura 52: Curve push-over e deformate plastiche primo arco trionfali.

In Figura 53, si riportano i risultati relativi al secondo arco trionfale. I meccanismi di danno sono simili a quelli ricavati per il primo arco trionfale, anche se aumenta la capacità perché gli elementi risultano essere più tozzi. In particolare per la chiesa di SPC si raggiunge una massima resistenza del 42%, dovuta alla grossezza delle colonne dell'arco.

I valori medi si mantengono nell'intervallo di 5%-14%.

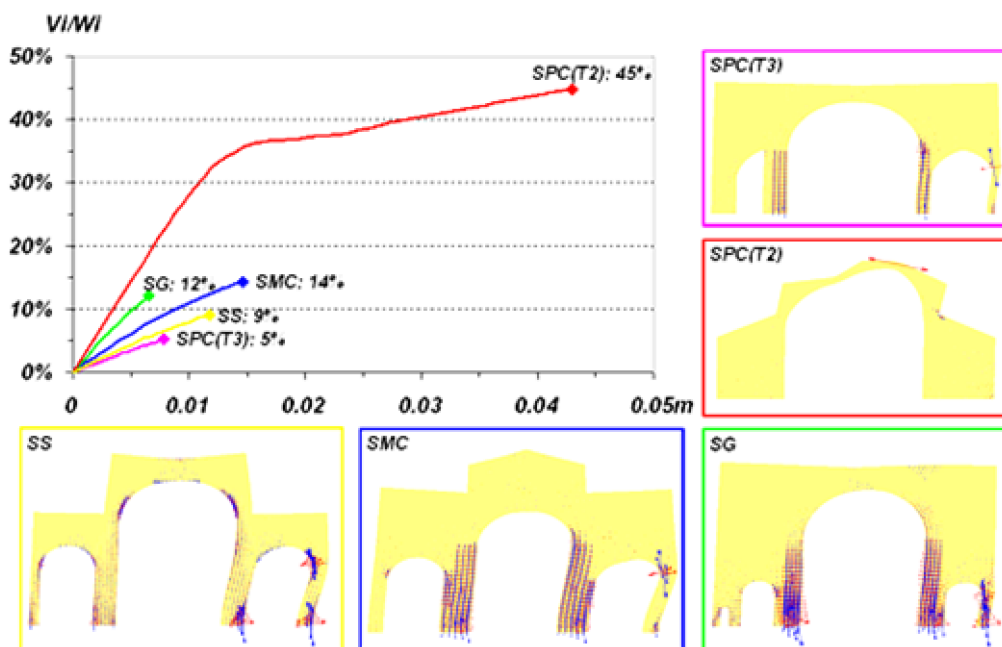


Figura 53: Curve push-over e deformate plastiche secondo arco trionfali.

5.6.3 Prospetto longitudinale esterno.

In Figura 54, si riportano i risultati sulle analisi dei prospetti longitudinali esterni. Le curve di pushover mostrano un andamento lineare fin quasi al raggiungimento della massima resistenza, seguito da un decadimento più o meno repentino a seconda dei casi.

La curve hanno un andamento molto simile, e la capacità è compresa nell'intervallo 49%-120%. In particolare, i macroelementi mostrano il comportamento a rottura di un pannello tozzo, con le cerniere disposte alla base del macroelemento.

5.6.4 Arcata longitudinale interna.

In Figura 55 si riportano le curve push-over e i tensori di deformazione plastica delle arcate longitudinali interne delle chiese. Si nota come i meccanismi mettano in evidenza che il collasso avviene principalmente per rottura dei pilastri presso inflessi. La capacità di resistere alle azioni diminuisce quando lo spessore delle colonne diventa esiguo come nel caso della chiesa di SMC sia che l'azione provenga da sinistra che da destra. I valori dei moltiplicatori variano dal 5% al 25%. Le curve mostrano un andamento lineare fino a rottura ad eccezione della chiesa di SG in cui la curva sembra spingersi anche in campo plastico.

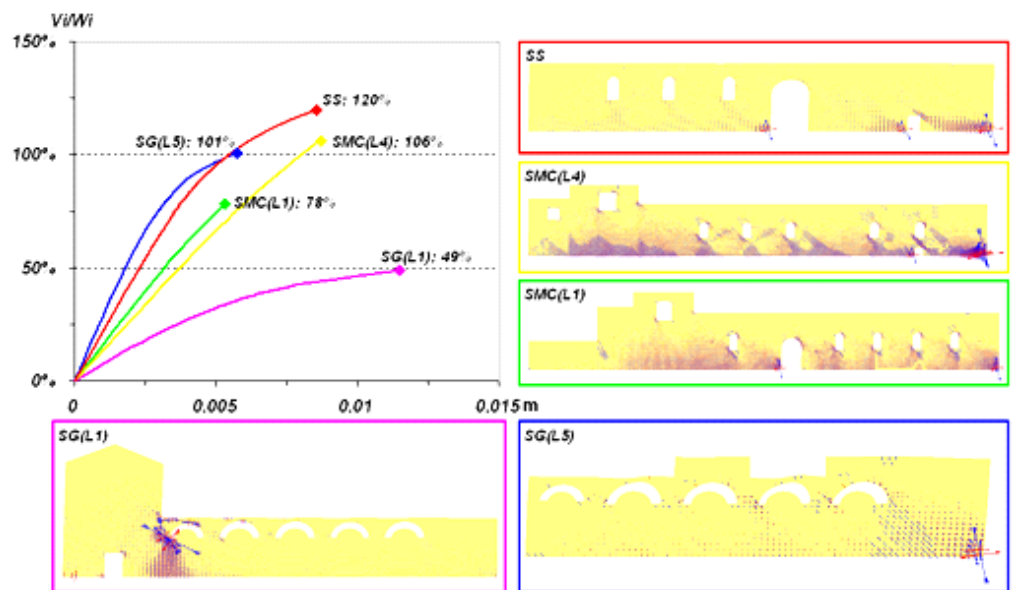


Figura 54: Curve push-over e deformate plastiche prospetto longitudinale esterno.

5.6.5 capacità' vs richiesta: analisi della prevedibilità del danno.

Negli istogrammi delle figure che seguono è riportato il confronto tra le richieste elastiche e le capacità, adimensionalizzate rispetto al peso totale W_i del macroelemento. Nella maggior parte dei casi, la capacità sismica indicata con la barra relativa alla dicitura ASNL ha sempre un valore

inferiore alla richiesta elastica relativa alle forze calcolate con le accelerazioni del sisma reale. Rispetto invece alla norma, in generale la richiesta di progetto è inferiore alla capacità il che farebbe predire un buon comportamento del macroelemento. Anche per gli elementi di facciata, per i quali si prevede una maggiore capacità di resistenza alle azioni, si nota che la capacità è inferiore rispetto alla richiesta elastica. Gli istogrammi sono relativi alla condizione di presenza di impalcato rigido, che da un lato porta benefici in quanto riduce le sollecitazioni nei macroelementi interni, dall'altro porta a caricare i macroelementi più rigidi, che pertanto possono diventare vulnerabili in presenza dei diaframmi rigidi. Le Figura 56 mostra gli istogrammi di confronto.

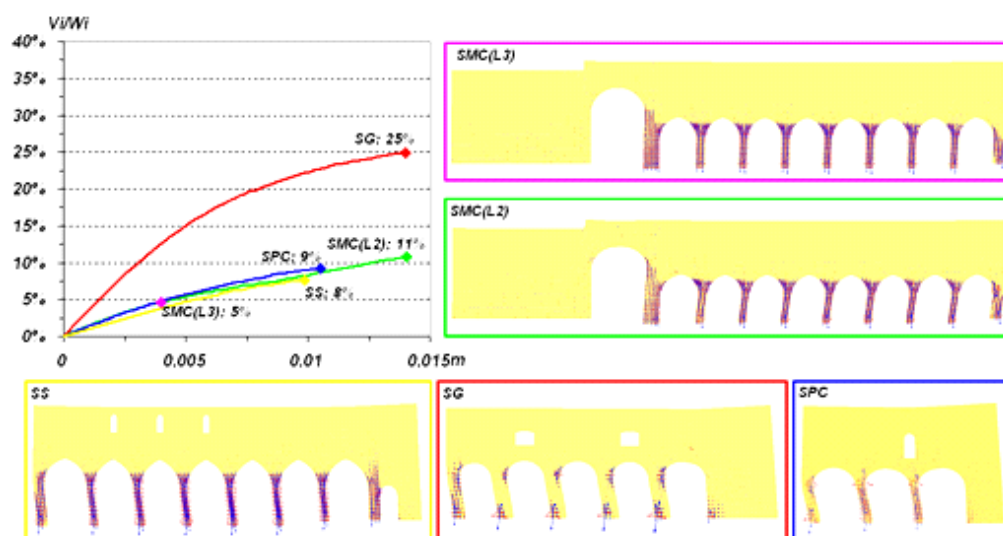
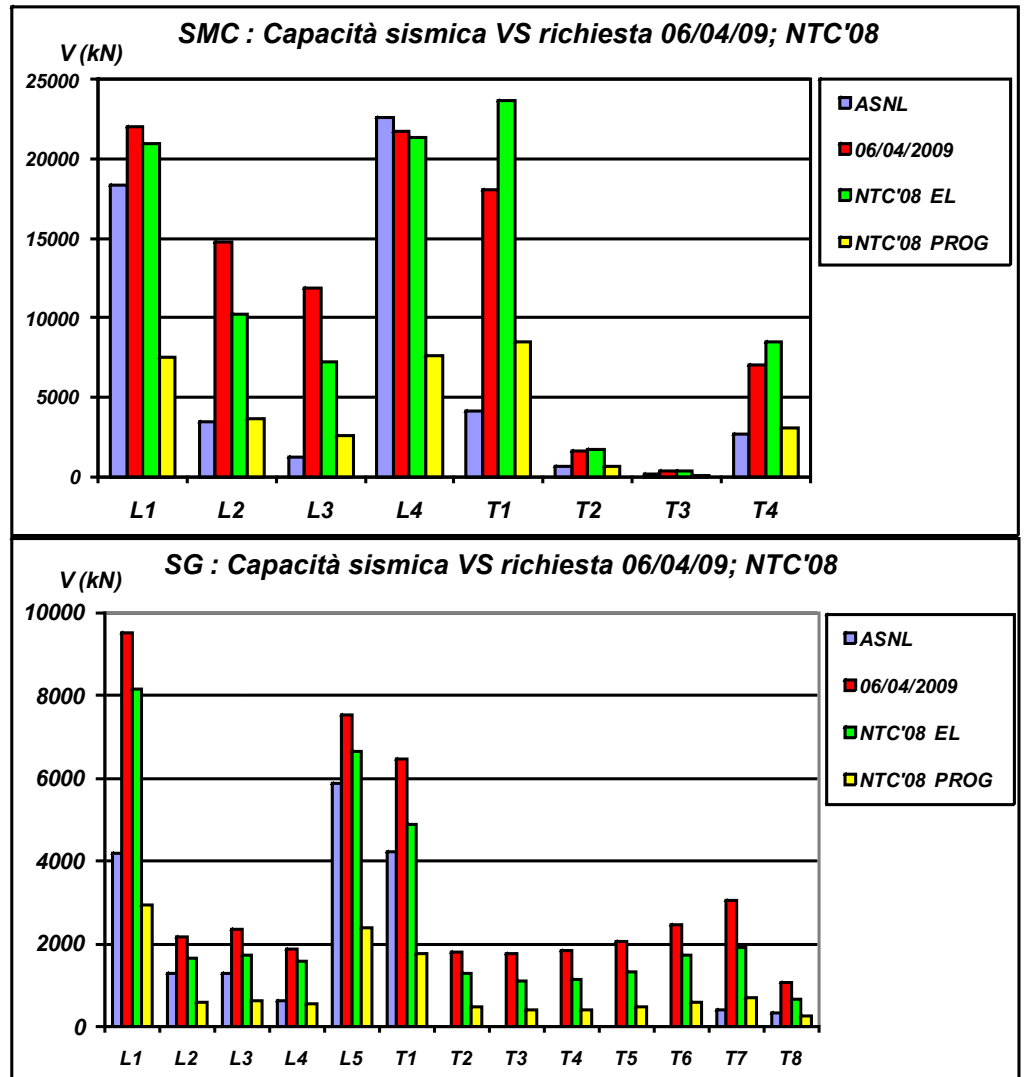


Figura 55: Curve push-over e deformate plastiche prospetto longitudinale esterno.

L'osservazione del danno subito dai macroelementi delle chiese ci ha spinto a valutare se fosse possibile con gli strumenti in nostro potere di prevedere il danno sismico di alcuni macroelementi.



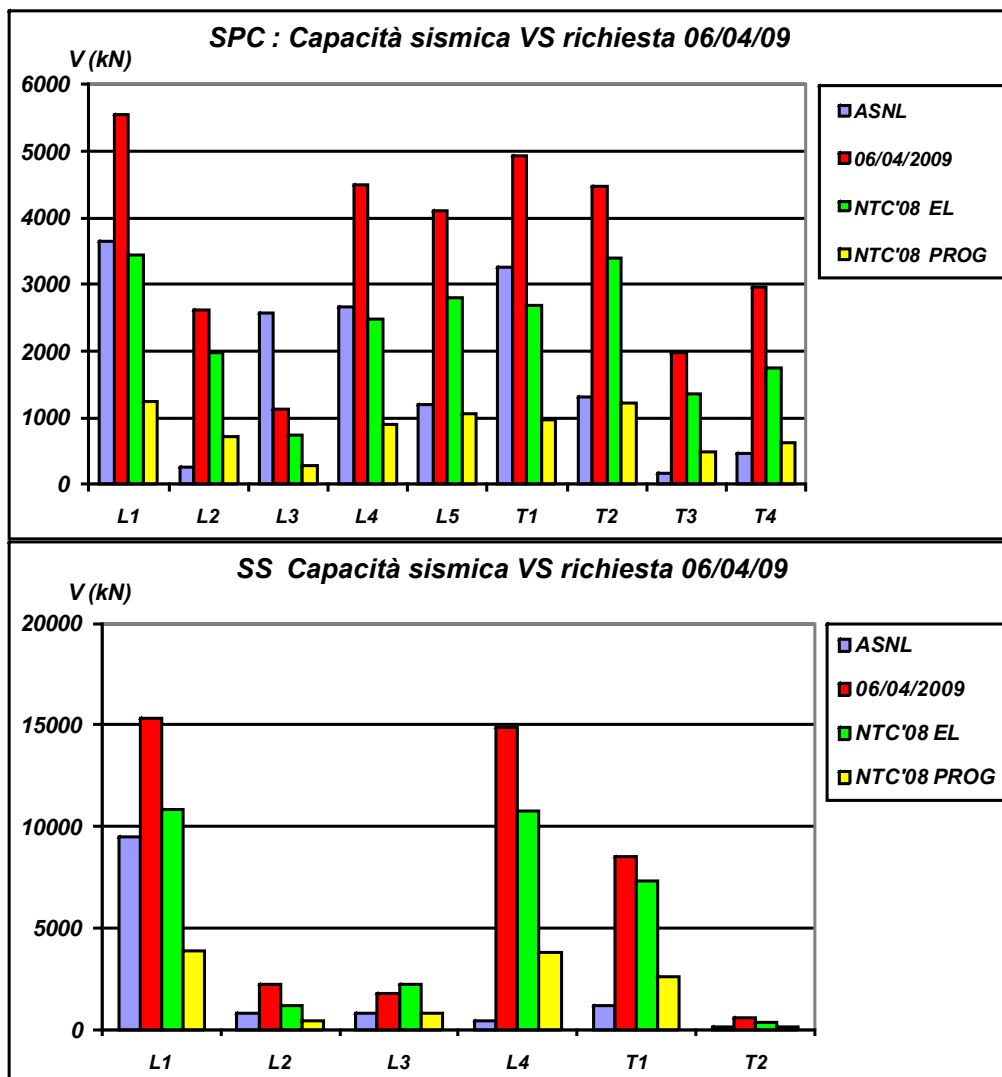


Figura 56: Confronto fra le richieste elastiche e le capacità per i macroelementi delle quattro chiese.

Si sono allora scelti due macroelementi caratteristici di due chiese e su di essi sono state fatte le seguenti considerazioni.

5.6.6 Macroelemento L2 della Chiesa di Santa Giusta

Il macroelemento L2 della chiesa di Santa Giusta relativo all'arcata longitudinale interna ha subito un notevole danneggiamento post sisma. In particolare il pilastro di base in corrispondenza del transetto ha subito uno spanciamento e uno schiacciamento locale a causa dello stato di pressoflessione indotto dal movimento dinamico della struttura, come si vede in Figura 57. Al fine di valutare se il danno subito potesse essere previsto, si è applicata la procedura indicata nei capitoli precedenti. IN particolare, il macroelemento è stato analizzato con l'analisi non lineare al fine di definirne la capacità ultima. Supposto che il meccanismo indicato dal programma fosse l'effettivo meccanismo di collasso, si sono applicate le formule semplificate dell'analisi limite per valutare il moltiplicatore di collasso dell'elemento. Questi risultati sono stati poi confrontati con la richiesta relativa allo spettro di progetto fornito dalla norma.

In Figura 58 viene riprotata la geometria del macroelemento e il meccanismo di danneggiamento individuato dalla analisi FEM, con la relativa mappatura tensionale.



Figura 57: Danneggiamento del macroelemento di Santa Giusta.

Il meccanismo di collasso indicato dall'analisi FEM è un meccanismo in cui il collasso avviene proprio per stati di pressoflessione nelle colonne di base, e il moltiplicatore di collasso è uguale al 25% del peso proprio, pari a 5100 KN.

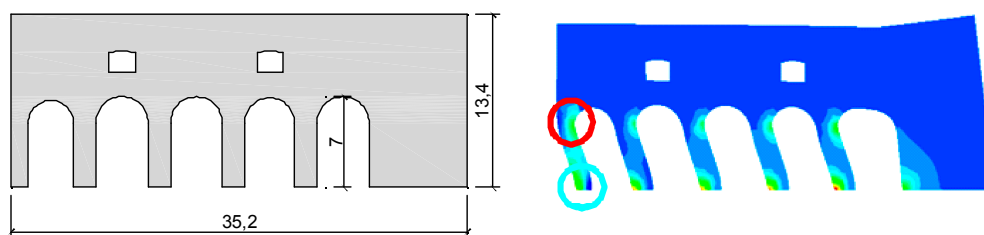


Figura 58: Geometria e meccanismo di danno del macroelemento di Santa Giusta.

Applicando le formule dell'analisi limite, si ottiene per il meccanismo individuato un valore del 37%. La richiesta di progetto valutata con le analisi elastiche lineari è del 16%, considerando un fattore di struttura pari a 2.8 per questa tipologia di edifici. In Figura 59 si riporta la curva push-over, il valore del moltiplicatore dell'analisi limite e il valore della richiesta di progetto. Considerando i risultati il macroelemento non avrebbe dovuto subire danni essendo la capacità ultima molto superiore alla richiesta di progetto. Ciò non è avvenuto, il che fa pensare ad una sovrastima del coefficiente di struttura da parte della norma.

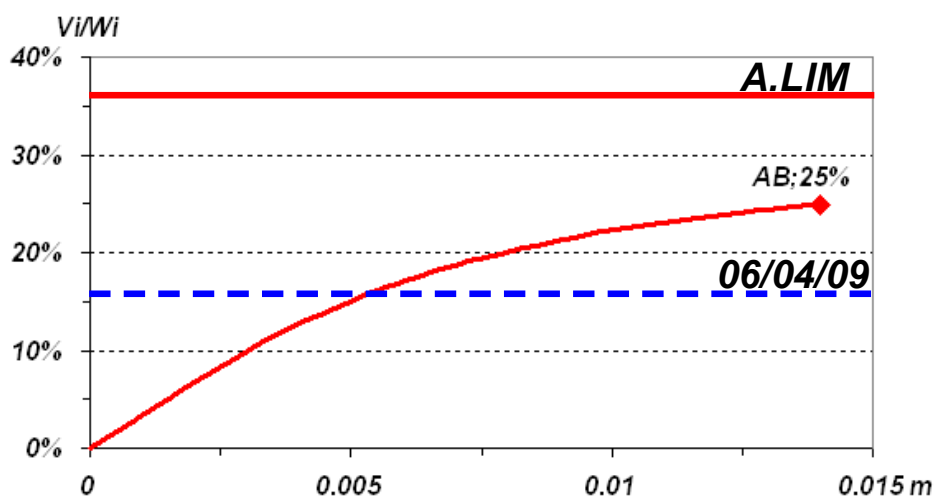


Figura 58: Curva pushover, valore del moltiplicatore calcolato con l'analisi limite e la richiesta di progetto.

5.6.7 Macroelemento T2 della Chiesa di San Pietro di Coppito

Il macroelemento T2 della chiesa di Santa Pietro di Coppito relativo all'arco trionfale ha subito lievi danneggiamenti in chiave, dovuti a stati di flessione indotti dalle scosse sismiche come si vede in Figura 59 insieme alla geometria dell'arco. Al fine di valutare se il danno subito potesse essere previsto, si è applicata la procedura indicata nei capitoli precedenti. In particolare, il macroelemento è stato analizzato con l'analisi non lineare al fine di definirne la capacità ultima. Supposto che il meccanismo indicato dal programma fosse l'effettivo meccanismo di collasso, si sono applicate le formule semplificate dell'analisi limite per valutare il moltiplicatore di collasso dell'elemento. Questi risultati sono stati poi confrontati con la richiesta relativa allo spettro di progetto fornito dalla norma.

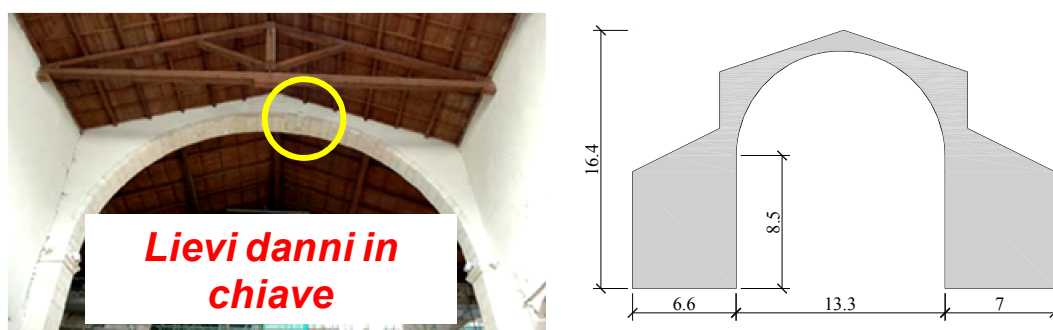


Figura 59: Danneggiamento del macroelemento di Santa Pietro di Coppito.

In Figura 60, si riporta il meccanismo di collasso individuato dall'analisi FEM che ci fornisce un valore del moltiplicatore di collasso pari a 45%. Supposto che questo sia il reale meccanismo di collasso, e applicando le formulazioni sugli archi ottenute attraverso l'applicazione dell'analisi limite, si ritrova un valore del moltiplicatore di collasso pari al 50% del peso proprio che è di 2907 KN.

La richiesta di progetto è pari al 37%. Ancora una volta non avremmo dovuto avere nessun danno, anche se in questo caso il danno subito dal macroelemento è stato molto lieve e connesso al movimento globale della struttura sotto azioni sismiche.

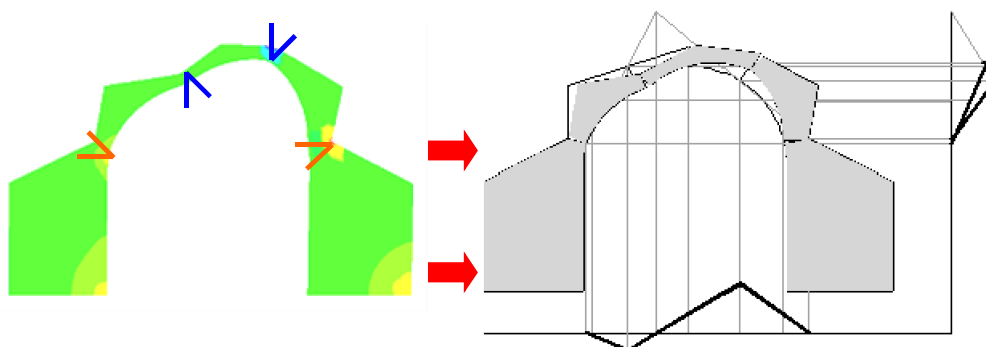


Figura 60: Meccanismo di collasso del macroelemento di Santa Pietro di Coppito.

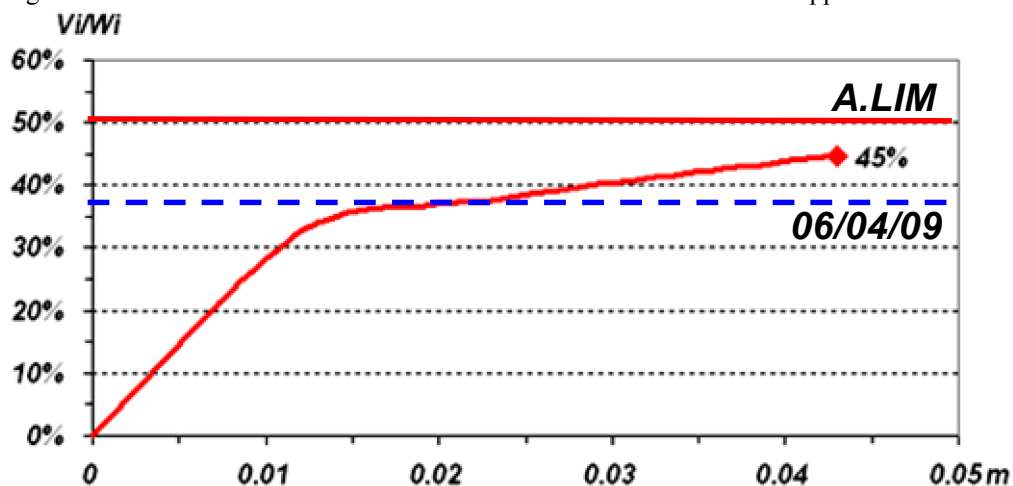


Figura 61: Curva pushover, valore del moltiplicatore calcolato con l'analisi limite e la richiesta di progetto

5.7 CONCLUSIONI.

In questo capitolo è stata posta l'attenzione alla valutazione del comportamento sismico e quindi del successivo danneggiamento di alcune chiese aquilane danneggiate dal terremoto che ha colpito l'Abruzzo il 06/04/09. Sono state scelte quattro chiese aquilane alle quali, dopo una sintesi del danno subito, è stata applicata la procedura a due passi descritta nel capitolo I e applicata alle dieci chiese site a Napoli. E' stato studiato il

comportamento sismico degli edifici ecclesiastici a pianta basilicale illustrati successivamente con lo scopo di comprenderne i fattori governanti e di fornire un'interpretazione dello stato di danneggiamento verificatosi a seguito di eventi sismici.

Le analisi sono state finalizzate sia allo studio del comportamento globale che

all'individuazione delle zone di maggiore vulnerabilità della struttura. In questo capitolo sono riportati sia i risultati delle analisi lineari delle chiese oggetto di studio, sia le analisi non lineare applicate ai singoli macroelementi.

In primo luogo è stata riportata un'attenta analisi del danno delle quattro chiese al fine di definire quali fossero le differenze nel comportamento globale di ciascuna chiesa. Ogni singolo manufatto è stato poi analizzato con un'analisi lineare elastica, dove si sono confrontate le richieste effettive relative alle accelerazioni dovute al sisma e quelle previste dalla normativa NTC'08, tutt'ora vigente. Si è osservato come in generale le richieste relative allo spettro del terremoto fossero nettamente superiori per tutti e quattro i casi di studio rispetto alle richieste relative allo spettro di progetto, dove le azioni sono, per tener conto della capacità di dissipazione della struttura, ridotte del fattore di struttura q pari in questo caso a 2.8.

In una seconda fase, tutti i macroelementi sono stati sottoposti ad analisi non lineari agli elementi finiti.

Le analisi FEM sugli elementi bidimensionali sono state condotte utilizzando il codice di calcolo ABAQUS (HKS 2004) con il modello di materiale "a

fessurazione diffusa". Lo scopo di queste analisi è quello di ricavare per ciascun macroelemento una previsione del comportamento fino alla condizione di rottura, ovvero, di valutare il moltiplicatore λ delle forze orizzontali che porta al collasso dell'elemento stesso. Questi valori sono stati poi confrontati con i valori di richiesta elastica. Nella maggior parte dei casi, la capacità sismica ha sempre un valore inferiore alla richiesta elastica relativa alle forze calcolate con le accelerazioni del sisma reale. Rispetto invece alla norma, in generale la richiesta di progetto è inferiore alla capacità il che farebbe predire un buon comportamento del macroelemento.

Al fine di valutare se il danno subito potesse essere previsto, si è applicata la procedura indicata nei capitoli precedenti. In particolare, il macroelemento è stato analizzato con l'analisi non lineare al fine di definirne la capacità ultima. Supposto che il meccanismo indicato dal programma fosse l'effettivo meccanismo di collasso, si sono applicate le formule semplificate dell'analisi limite per valutare il moltiplicatore di collasso dell'elemento. Questi risultati sono stati poi confrontati con la richiesta relativa allo spettro di progetto fornito dalla norma. In generale si è osservato che facendo riferimento ai valori della richiesta di progetto nessuno dei macroelementi doveva subire danni, il che ci fa pensare ad una sovrastima del coefficiente di struttura.

Capitolo VI

Conclusioni

6.1 CONCLUSIONI

Il lavoro di tesi precedentemente esposto ha prodotto i seguenti risultati finali. Nel primo capitolo, è stato esaminato il comportamento sismico dei dieci edifici ecclesiastici oggetto di studio. In particolare, si sono mostrati i risultati delle analisi statiche e modali sugli schemi di edifici con (IR) e senza (SIR) l'inserimento di impalcati rigidi alla quota delle coperture. Le analisi sugli schemi nell'ipotesi di assenza del diaframma rigido (SIR), hanno messo in evidenza la complessità del comportamento dinamico di questa tipologia edilizia e la particolare vulnerabilità alle azioni sismiche. La distribuzione delle forme modali per tutti gli edifici analizzati, inoltre, ha mostrato basse rigidezze torsionali e trasversali dell'edificio e significative deformazioni degli elementi fuori dal piano. Questi problemi sono attenuati nella risposta di edifici con i diaframmi rigidi (IR), caratterizzati da una rigidezza globale maggiore, specialmente di tipo torsionale, e un comportamento più monolitico. L'introduzione di impalcati rigidi porta ad un

miglioramento globale degli edifici anche se tale effetto non è completamente benefico: essendo le quote in cui sono allocati i piani rigidi differenti (la navate principali hanno un'altezza generalmente maggiore delle navate secondarie) è possibile rilevare alcune discontinuità nei modi di deformazione; è stato inoltre rilevata una concentrazione di sollecitazioni negli elementi più rigidi degli edifici (elementi di facciata e zona del transetto) i quali assorbono un'aliquota maggiore del taglio totale esterno rispetto allo schema senza impalcati rigidi. In direzione longitudinale gli elementi perimetrali, più rigidi di quelli centrali, sono sollecitati in misura

sensibilmente maggiore rispetto al caso di edificio senza diaframmi, mentre gli elementi centrali risultano scaricati. In questo capitolo è stato applicato alle dieci basiliche oggetto di studio, il secondo step della procedura di analisi "a due passi". In particolare, tutti i macroelementi costituenti le basiliche sono stati sottoposti ad analisi non lineari agli elementi finiti utilizzando il codice di calcolo ABAQUS con un modello "a fessurazione diffusa", in cui si considera la geometria fissa e il processo fessurativo è interamente introdotto attraverso leggi costitutive.

Le analisi hanno consentito di valutare la capacità di ciascun macroelemento e di conoscere il meccanismo di collasso che può, presumibilmente, attivarsi sotto forze orizzontali.

In ogni caso, dal confronto tra dette capacità e le richieste elastiche ricavate dalle analisi lineari riportate nel precedente capitolo, si è visto che gran parte dei macroelementi non sono in grado di resistere all'azione del terremoto.

Bisogna porre l'attenzione al fatto che i macroelementi delle chiese, per quanto complessi e articolati sono però facilmente riconducibili a forme semplici come quella del portale e dell'arco. Al fine di effettuare un confronto con i risultati delle analisi non lineari in termini di moltiplicatori di collasso, si è allora effettuato uno studio per la valutazione della capacità ultima di schemi semplici di portali e archi in muratura, prima analizzati con le metodologie semplificate dell'analisi limite e poi con l'applicazione specifica delle procedure di analisi non lineare. Nel secondo capitolo, sono

stati riportanti i risultati dell'applicazione dei principi dell'analisi limite per lo studio di elementi semplici di portali in muratura, mentre nel successivo lo stesso discorso verrà affrontato per gli archi. Viene proposta una formula semplificata per la valutazione della capacità portante sotto azioni orizzontali di portali in muratura, in dipendenza di parametri che governano i meccanismi, snellezza globale H/D , snellezza delle pile B/D , e snellezza delle trave t/H , sono identificati e commentati, al fine di ottenere l'espressione in forma chiusa come sola funzione dei parametri geometrici precedentemente definiti. Assumendo come punto di partenza l'approccio introdotto da Heyman, si è derivata l'espressione in forma chiusa per il calcolo del moltiplicatore di collasso mediante l'applicazione del Principio dei Lavori Virtuali e la cinematica dei corpi rigidi. A tale scopo, sono stati individuati quattro meccanismi e per ciascuno è stata ricavata l'espressione numerica che fornisce il moltiplicatore di collasso. Per stabilire i range dei rapporti geometrici fondamentali entro cui individuare il meccanismo di collasso prevalente, si è condotta un'analisi parametrica ottenuta variando i suddetti rapporti. I risultati ottenuti, sono sinteticamente proposti in un abaco per un'immediata valutazione del moltiplicatore nota la geometria del portale. Successivamente al fine di estendere i risultati ottenuti sui portali descritti nei paragrafi precedenti soggetti ad una azione sismica posta in testa, sono stati considerati quattro ulteriori casi relativi all'applicazione di differenti carichi sismici. Si è valutato l'effetto dei parametri geometrici per il calcolo del moltiplicatore di collasso e l'effetto delle diverse condizioni di carico.

Nel terzo capitolo, Nel presente lavoro vengono riportati i risultati, ottenuti mediante l'approccio dell'analisi limite, circa la capacità sismica di archi in muratura del tipo a tutto sesto, a sesto acuto e ribassato espresso in termini di moltiplicatore di collasso.

E' stata applicata una procedura che implementata in Matlab, ha permesso di valutare meccanismi di collasso di archi al variare della geometria e delle condizioni di carico al fine di definire in maniera univoca il valore del moltiplicatore di collasso.

è stato inoltre valutato l'effetto della presenza del carico verticale, osservando come questo, specialmente per le famiglie di archi snelli induca un'effettiva stabilizzante sulla portanza ultima degli archi in muratura.

E' stato inoltre valutato l'effetto delle diverse geometrie di archi.

Dallo studio condotto risulta evidente come la forma dell'arco a tutto sesto risulta quella caratterizzata dai valori più elevati del moltiplicatore di collasso e, conseguentemente, è quella più resistente sotto forze orizzontali. Questo risultato è indipendente dalla condizione di carico scelta e deriva essenzialmente dal minor contributo stabilizzante offerto dal peso, quando questo compie lavoro negativo. Inoltre, l'arco a sesto ribassato presenta una capacità inferiore a quello a sesto acuto, risultando in questo senso il peggiore tra le tre tipologie.

Lo studio di un caso reale offerto dai danneggiamenti rilevati dopo il sisma abruzzese del 6 aprile 2009 ha mostrato la validità delle procedure sviluppate dagli autori, in questo e in precedenti lavori, sia in termini di tipo di meccanismo attivato che di valore del moltiplicatore di collasso.

Il capitolo quarto invece, Viene valutata l'applicabilità degli elementi finiti per l'analisi non lineare di strutture in muratura attraverso diversi modelli costitutivi, confrontandone i risultati con quelli ottenibili tramite l'applicazione dei principi dell'analisi limite. In particolare si analizza la risposta di portali in muratura attraverso un approccio a fessurazione diffusa (smeared cracking model) disponibile nel codice di calcolo ABAQUS ed un modello di danno implementato nel codice Opensees. I due modelli sono stati studiati nel dettaglio mettendo in evidenza le sostanziali differenze tra i due.

La calibrazione del modello viene effettuata attraverso una preliminare analisi di sensibilità ai principali parametri di natura topologica e meccanica, quali dimensione della mesh, variazione della resistenza a compressione, della resistenza a trazione, forma della superficie di rottura. Sulla base dei risultati su illustrati, si può osservare come i due modelli costitutivi impiegati restituiscano valori sovrapponibili della resistenza massima, mentre nel caso dell'approccio a fessurazione diffusa si registra una maggiore duttilità (qui intesa come rapporto tra lo spostamento ultimo e quello in corrispondenza della resistenza massima) ed un andamento della

ramo post-critico caratterizzato da un minore softening. Per altro, la strategia di soluzione del problema non lineare implementata in Abaqus è risultata in tutti casi molto più efficiente, con tempi di calcolo di un ordine di grandezza inferiori a quelli di Opensees.

Per questi motivi, nelle analisi, si è scelto di utilizzare soltanto Abaqus, una volta fissata la dimensione della mesh al 2% della lunghezza complessiva e i valori di σ_c e di σ_t pari rispettivamente a 2MPa e a 0.1MPa. I risultati ottenuti vengo poi confrontati con quelli derivanti dall'applicazione dei principi dell'analisi limite.

I modelli succitati sono stati utilizzati per analizzare un gran numero di casi, confrontandone i risultati con quanto ottenibile tramite l'applicazione dei principi dell'analisi limite, sia in termini di moltiplicatori di collasso che di meccanismi cinematici. Si sono riportati istogrammi di confronto tra i moltiplicatori di collasso ottenuti attraverso l'applicazione delle due metodologie. Il primo è relativo al rapporto B/D 0.1, fissando di volta in volta H/D e variando il t/H . Per queste geometrie si evidenzia che i valori dei moltiplicatori relativi all'analisi non lineare sono molto alti per H/D 0.1, mostrando grosse differenze con i valori dell'analisi limite. I due valori invece sono molto più simili per i valori H/D pari a 1.0, 1.5, 2.0 per i quali i moltiplicatori di collasso hanno valori molto più bassi. Per la classe dei portali relativi a B/D 0.20, i valori massimi dei moltiplicatori arrivano anche al 100% in quanto queste geometrie sono caratterizzate da un aumento dello spessore delle travi e delle pile. I moltiplicatori di collasso tendono sensibilmente ad aumentare per le classi relative ai rapporti B/D 0.3 e B/D 0.4. I portali diventano per queste categorie tozzi, intervenendo quindi anche la resistenza a taglio del materiale. I risultati del confronto evidenziano sempre che quando le dimensioni di pile e travi tendono ad essere più simili i moltiplicatori e i meccanismi coincidono maggiormente. Per quanto riguarda i meccanismi in generale i due approcci evidenziano risultati tendenzialmente diversi; infatti, l'analisi FEM tiene in conto anche le proprietà del materiale che influenzano i risultati dell'analisi mentre i meccanismi dell'analisi limite sono relativi alla sola geometria del portale. In ultima battuta, è stata posta l'attenzione alla valutazione del comportamento sismico e quindi del successivo danneggiamento di alcune

chiese aquilane danneggiate dal terremoto che ha colpito l'Abruzzo il 06/04/09. Sono state scelte quattro chiese aquilane alle quali, dopo una sintesi del danno subito, è stata applicata la procedura a due passi descritta nel capitolo I e applicata alle dieci chiese site a Napoli. E' stato studiato il comportamento sismico degli edifici ecclesiastici a pianta basilicale illustrati successivamente con lo scopo di comprenderne i fattori governanti e di fornire un'interpretazione dello stato di danneggiamento verificatosi a seguito di eventi sismici.

Le analisi sono state finalizzate sia allo studio del comportamento globale che all'individuazione delle zone di maggiore vulnerabilità della struttura. In questo capitolo sono riportati sia i risultati delle analisi lineari delle chiese oggetto di studio, sia le analisi non lineare applicate ai singoli macroelementi.

In primo luogo è stata riportata un'attenta analisi del danno delle quattro chiese al fine di definire quali fossero le differenze nel comportamento globale di ciascuna chiesa. Ogni singolo manufatto è stato poi analizzato con un'analisi lineare elastica, dove si sono confrontate le richieste effettive relative alle accelerazioni dovute al sisma e quelle previste dalla normativa NTC'08, tutt'ora vigente. Si è osservato come in generale le richieste relative allo spettro del terremoto fossero nettamente superiori per tutti e quattro i casi di studio rispetto alle richieste relative allo spettro di progetto, dove le azioni sono, per tener conto della capacità di dissipazione della struttura, ridotte del fattore di struttura q pari in questo caso a 2.8.

In una seconda fase, tutti i macroelementi sono stati sottoposti ad analisi non lineari agli elementi finiti.

Le analisi FEM sugli elementi bidimensionali sono state condotte utilizzando il codice di calcolo ABAQUS (HKS 2004) con il modello di materiale "a fessurazione diffusa". Lo scopo di queste analisi è quello di ricavare per ciascun macroelemento una previsione del comportamento fino alla condizione di rottura, ovvero, di valutare il moltiplicatore λ delle forze orizzontali che porta al collasso dell'elemento stesso. Questi valori sono stati poi confrontati con i valori di richiesta elastica. Nella maggior parte dei casi, la capacità sismica ha sempre un valore inferiore alla richiesta elastica relativa alle forze calcolate con le accelerazioni del sisma reale. Rispetto

invece alla norma, in generale la richiesta di progetto è inferiore alla capacità il che farebbe predire un buon comportamento del macroelemento.

Al fine di valutare se il danno subito potesse essere previsto, si è applicata la procedura indicata nei capitoli precedenti. In particolare, il macroelemento è stato analizzato con l'analisi non lineare al fine di definirne la capacità ultima. Supposto che il meccanismo indicato dal programma fosse l'effettivo meccanismo di collasso, si sono applicate le formule semplificate dell'analisi limite per valutare il moltiplicatore di collasso dell'elemento. Questi risultati sono stati poi confrontati con la richiesta relativa allo spettro di progetto fornito dalla norma. In generale si è osservato che facendo riferimento ai valori della richiesta di progetto nessuno dei macroelementi doveva subire danni, il che ci fa pensare ad una sovrastima del coefficiente di struttura.

BIBLIOGRAFIA

[1] Giordano A., De Luca A., Mele E., Romano A. A simple formula for predicting the horizontal capacity of masonry portal frames. *Engineering Structures* 2007; 29: 2109–2123.

[2] Lourenço P.B. *Computations strategies for masonry structures*: Delft University Press, The Netherlands; 1996.

[3] Pegon P., Pinto V. A., G radin M. Numerical modelling of stone-block monumental structures. *Computers & Structures* 2001; 79: 2165-2181.

[4] Louren o P.B., Krakowiak K.J., Fernandes F.M., Ramos L.F. Failure analysis of Monastery of Jer nimos, Lisbon: How to learn from sophisticated numerical models. *Engineering Failure Analysis* 2007; 14: 280-300.

[5] Mele E., Giordano A., De Luca A. Nonlinear analysis of some typical elements of a basilica plan church. *Proc. of Earthquake Resistant Engineering Structures*, Ed. G. Oliveto and C.A. Brebbia, WIT, Southampton, UK; 1999.

[6] Giordano A., Mele E., De Luca A. Assessment of the seismic capacity of triumphal arches. *Proc. of III Structural Analysis of Historical Constructions (III SAHC)*. Guimares; 2001.

[7] Giordano A., Mele E., De Luca A. Modelling of historical masonry structures: comparison of different approaches through a case study. *Engineering Structures* 2002; 24: 1057-1069.

[8] De Luca A., Mele E., Romano A., Patierno C., Giordano A. Valutazione approssimata della capacità portante di elementi murari tipici di chiese a pianta basilicale. Proc. of XI ANIDIS. Genova; 2004 [in Italian].

[9] De Luca A., Mele E., Romano A., Giordano A. A simplified formula for the evaluation of horizontal capacity of masonry portal frames. Proc. of IV Structural Analysis of Historical Constructions (IV SAHC). Padova; 2004.

[10] De Luca A., Giordano A., Mele E. A simplified procedure for the assessment of the seismic capacity of masonry arches. Engineering Structures 2004; 26: 1915–1929.

[11] Cuomo G., De Luca A., Giordano A., Mele E., Romano A. Simplified expressions of the horizontal collapse multiplier of multiple span portal frames. Proc. of V Structural Analysis of Historical Constructions (V SAHC). New Delhi; 2006.

[12] Brandonisio G. Analisi di edifici a pianta basilicale soggetti ad azioni sismiche: Ph. D Thesis, Department of Civil Engineering, Second University of Naples; 2008 [in Italian].

[13] De Luca A., Brandonisio G., Cuomo G., de Lucia R., Giordano A., Mele E., Santaniello R. Basilica-type buildings: seismic vulnerability and application of base isolation. Tecnologie avanzate di protezione *sismica* delle strutture, Editor: G. Russo & S. Sorace, Publisher: CISM; 2008 [in press].

[14] Como M., Grimaldi A. Analisi limite di pareti murarie sotto spinta. Quaderni di teoria e tecnica delle strutture. Università di Napoli, Istituto di Tecnica delle Costruzioni; 1983 [in Italian].

[15] Giuffrè A. Sicurezza e conservazione dei centri storici: Il caso Ortigia. Editrice Laterza, Bari; 1993 [in Italian].

[16] Lagomarsino S. A new methodology for the post-earthquake investigation of ancient churches. XI European Conference on Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam; 1998.

[17] Lagomarsino S., Brun S., Giovinazzi S., Cristina I., Penna A., Podestà S., Risemini S., Rossi B. Modelli di calcolo per il miglioramento sismico delle chiese. Proc. of IX ANIDIS. Palermo; 1999 [in Italian].

[18] Orduña A., Lourenço P.B. Limit analysis as a tool for the simplified assessment of ancient masonry structures. Proc. of III Structural Analysis of Historical Constructions (III SAHC). Guimares; 2001.

[19] Huerta S. Mechanics of masonry vaults: The equilibrium approach. Proc. of III Structural Analysis of Historical Constructions (III SAHC). Guimares; 2001.

[20] Augusti G., Ciampoli M., Giovenale P. Seismic vulnerability of monumental buildings. Structural Safety 2001; 23: 253-274.

[21] Augusti G., Ciampoli M., Zanobi S. Bounds to the probability of collapse monumental buildings. Structural Safety 2002; 24: 89-105.

[22] Lourenço P.B. Computations on historic masonry structures. Progress in Structural Engineering Materials 2002; 4: 301–319.

[23] Orduña A., Preciado A., Galván F., Araiza J.C. Vulnerability assessment of churches at Colima by 3D limit analysis models. Proc. of VI Structural Analysis of Historical Constructions. (SAHC VI). Bath; 2008.

[24] Heyman J. The Stone Skeleton. International Journal of Solids and Structures 1966; 2: 249-279.

-
- [25] Becchi, A., Focè, F. 2002, *Degli archi e delle volte*, Saggi Marsilio, Venezia.
- [26] Brandonisio, G., De Luca, A., de Lucia, R., Giordano, A., Mele, E., 2008, *Limit analysis of masonry portal arches*, 8th international seminar on structural masonry, Instambul 05-07 Nov 2008.
- [27] Brandonisio, G., de Lucia, R., De Luca, A., Mele, E., Santaniello, R. 2007. *Geometrical and mechanical characteristics of a sample of masonry church buildings*. Proc. of the Symposium on Studies on Historical Heritage, Antalya, Turkey, September 17-21, 2007.
- [28] Brandonisio, G., De Luca, A., Mele, E., Santaniello, R. 2008. *Seismic safety of basilica churches: analysis of ten case studies*. Proc. of the Structural Analysis of historical constructions, Bath, UK, July, 11-14.
- [29] Aita D., Focè, F., Barsotti, R., Bennati, S., 2007, 'Collapse of masonry arches in Romanesque and Gothic constructions', 5th Conference on Arch Bridges, Madeira, Portugal 12-14 September, pp. 625-632.
- [30] Becchi, A., Focè, F. 2002, *Degli archi e delle volte*, Saggi Marsilio, Venezia.